UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES

Faculté des Sciences Appliquées

Service de Mécanique des Sols

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON-LINEAIRE DES PIEUX LORS DE LEUR BATTAGE

Thèse présentée en vue
de l'obtention du grade
légal de Docteur en
Sciences Appliquées ,
sous la direction de
M. le Professeur J. NUYENS

Année académique 1983-1984

A. HOLEYMAN

A Beverly,

Grégoire et Jérôme.

L'illustration de la couverture provient de "l'Encyclopédie ou Dictionnaire des Arts et Métiers", par une société de Gens de Lettres. (Diderot, D'ALembert et al)

Planche XXV de la rubrique "Charpenterie" du tome II du "Recueil des Planches sur les Sciences, les Arts Libéraux et les Arts Mécaniques avec leur explicitation".

Mouton oblique - MDCCLXIII

REMERCIEMENTS

Il m'est agréable de remercier en premier lieu Monsieur le Professeur Dr. Ir. J. NUYENS, Directeur du Laboratoire Jacques Verdeyen et Chef du Service de Mécanique des Sols à la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université Libre de Bruxelles. C'est lui qui éveilla mon premier intérêt pour la Mécanique des Sols et c'est lui encore qui patronna ce travail de spécialisation.

J'exprime ma sincère gratitude à Monsieur M. WALLAYS, Directeur du Service Recherches et Géotechnique de Franki International, qui n'a ménagé aucun effort, ni intellectuel, ni physique pour que je mène à bien ce travail. Je remercie également la Direction de la S.A. FRANKI de m'avoir permis d'utiliser les informations émanant du cadre des activités de recherche de la société, et en particulier des essais de battage effectués aux Pays-Bas.

Je tiens aussi à exprimer mes remerciements à Monsieur DE JONGHE, Inspecteur Général des Ponts et Chausées, qui nous a accordé la permission de placer nos instruments de mesure et de procéder à des enregistrements dynamiques lors du battage de pieux à Kallo. Notre participation à ces opérations de recherche, conduites par le Ministère des Travaux Publics, nous a permis d'apprécier les hautes qualités de collaboration de Monsieur J. MAERTENS, Ingénieur des Ponts et Chaussées. Aux cours de ces efforts, nous avons eu la chance de bénéficier du bienveillant support logistique de Monsieur BOURGOIS, Professeur à la Koninklijke Militaire School, de Monsieur LEGROS, Professeur à l'Université de Liège ainsi que de Messieurs LEJEUNE et LOUSBERG, Professeurs à l'Université Catholique de Louvain à Louvain-la-Neuve.

Enfin je remercie de leur aide Messieurs J. WAUTHIER et L. YUNG, collaborateurs à la S.A. FRANKI ainsi que Mademoiselle V. D'OSTILIO, pour avoir dactylographié avec courage l'ensemble du manuscrit.

SYMBOLES ET NOTATIONS

Majuscules		Unités S.I
A	section	m^2
A_p	section du pieu	m^2
A_M	section du mouton	m^2
B_z, B'_z	facteur adimensionnel de masse	-
C_i	constante d'intégration	
C_B	impédance à la base	N/ms^{-1}
C_c	amortissement critique	N/ms^{-1}
C_σ	impédance spécifique à la base	N/m^3s^{-1}
C_τ	impédance spécifique au frottement	N/m^3s^{-1}
C_z	impédance verticale	N/m^3s^{-1}
D	profondeur	m
D_a	facteur d'amortissement	-
E	module d'élasticité	N/m^2
E_i	module initial d'élasticité	N/m^2
E_p	module d'élasticité du pieu	N/m^2
E_s	module d'élasticité du milieu assimilé au sol	N/m^2
E_o	module oedométrique	N/m^2
F	force	N
F_o	effort initial	N
$F\uparrow(\downarrow)$	onde de force se propageant vers le haut (bas)	N
$F(i)$	force entre les masses i-1 et i	N
$F_{i,r,t}$	onde de force incidente, réfléchie transmise	N

F_ℓ	frottement latéral mesuré à l'essai de pénétration	N
F_p	force mesurée	N
F_{max}	force maximale	N
G	module de cisaillement	N/m^2
G'	composante visqueuse du module de cisaillement	$N/m^2 s^{-1}$
G_i	module initial de cisaillement	N/m^2
H	hauteur	m
I, I_p	impédance du pieu	N/ms^{-1}
I_r	impédance du sol vis-à-vis de la base	N/ms^{-1}
I_M	impédance du mouton	N/ms^{-1}
I_σ	impédance spécifique de compression	$N/m^3 s^{-1}$
I_τ	impédance spécifique de cisaillement	$N/m^3 s^{-1}$
I_t	moment d'inertie du treuil autour de son axe	$kg\ m^2$
J	damping relatif	$m^{-\alpha}\ s^{\alpha}$
J_c	damping adimensionnel "case"	-
K	coefficient adimensionnel de réaction	-
K(i)	raideur de l'élément compris entre les masses i-1 et i	N/m
L	longueur du pieu	m
L_M	longueur du mouton	m
L_c	longueur de pieu équivalente au mouton	m
L_w	longueur de l'onde de compression	m
L.I.	indice de liquidité	-

M	masse du mouton	kg
M_T	masse totale de l'équipement de battage	kg
M_p	masse du pieu	kg
$M(i)$	masse de l'élément i	kg
M_σ	coefficient de majoration dynamique	-
M_d	facteur d'amplification dynamique	-
N_{20}	nombre de coups nécessaires à la pénétration du pieu sur 20 cm	-
O.C.R.	degré de surconsolidation	-
P	puissance	N.m/s
P_c	puissance cinétique	N.m/s
Q	force appliquée, réaction	N
Q_o	unité d'échelle des forces	N
Q_s	résistance statique (relative à un pieu)	N
Q_d	résistance au battage des pieux (formules de battage)	N
Q_L	réaction résultant d'une interaction sur une surface latérale	N
Q_f	résistance au frottement latéral	N
Q_b	résistance à la base	N
Q_b^m	réaction mobilisée à la base	N
Q_u	résistance ultime	N

R	rayon du pieu, de sa base, de l'inclusion cylindrique	m
R_m	rayon d'influence	m
R_s	résistance unitaire statique	N/m^2
R_d	résistance unitaire dynamique	N/m^2
S_u	résistance à la compression simple	N/m^2
V	volume	m^3
W	travail, énergie	N.m
W_p	énergie potentielle du mouton	N.m
W_c	énergie cinétique	N.m
W_{th}	énergie transmise au pieu (ENTHRU)	N.m
$W_{p\varepsilon}$	énergie potentielle de compression du pieu	N.m
W_f	énergie ayant traversé le pieu après sa stabilisation	N.m
W_t	énergie transmise au pieu de longueur finie	N.m
$W_{th\infty}$	énergie transmise au pieu semi-infini	N.m
W_i	énergie de déformation emmagasinée par le casque	N.m
W_r	énergie de déformation restituée par le casque	N.m

Miniscules

a	accélération	ms^{-2}
a_o	fréquence adimensionnelle ($=\omega R/v_s$)	-
b	coefficient adimensionnel de masse	-
c	intercept de cohésion	N/m^2
c_u	cohésion non drainée	N/m^2
c'	intercept de cohésion en contraintes effectives	N/m^2
c_z	coefficient d'amortissement visqueux	N/ms^{-1}
e	coefficient de restitution du casque	-
e_b	coefficient de restitution dans les formules de battage	-
f	fréquence	s^{-1}
$f(z)$	fonction de z	-
g	accélération terrestre	$9.81\ ms^{-2}$
h	hauteur de chute	m
i	rapport des impédances du mouton et du pieu	-
i'	rapport des impédances du pieu et du sol vis-à-vis de la base	-
k	coefficient de ressort, coefficient de réaction	N/m
m_t	masse équivalente du treuil	kg
p	pression	N/m^2
q	contrainte appliquée	N/m^2
q_b	résistance unitaire à la base	N/m^2
q_b^m	réaction unitaire mobilisée à la base	N/m^2
r_t	rayon du tambour du treuil	m

s	déplacement, tassement, enfoncement, compression	m
Δs	racourcissement	m
s_{el}	enfoncement transitoire	m
s_p	enfoncement permanent, refus	m
s_b	"quake" à la base	m
s_f	"quake" au frottement latéral	m
t	temps	s
t_{max}	temps où la contrainte de compression est maximale	s
Δt_c	intervalle de temps critique	s
t_f	temps de fin d'impact	s
$u_{x(y,z)}$	composantes du déplacement suivant x (y,z)	m
u_b	déplacement de la base	ms
$\dot{u}_b$	vitesse de déplacement de la base	ms^{-1}
u_∞	raccourcissement du pieu semi-infini	m
v	vitesse de déplacement	ms^{-1}
$v\downarrow(\uparrow)$	onde de vitesse se propageant vers le haut (bas)	ms^{-1}
v_i	vitesse d'impact du mouton	ms^{-1}
v_o	vitesse initiale	ms^{-1}

v_{in}	vitesse d'impact du mouton au temps $t = 2nL_M/v_{cM}$	ms^{-1}
v_{n+}	onde de vitesse pour $n < \frac{t\ v_{cM}}{2L_M} < n+1$	ms^{-1}
v_c	vitesse de propagation des ondes longitudinales dans une barre	ms^{-1}
v_{cM}	vitesse de propagation des ondes longitudinales dans le mouton	ms^{-1}
v_{cp}	vitesse de propagation des ondes longitudinales dans le pieu	ms^{-1}
v_p	vitesse de propagation des ondes de compression dans un milieu	ms^{-1}
v_s	vitesse de propagation des ondes de cisaillement	ms^{-1}
v_r	vitesse de propagation des ondes de Rayleigh	ms^{-1}
w_L	limite de liquidité	%
w_p	limite de plasticité	%

Grecques

α, β	coefficient sans dimensions	-
α, β	vitesses angulaires relatives au système de battage partiellement discrétisé	rad/s
γ	déformation angulaire	-
γ_r	déformation angulaire de référence	-
γ_h	déformation angulaire hyperbolique	-
δ	décrément logarithmique	-
$\varepsilon_{(x,y,z)}$	déformation unitaire (suivant x,y,z)	-
$\dot{\varepsilon}$	vitesse de déformation unitaire	s^{-1}
ξ	rapport adimensionnel de longueur d'onde, variable d'intégration	-
η_c	rendement de chute	-
η_i	rendement d'impact	-
η_I	rapport adimensionnel d'impédance du pieu au système de battage	-
ζ	variable d'intégration	-
Θ	angle de déphasage	rad
λ	constante de Lamé	N/m^2
λ^c	vitesse de mise en charge	s^{-1}
μ	coefficient de viscosité	$N/m^2 s^{-1}$
μ_σ	coefficient d'amortissement unitaire	$N/m^3 s^{-1}$

μ_p	rapport des masses pieu - mouton	-
ν	coefficient de Poisson	-
π	constante = 3.141592...	-
ρ	masse volumique	kg/m^3
ρ_p	masse volumique du matériau constituant le pieu	kg/m^3
$\sigma_{(x,y,z)}$	contrainte normale (agissant sur une facette perpendiculaire à la direction x,y,z)	N/m^2
σ_{max}	contrainte de compression maximale	N/m^2
σ_t	contrainte de traction	N/m^2
σ_s^e	limite élastique statique	N/m^2
$(\sigma_{dyn})_a$	contrainte dynamique admissible	N/m^2
σ'_b	résistance caractéristique à l'écrasement du béton sur cylindre	N/m^2
τ	variable d'intégration de temps	s
τ	contrainte de cisaillement	N/m^2
τ_m	réaction unitaire mobilisée au frottement	N/m^2
τ_u	contrainte ultime de cisaillement	N/m^2

τ_s	résistance unitaire au frottement latéral	N/m^2
ϕ	angle de frottement interne du sol	.
ϕ'	angle de frottement effectif	.
χ	périmètre du fût du pieu	m
ω	vitesse angulaire	rad/s
ω_n	vitesse angulaire naturelle	rad/s
$\bar{\omega}$	rotation unitaire	-
Φ, Ψ	fonctions potentiel	-

systèmes-d'axe, opérateurs

x,y,z	coordonnées cartésiennes
r,z	coordonnées cylindriques
r,θ	coordonnées polaires
$\frac{\partial}{\partial x}$	dérivée partielle par rapport à x
$\dot{} = \frac{\partial}{\partial t}$	dérivée partielle par rapport au temps
d	incrément infinitésimal
Δ	incrément infini
∇^2	Laplacien
$\sum$	sommation
—	vecteur, matrice
$\int$	intégrale
$\left\|f(t)\right\|_{t_1}^{t_2}$	$f(t_2) - f(t_1)$
J_n	fonction de Bessel d'ordre n
ln	logarithme naturel

CHAPITRE I. EXPOSE DU PROBLEME

1. DESCRIPTION DE LA TECHNIQUE DE BATTAGE

La technique du battage est une des plus anciennes utilisées (cf. illustration de couverture) pour fonçer les pieux car elle est fort simple dans son principe et est la transposition à plus grande échelle de techniques anciennes : fonçage de piquets, clouage...

Lorsque la résistance à la pénétration d'un corps dans un milieu de moindre résistance dépasse les moyens quasi-statiques mis en oeuvre, il est possible d'obtenir le dépassement de cette résistance pendant un temps relativement court, mais suffisant pour provoquer un enfoncement notable. Pour créer ce dépassement, il est nécessaire que le corps ait été imprimé d'une énergie suffisante convertissable en travail de pénétration.

Une première méthode qui ne fait intervenir que le corps à faire pénétrer est sa mise en vitesse propre : flèche, javelot, piquet.... . L'énergie cinétique imprimée avant impact se transforme partiellement en travail de pénétration. Hormis les applications militaires, cette technique n'est pas utilisée à l'échelle des pieux à fonçer.

La seconde méthode fait intervenir un corps distinct du pieu : le mouton. C'est lui qui emmagasine l'énergie cinétique avant impact et qui, pendant son contact avec le pieu, lui transmet une partie de son énergie. Le pieu qui recueille l'énergie sous forme cinétique et de déformation la transforme à son tour en travail de pénétration.
L'avantage majeur par rapport à la première méthode est que plusieurs coups peuvent être donnés et que leurs effets se cumulent pour obtenir la pénétration finale. Un second avantage est que la masse frappante peut être plus légère que le corps à fonçer et est donc plus facile à manipuler.
Un inconvénient majeur est le risque qu'au contact du mouton, le pieu ne soit détruit à cause d'une énergie de déformation trop importante. Pour limiter ce risque, on interpose un casque dont la souplesse limite l'effort maximal. Un second inconvénient est la perte d'énergie lors de la transmission de cette dernière au pieu par l'intermédiaire du casque. Un troisième inconvénient est la génération de bruit. Les avantages étant souvent des nécessités, l'art de la technique sera donc d'en réduire les inconvénients. Nous donnerons ci-après une description des éléments intervenant dans le problème : pieu, sol, mouton, casque.

CHAPITRE I. EXPOSE DU PROBLEME

TABLE DES MATIERES

	Page
1. DESCRIPTION DE LA TECHNIQUE DE BATTAGE	2
1.1. Pieu et sol	3
1.2. Mouton	4
1.2.1. Mouton à chute libre	4
1.2.2. Mouton à simple effet	8
1.2.3. Mouton à double effet	8
1.2.4. Mouton diesel	8
1.3. Casque	11
1.4. L'art de battre	11
2. APPROCHE PRAGMATIQUE : LA FORMULE DE BATTAGE	13
2.1. Hypothèses	13
2.2. Quatre exemples	14
2.2.1. Formule hollandaise	14
2.2.2. Formule de Hiley	14
2.2.3. Formule danoise	15
2.2.4. Formule Delmag	16
2.3. Utilité et limitations	16
3. APPROCHE ANALYTIQUE : L'EQUATION DE L'ONDE	20
3.1. Equation fondamentale	20
3.2. Conditions initiales et aux limites simples	23
3.2.1. Contrainte appliquée soudainement en une extrémité	23
3.2.2. Extrémité fixe	26
3.2.3. Extrémité libre	27
3.3. Conditions aux limites réelles	28
3.3.1. Choc d'un mouton sur un pieu de même impédance	28
3.3.2. Action d'une force à une extrémité	30
3.3.3. Action d'une force en une section courante	32
3.4. Onde non-axiale.	32
4. CONCLUSIONS	34

1.1. Pieu et sol

Le corps à foncer est celui qui a été choisi par l'auteur de projet en tenant compte des sollicitations et des caractéristiques du sous-sol. Cet aspect, tout en n'étant pas directement abordé dans notre travail en raison de son cadre propre distinct, influence fortement le matériel de fonçage à mettre en jeu.

Les types de pieux mis en oeuvre à l'intervention du battage peuvent être préfabriqués ou moulés dans le sol. (C.S.T.C. - 1979).

Les pieux préfabriqués sont : en bois, en béton armé, en béton précontraint, en acier. Ils peuvent être fonçés par tronçons accouplés au fur et à mesure de leur enfoncement. Leur section peut être circulaire (bois), carrée ou rectangulaire (béton), ou annulaire (béton, acier). Dans le cas de l'acier, des sections de forme plus complexe sont utilisées (poutrelle, caisson). Lorsque la section n'est pas pleine, un élément obturateur peut être ajouté à la base ou à un autre niveau. Les pieux en béton et en acier peuvent présenter des élargissements par rapport à la section courante, généralement situés à la base.
Les pieux moulés dans le sol peuvent l'être à l'abri d'un fourreau récupérable ou non. Dans le cas du fourreau récupérable, le corps à fonçer est un tube épais d'acier, fermé à sa base par un obturateur provisoire qui peut être élargi dans le cas du battage en tête, ou par un bouchon de gravier en béton sec dans le cas de battage en fond de tube. Dans le cas du fourreau perdu, le corps à fonçer est un tube mince, éventuellement virolé, fonçé généralement par l'intermédiaire d'un mandrin.

Les dimensions et poids des corps à fonçer s'adaptent aux sollicitations de calcul et aux conditions de sol. Pour les travaux on-shore, les caractéristiques courantes vont depuis le pieu en bois de 0,20 m de diamètre, de 8 m de long ayant une charge portante de 0.2 MN au pieu caisson de 1 m de diamètre équivalent, de 30 m de long ayant 10 MN de charge portante. Le premier élément pèse 250 kg tandis que le second peut aller jusqu'à 20 tonnes. Ces dimensions extrêmes, que l'on retrouve pour le near-shore, se sont vu encore accroître lors de la construction de plate-formes off-shore : (Mc Clelland et al 1969), les dimensions courantes sont pour cette industrie : 1,2 m - 1,8 m de diamètre, 200 mètres de longueur, 20 MN de capacité portante. Le poids de ces éléments dépasse couramment la centaine de tonnes.

Il va sans dire que les moutons nécessaires au battage de ces éléments se sont développés parallèlement.

1.2. Mouton

Le mouton qui est utilisé pour battre le pieu ou le fourreau donné est généralement choisi par l'exécutant. La masse frappante et l'énergie peuvent aller de 1 tonne et 0,02 MN.m jusqu'à 100 tonnes et 1 MN.m.

Suivant les efforts agissant sur le mouton au cours de son cycle (descente, impact, remontée), on distingue le mouton à chute libre, le mouton à simple effet, le mouton à double effet, et le mouton diesel (fig. 1.1.).

1.2.1. Mouton à chute libre

Le mouton dit "à chute libre" est le plus ancien. Il est soulevé au moyen d'un câble qu'on relâche pour le laisser retomber. Alors que dans l'antiquité, le câble était tiré par un ensemble d'hommes, actuellement, il est actionné par un treuil. Suite à la présence de cet élément dont le mouvement est coordonné à celui du mouton lors de sa chute, la chute n'est plus exactement "libre". On définit généralement le rendement η_c de la chute par l'expression :

$$\eta_c = \frac{W_c}{Mgh} \qquad (1.1)$$

dans laquelle :

W_c est l'énergie cinétique du mouton avant impact [MN.m]

M est la masse du mouton [Mkg] (1 Mkg = 10^6 kg = 1000 tonnes)

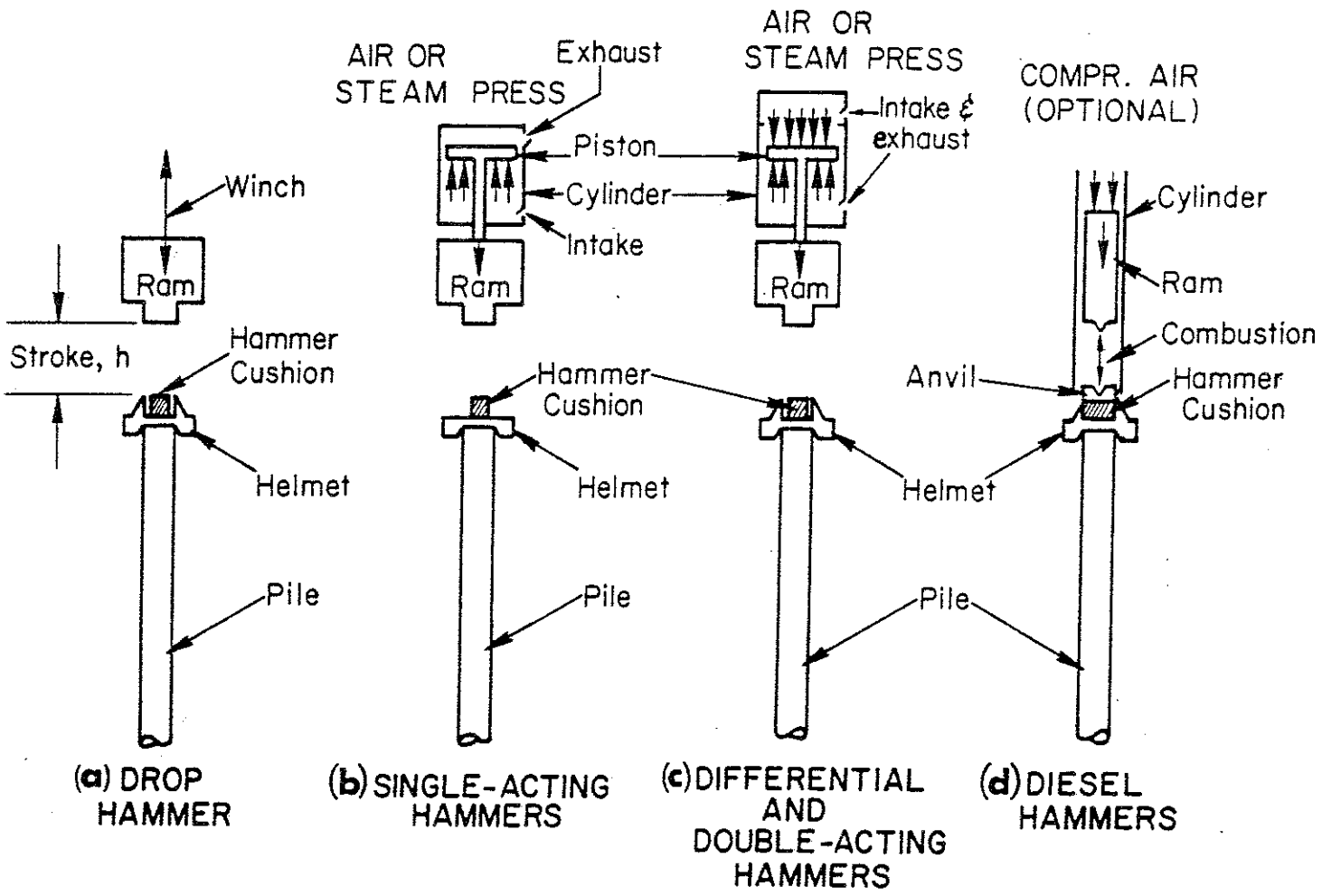
g est l'accélération du champ gravitationnel sur la terre [9,81 ms^{-2}]

h est la hauteur de chute [m]

Le problème est de déterminer W_c. Ceci peut se faire en mesurant exactement la vitesse d'impact v_i [m/s] du mouton; en effet,

$$W_c = \frac{1}{2} Mv_i^2 \qquad (1.2)$$

Outre ces mesures assez rares, on peut se baser sur un chronométrage du temps de chute, en déduire une accélération a supposée constante et calculer :



DIFFERENTS TYPES DE MOUTONS

a) Chute libre

b) Simple effet

c) Double effet

d) Diesel

FIGURE 1.1

$$\eta_c = \frac{Mah}{Mgh} = \frac{a}{g} \qquad (1.3)$$

Cependant cette méthode est imprécise à cause de la difficulté à mesurer de manière fiable le temps de chute. Nous proposons donc ci-après une méthode ayant l'avantage de faire intervenir les caractéristiques du treuil.

Définissons : r_t : rayon du tambour du treuil [m]
I_t : moment d'inertie du treuil autour de son axe de rotation [kg.m^2]
ω_t : vitesse angulaire du treuil [rad.s^{-1}]

Compte tenu de l'effort de freinage dû à l'accélération de la rotation du treuil, on établit aisément l'équilibre dynamique du mouton :

$$Ma = Mg - I_t . \frac{\dot{\omega}_t}{r_t} \qquad (1.4)$$

le câble étant enroulé sur le rayon r_t :

$$\dot{\omega}_t = a/r_t \qquad (1.5)$$

en introduisant la masse équivalente, m_t [kg] définie par :

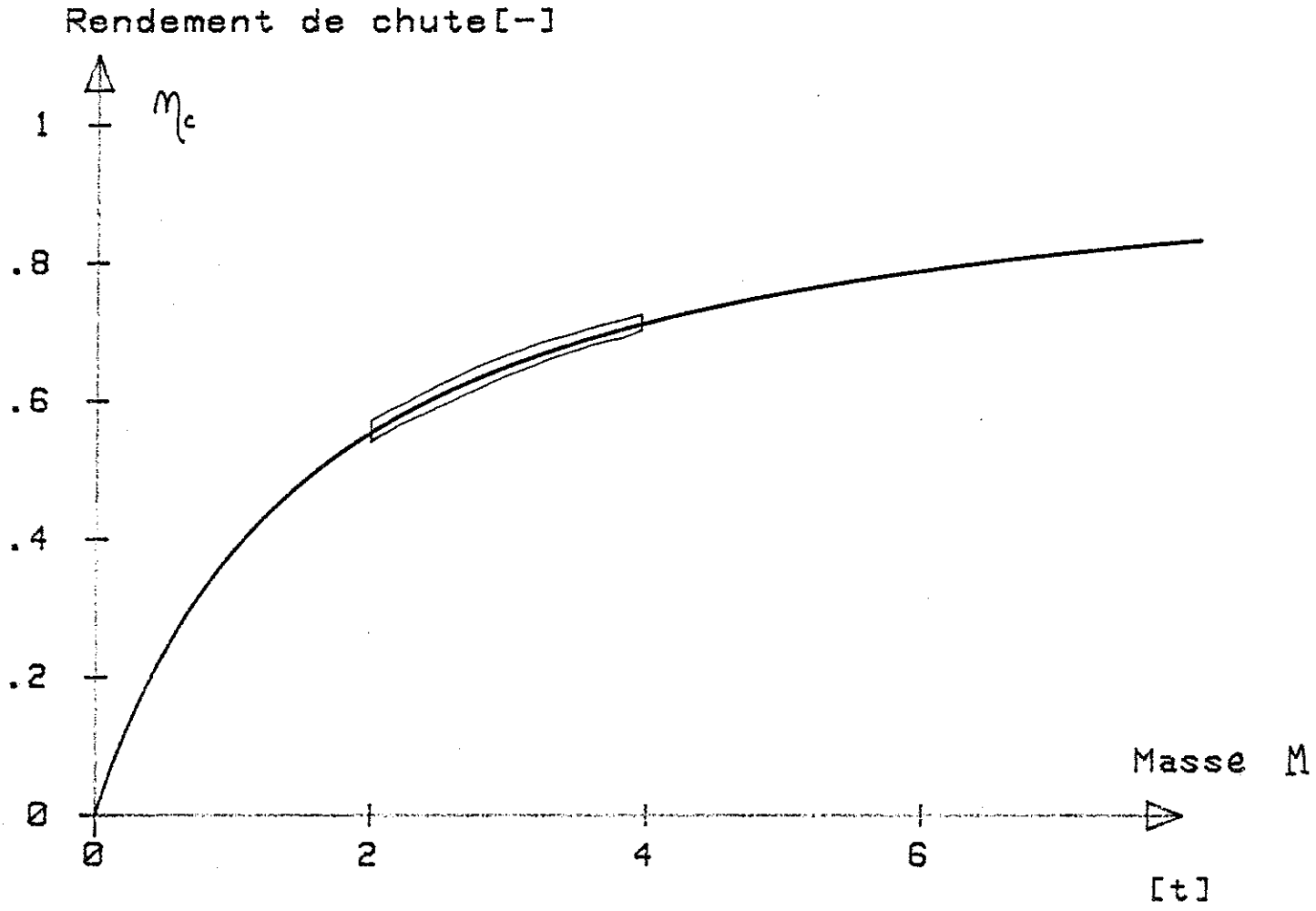
$$m_t = I_t/r_t^2 \qquad (1.6)$$

(1.4) peut se réécrire :

$$Ma = Mg - m_t a$$

$$\boxed{\eta_c = \frac{a}{g} = \frac{M}{M + m_t}} \qquad (1.7)$$

Nous en déduisons donc que le rendement d'une machine est influencée par la conception du treuil mais aussi par la masse du mouton. Ce dernier aspect est illustré par la figure 1.2 qui donne la valeur du rendement de la chute en fonction du poids du mouton pour une machine dont la masse équivalente a été fixée expérimentalement à 1.610 kg.
On observe que les valeurs pratiques de η_c varient de 0,5 à 0,8.



Rendement d'un mouton a chute libre

en fonction de sa masse pour un treuil donne

FIGURE 1.2

1.2.2. Mouton à simple effet

La distinction de ce mouton par rapport au premier est purement technologique car elle n'altère pas le principe du cycle subit par le mouton. Au lieu d'être relevé par un cable, le mouton est relevé par un ou des pistons fonctionnant soit à la vapeur, soit à l'air comprimé, soit à l'huile sous pression. La réaction à l'effort de relevage est fournie par le pieu. Lorsque la hauteur de relevage est atteinte, un mécanisme de dérivation du fluide moteur est actionné et le mouton retombe avec une accélération effective qui dépend de la conception du mouton et du moment où le fluide moteur agit de nouveau sur le mouton.

1.2.3. Mouton à double effet

Un mouton à double effet est un mouton à simple effet dont on a accélèré la chute sous l'action du fluide moteur. Le mouton est donc activé par un piston à double effet : lorsque la hauteur de relevage est atteinte, le fluide est dérivé de la chambre d'ascension vers la chambre de descente. L'ensemble du mécanisme reposant simplement sur le pieu, il est clair que l'effet d'accélération supplémentaire par rapport à la gravité est limité par le poids des pièces non actives du mouton : si M_T est la masse totale de l'équipement, le rendement de la chute sera au plus égal à :

$$\eta_c \leq g\left(1 + \frac{M_T - M}{M}\right) = g\,\frac{M_T}{M} \qquad (1\text{-}8)$$

Puisqu'en général le poids des pièces non actives est à peu près égal au poids du mouton, η_c sera au plus égal à 2.

Un autre procédé est utilisé pour accélérer la chute : c'est la chambre de rappel. Le mouton est accéléré vers le haut par un système à simple effet jusqu'à une hauteur inférieure à la course maximale. C'est à ce moment que le mouton commence à mettre en pression une chambre de compression simple qui le freine pour le réaccélérer vers le bas. L'effort maximal de compression de la chambre est également limité au poids des pièces non actives de l'équipement. Ce procédé est utilisé sur les moutons hydrauliques et diesel.

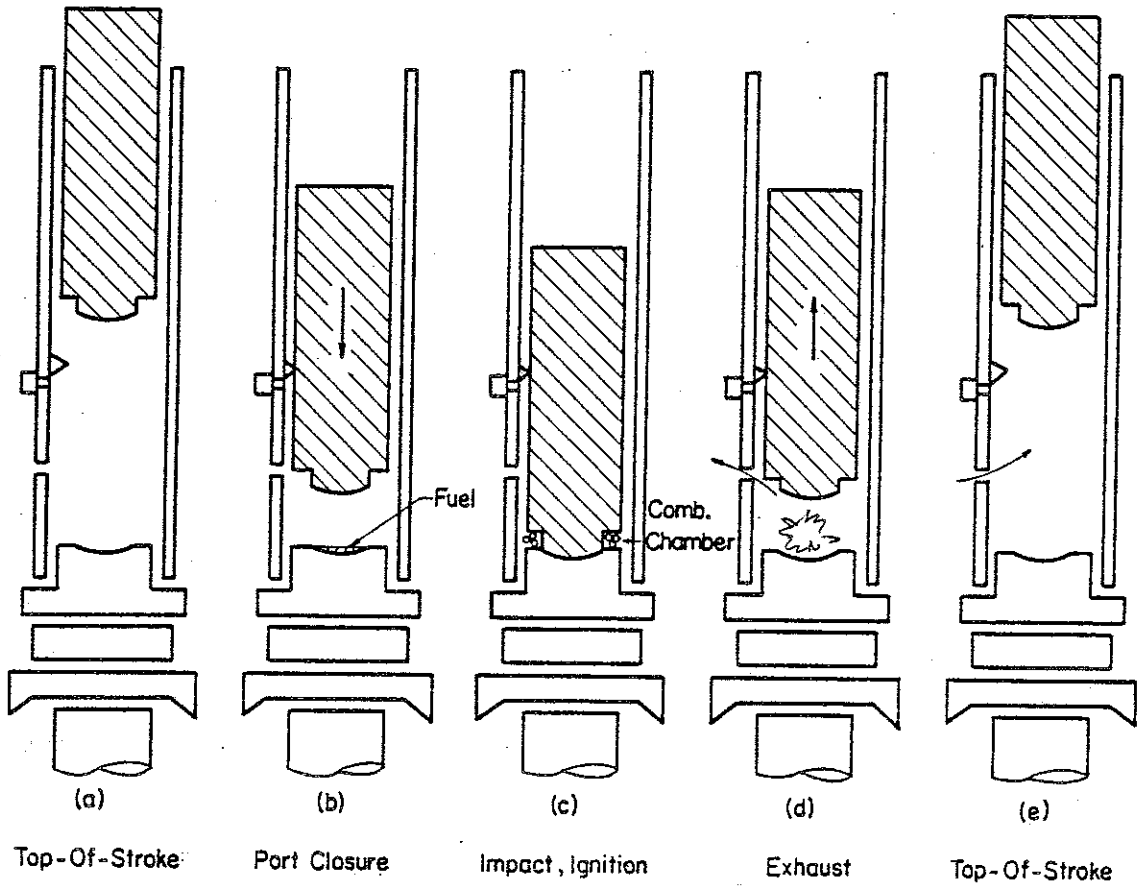
1.2.4. Mouton Diesel

C'est un des moutons les plus utilisés mais dont le cycle de fonctionnement, difficile à modéliser, est généralement insuffisamment connu.

Le mouton se compose de trois pièces essentielles co-axiales indépendantes, le cylindre, le piston et l'enclume (voir figure 1.3 p.10). Le piston qui est la masse frappante (maximum : 5 à 8 tonnes), coulisse dans le cylindre dont l'extrémité inférieure est rendue étanche par l'enclume qui peut également coulisser sur une course limitée. L'étanchéité du piston et de l'enclume par rapport à la section du cylindre est assurée par des segments. La masse de l'enclume peut être de l'ordre de 20 % de celle du piston. Le cycle démarre au moment où le mouton commence à descendre (fig. 1.3a). Avant d'atteindre le niveau des lumières pratiquées dans le cylindre, le piston chasse l'air par ces dernières. Dès que le piston descend en-dessous de ce niveau, la chambre de compression formée par les trois pièces se met en pression tandis que le mazout, injecté sous forme liquide prend place dans la cunette profilée à la tête de l'enclume (1.3.b). Au moment où la base du piston qui est profilée pour épouser la forme de la cunette de l'enclume entre en contact avec cette dernière (1.3.c), le mazout en est pulvérisé vers la chambre d'explosion annulaire ménagée par le profil du piston. En fonctionnement optimal, les conditions de pression et de température sont telles que l'explosion du mélange air-mazout commence endéans 1-2 ms pour se terminer après 5-6 ms. Suite à l'explosion, la pression régnant dans la chambre de combustion est multipliée par un facteur en général voisin de 2. Cette conversion d'énergie chimique en énergie de compression du fluide devenu moteur va servir à relever le piston (1.3.d) lors de la phase de détente. Cette phase au cours de laquelle le piston est accéléré vers le haut se termine lorsque ce dernier dégage les lumières par où l'air vicié s'échappe dans un premier temps et par où l'air neuf pénètre vers la fin du cycle (fig. 1.3.e).

L'avantage du mouton diesel est qu'il est automatique. Par contre, le contrôle de sa hauteur de chute est délicat (injection variable de mazout). Dans la plupart des cas, on ne la contrôle pas et on se contente d'observer que la hauteur de chute augmente lorsque le battage devient dur. La hauteur de chute est déduite de la mesure de la cadence de battage. A l'inverse, on observe un désarmorçage du mouton lorsque le terrain ne supporte pas suffisamment le pieu : l'effort de compression avant explosion accélère l'enclume et le pieu au point que la vitesse relative d'impact n'est plus suffisante pour pulvériser le mazout.

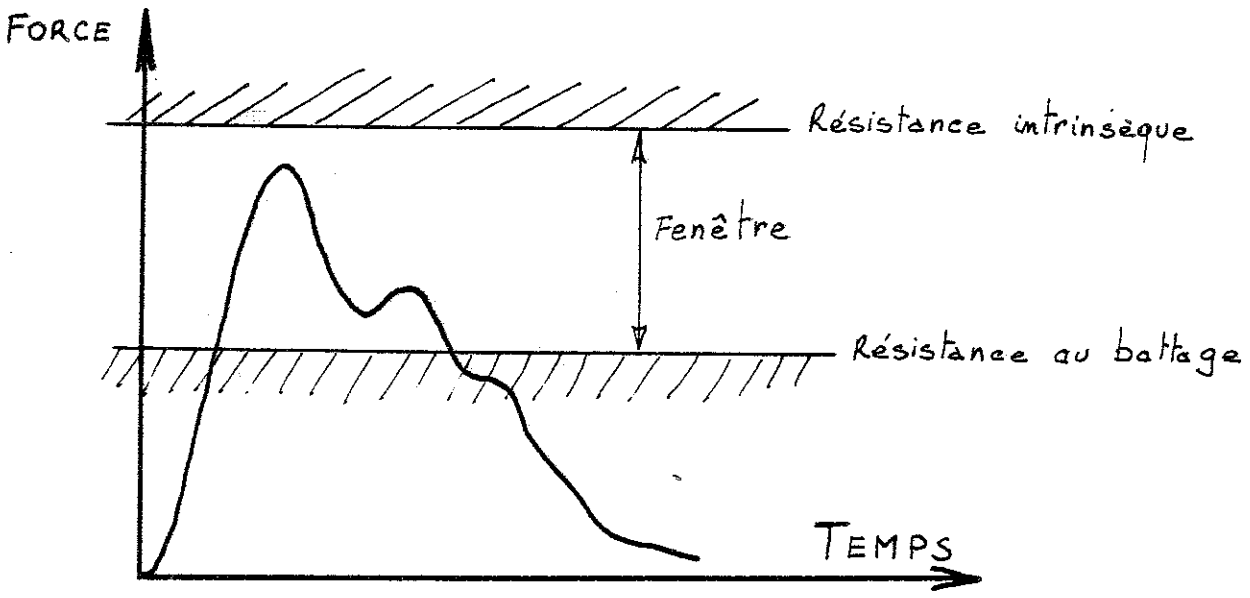
Beaucoup de controverses existent sur l'effet de l'explosion des gaz. Plusieurs thèses consacrées à l'analyse détaillée du cycle mécanique et thermodynamique du mouton diesel (Rempe (1975), Voitus van Hamme (1981)) nous permettent cependant de



CYCLE DE FONCTIONNEMENT DU MOUTON DIESEL

d'apres REMPE(1977)

FIGURE 1.3



CONTRAINTES CERNANT L'ART DE BATTRE

Diagramme de la force d'impact en fonction du temps

FIGURE 1.4

lever l'atmosphère ésotérique planant autour de leur rendement (voir paragraphe 2.2.3).

1.3. Casque

Pour le battage en tête, le casque est un élément vital qui n'a pas encore reçu l'attention qu'il mérite. Son rôle est de conditionner l'impact de manière à faire pénétrer le pieu sans le briser. Son poids, qui peut également atteindre 20 % de celui du mouton, introduit un effet d'inertie qui limite l'amplitude de l'effort dans les premiers instants de l'impact pour l'augmenter par la suite. Sa souplesse, qui doit être liée à la masse frappante et à la section, l'élasticité et la masse du pieu permet de limiter l'effort à un niveau acceptable pour le pieu.

Divers matériaux sont utilisés pour constituer l'élément flexible du casque : bois (contreplaqué, chêne, hêtre, azobé, bongossi), métal (déchets de cable, rondelles belleville), matières plastiques (nylon, PTFE et d'autres marques déposées : Polypenco, Hostallen...) matières minérales (asbeste, micarta).

La difficulté est de maintenir les caractéristiques de compression et décompression des matériaux mis en oeuvre. Celles-ci sont, en effet, mises à rude épreuve étant donné l'énergie mise en jeu, eu égard au faible volume recherché, et à la répétition des chocs. La diversité des matériaux essayés est à la mesure de la difficulté de ce problème. Plus récemment, sont apparus des casques dits "mécaniques" à grande souplesse mais précontraints. L'objectif recherché est de conditionner la force de l'impulsion sous la forme la plus rectangulaire possible : monter vite à une charge que l'on prolonge le plus longtemps possible.

Lors du fonçage de pieux en béton, outre le matériau souple qui vient en contact avec le mouton, on prévoit un matériau relativement malléable entre le casque et la tête du pieu de manière à en reprendre les défauts de surface et d'alignement.

1.4. L'art de battre

Ayant présenté les éléments intervenant dans le problème, nous sommes en position de cerner l'art de battre. Le batteur du pieu doit tenir compte de deux contraintes techniques essentielles :

- la résistance intrinsèque du pieu à battre
- la résistance au battage offerte au pieu par le terrain.

Il ne peut dépasser la première et il doit surpasser la seconde. Pour arriver à cet objectif, il doit sélectionner
- le mouton et
- le casque

qui conditionneront l'impulsion communiquée au pieu.

Les contraintes peuvent se schématiser dans un diagramme : force de battage-temps (fig. 1.4 p. 10). L'impulsion devra se situer aussi longtemps que possible dans la fenêtre laissée libre par les deux contraintes. Il va de soi que la marge de manoeuvre se réduit avec l'écart existant entre les deux contraintes et que si la résistance au battage dépasse la résistance intrinsèque du pieu, le pieu est théoriquement "imbattable". C'est pour éviter ce genre de problème que certains auteurs de projet prévoient le battage "au refus" plutôt qu'à profondeur prédéterminée. Pour mieux faire ressentir le problème, nous utiliserons l'analogie avec la situation où nous essayons de rattraper en voiture quelqu'un roulant à son rythme sur une route où la vitesse est limitée. Nous ne gagnons du terrain que si nous roulons plus vite que celui que nous poursuivons mais nous écoppons d'un P.V. si nous dépassons la limite de vitesse. Nous savons à quel point il est difficile de rattraper quelqu'un qui roule près de la limite et qu'il nous sera impossible de le rattraper en respectant le code de la route si le poursuivi en fait fi.

La schématisation du problème met en lumière l'intérêt qu'il y a à mieux connaître les contraintes et les éléments qui permettent de les observer. Dans ce cadre, nous travaillerons principalement à la meilleure connaissance de la limite inférieure (la résistance au battage) au moyen d'une estimation plus précise de l'impulsion fournie par l'équipement mis en jeu. Il est difficile en effet de séparer les deux aspects en raison de l'interaction se jouant entre le sol, le pieu, le casque et le mouton.

2. APPROCHE PRAGMATIQUE : LA FORMULE DE BATTAGE

Bien que les formules de battage aient des limitations importantes, elles sont encore utilisées en raison de leur facilité à être appliquées. C'est pourquoi, outre les raisons historiques, nous en faisons ici le bref tour.

2.1. Hypothèses

Les formules de battage sont tirées de considérations énergétiques : l'énergie disponible au mouton est transférée en travail utile (plastique) de pénétration et en énergie généralement élastique perdue. L'équation de l'énergie se présente sous la forme (I. Sørensen et B. Hansen (1957))

$$\eta_i \eta_c Mgh = \frac{1}{2} Q_D \cdot s_{el} + Q_D \cdot s \qquad (1.9)$$

dans laquelle :

η_i est le rendement de l'impact [-]

Q_D est la résistance au battage du pieu [MN]

s est l'enfoncement permanent sous le choc, ou refus [m]

s_{el} est l'enfoncement transitoire ou différence entre l'enfoncement maximum et l'enfoncement permanent.

La forme de l'équation (1.9) suppose que la résistance Q_D est située essentiellement à la base du pieu et qu'elle est du type élastique-plastique. En effet, la pondération de l'énergie élastique ainsi que l'expression de cette dernière permet d'inclure des pertes élastiques autres que celles du pieu proprement dit (dans le sol et dans le casque).

Le coefficient η_i tient compte en principe du rebondissement du mouton. Les termes d'énergie sont clairement définis mais les coefficients η_i et η_c varient d'une formule à l'autre. Pour en comprendre les implications, nous passerons en revue quatre formules couramment utilisées : la formule dite hollandaise (appelée aussi formule d'Eytelwein), la formule de Hiley, la formule danoise et la formule Delmag (pour les moutons diesel).

2.2. Quatre exemples

2.2.1. Formule hollandaise

Cette formule s'exprime par l'expression générale (1.9.) dans laquelle :

$$\eta_i = \frac{M}{M + M_p} \qquad (1.10)$$

$$s_{el} = 0$$

où M_p est la masse du pieu.

On fait donc l'hypothèse d'une résistance rigide plastique, d'un pieu et d'un mouton rigide mais les pertes sont concentrées dans le coefficient η_i, qui est obtenu au départ de la théorie des chocs avec conservation d'énergie.

2.2.2. Formule de Hiley

Dans l'expression générale (1.9.), on exprime,

$$\eta_i = \frac{1 + e_b^2 \frac{M_p}{M}}{1 + \frac{M_p}{M}} \qquad (1.11)$$

$$s_{el} = C_1 + C_2 + C_3$$

avec e_b : coefficient de restitution dépendant du casque ($0{,}25 \leq e_b \leq 0{,}55$ avec valeur recommandée de $0{,}4$).

C_1 : compression transitoire influencée par la tête du pieu et le casque. Les valeurs de C_1 sont données par Hiley (1930) sous la forme d'un tableau où interviennent la composition du casque éventuel et la dureté du battage, exprimée par la contrainte verticale dans le casque ou dans la tête.

$0 \leq C_1 \leq 12$ mm

C_2 : compression transitoire du pieu donnée par l'expression :

$$C_2 = \frac{Q_D \cdot L}{A \cdot E_p}$$

dans laquelle :

L est la longueur du pieu [m]

A est la section du pieu $[m^2]$

E_p est le module d'élasticité du pieu $[MN/m^{-2}]$

on constate que c'est la compression élastique du pieu-colonne sous la charge statique Q_D.

C_3 : compression transitoire du sol. Hiley recommande une valeur moyenne de 2,5 mm avec une plage générale : $0 \leqslant C_2 \leqslant 5$ mm.

Cette formule distingue mieux les types de pertes entre le mouton, le casque, le pieu et le sol. Un avantage est que la détermination expérimentale du rebond donne la valeur $C_2 + C_3$. Pour être logique, il faudrait préciser en fait qu'il y a lieu de faire la correction sur la longueur puisque la mesure du rebond ne se fait pas toujours à la tête du pieu. Cette formule est très couramment utilisée dans le monde anglo-saxon avec des valeurs de η_c précisées pour un nombre étendu de marques et de types de mouton. La formule reste empirique en raison de l'expérience nécessaire à déterminer les valeurs de C_1 et C_3. La valeur du coefficient de restitution ne peut pas se rapprocher de la définition usuelle. Si l'on fait $e_b = 1$ dans l'expression de η_i, on obtient 1 alors qu'un coefficient de restitution élevé a tendance à faire rebondir davantage le mouton.

2.2.3. Formule danoise

La formule danoise (T. Sørensen et B. Hansen 1957) s'obtient en posant dans l'expression générale 1.9 :

$$\eta_i = 1$$

$$s_{el} = \sqrt{\frac{2\eta_c \, Mgh \, L}{AE_p}} \qquad (1.12)$$

La formule donnant s_{el} a été déduite de considérations dimensionnelles dans le cas où la résistance Q_D est nulle :

$$\eta_c \, Mgh = \frac{1}{2} Q_o \, S_{el} = \frac{1}{2} \sqrt{2\eta_c \, Mgh \, \frac{AE_p}{L}} \cdot \sqrt{2\eta_c Mgh \, \frac{L}{AE_p}} \qquad (1.13)$$

où :

$Q_o = \sqrt{2\eta_c \, Mgh \, \frac{AE_p}{L}}$ est le facteur d'échelle des forces.

Dans l'expression générale 1.9, on effectue alors $Q_o = Q_D$ en supposant que la force dans le pieu est principalement conditionnée par la résistance à la pénétration. La formulation adimensionnelle permet d'ailleurs de présenter fort simplement les formules de battage dans un graphique (Q_D/Q_o, s/s_{el}) et de comparer dans ces axes la correspondance avec les mesures de battage effectuées et pour lesquelles on dispose d'un essai de charge.

2.2.4. Formule Delmag

La formule établie par Crandal (Kümmel 1978) est citée pour son application aux moutons diesel. Il s'agit d'un croisement entre la formule hollandaise et celle de Hiley : on l'obtient en faisant dans la formule générale 1.9 :

$$\eta_i = \frac{M}{M + M_p} \qquad (1.14)$$

$s_{el} = C_2 + C_3$ déterminé expérimentalement.

Pour les moutons diesel, si la hauteur de chute réelle h est déduite de la cadence de battage, la valeur de η_c peut être prise proche de l'unité (η_c = 0,95 - 1,00). Par contre, si l'énergie du fabricant est introduite à la place de Mgh, la valeur η_c peut descendre jusqu'à 0,5.

2.3. Utilité et limitations

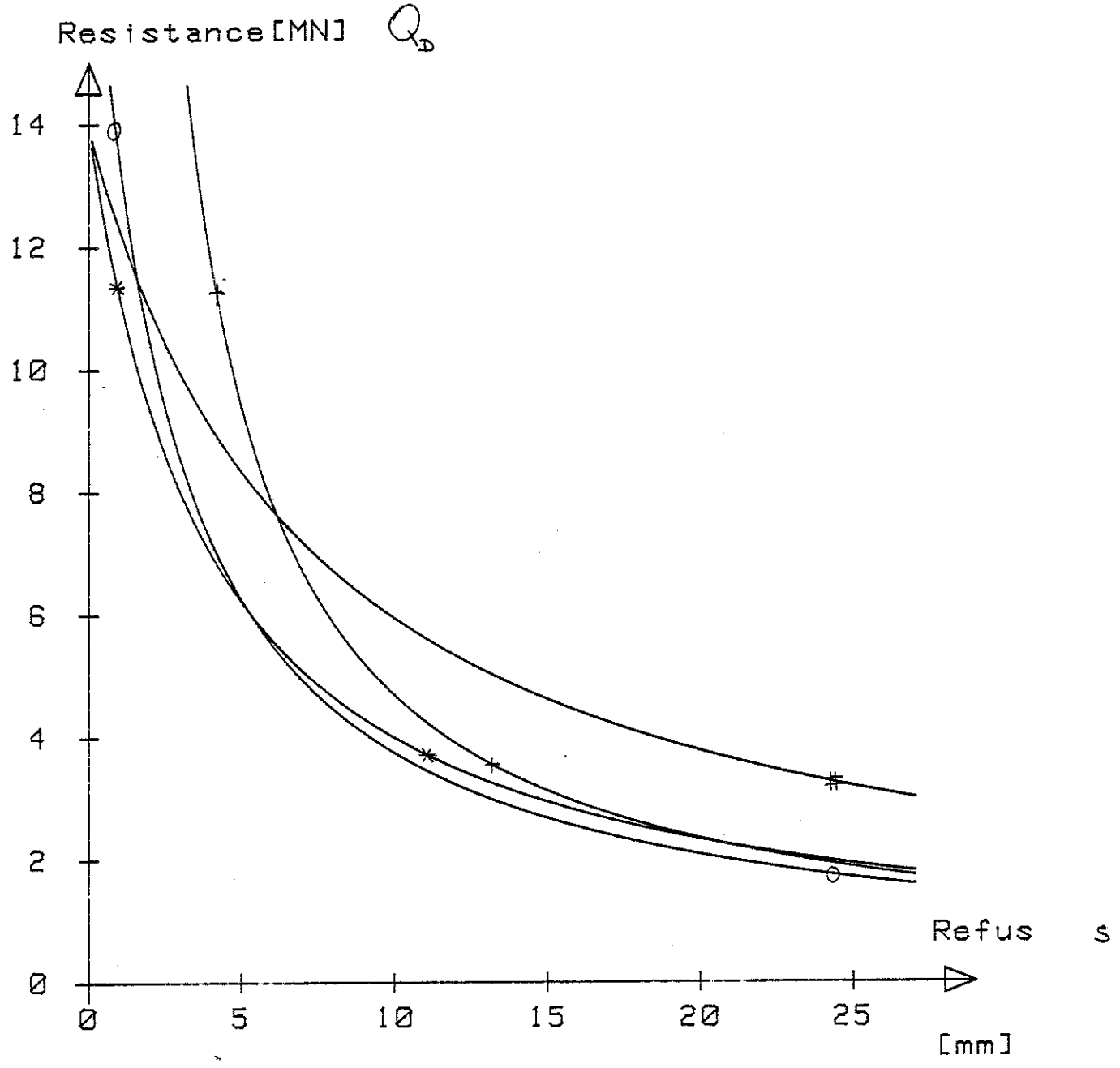
La formule de battage peut être utilisée à 3 fins :
- prévoir un diagramme de battage connaissant la résistance au battage Q_D du refus, et en particulier le refus
- déduire la résistance au battage Q_D à partir du refus
- servir de base de comparaison lorsqu'on dispose de données sur Q_D et sur le refus.

Les auteurs ayant développé leur formule dans une de ces optiques plutôt que dans les autres, on comprendra aisément les variations des résultats lorsque l'on compare plusieurs formules de battage. Certains auteurs se sont affranchis d'une incertitude en prenant une sécurité soit par rapport au refus, soit par rapport à la résistance au battage : ces déviations sont antagonistes et il faut connaître le cadre exact dans lequel une formule a été établie pour l'appliquer utilement.
La comparaison se limite ici aux quatre formules mentionnées à la figure 1.5 mais dans certaines analyses (Kümmel 1980)

+ hollandaise O Delmag

* Hiley

danoise



COMPARAISON DE 4 FORMULES DE BATTAGE

Resistance au battage en fonction du refus

FIGURE 1.5

apparaissent plus d'une cinquantaine de formules. Pour illustrer ces différences ont été portées à la figure 1.5 les résistances dynamiques Q_D en fonction du refus pour un cas pratique analysé expérimentalement :

$M = 5.7$ t
$h = 1.85$ m
$\eta_c = 1$
$L = 14$ m
$A = 0.0625$ m^2
$E_p = 210000$ MPa
$\rho_p = 7.85$ t/m^3

qui donnent : $\frac{M_p}{M} = \frac{7.85 \times 14 \times 0.0625}{5.7} = 1.21$

La formule hollandaise devient : $Q_D = 0.0468/s$

Pour la formule de Hiley, on a fait l'hypothèse $e_b = 0.4$
$C_1 = 3$ mm

Pour les formules de Hiley et Delmag, on a obtenu expérimentalement $C_2 + C_3 = 5$ mm

La formule de Hiley est donc : $Q_D = \frac{0.05586}{s + 0.004}$

tandis que celle de Delmag devient : $Q_D = \frac{0.0468}{s + 0.0025}$

La formule danoise qui se distingue graphiquement des autres est devenue :

$$Q_D = \frac{0.10345}{s + 0.004}$$

Dépendant de l'une des 4 formules adoptée dans notre exemple pour lequel la valeur de s est de 5 mm, la résistance dynamique varie entre 6 et 10 MN. L'analyse détaillée par simulation du choc fera apparaître une résistance de 5 MN tandis que l'essai de mise en charge, une charge limite de 5 MN et une charge de rupture autour de 6 MN.

Ce fait en soi éclaire les disparités et convainc que le problème ne peut se résumer en une formule générale. Les reproches principaux que nous adressons à ces formules sont la non considération de phénomènes physiques suivis dans le temps et l'empirisme nécessaire à leur application.

A cet égard, la 3ème optique d'utilisation, en restreignant le cadre de l'application d'une formule, en rend les résultats plus fiables. En effet, si la même formule est appliquée pour juger de l'hétérogénéité d'un site d'étendue limitée, les paramètres qui y interviennent auront été préalablement calibrés : η_c, η_i, s_{el} sur un même matériel de battage, un même type et gabarit de pieu et sur un même site.

En dehors de cette application, l'utilisation des formules de battage est périlleuse, ainsi que le démontre en suffissance les études dans ce domaine. Le risque est d'autant plus élevé que le pieu est long, puisque l'hypothèse du choc rigide est commune à toutes ces formules. Cependant, si l'on devait quand même s'y résoudre, il nous semble que la formule danoise, et la formule de Hiley, une fois les constantes déterminées expérimentalement devraient être choisies, en raison de leur meilleure correspondance avec des résultats d'essais de mise en charge, ainsi que rapporté plusieurs fois dans la littérature (T. Sørensen et B. Hansen (1957), L. Hansen et W. Schroeder (1977)).

Bien qu'il semble a priori illusoire de vouloir résumer le phénomène du battage en une formule, il ne serait pas inutile, de voir dans quelle mesure les résultats d'analyses faisant intervenir de manière détaillée la propagation du choc dans le pieu et la réaction du sol, pourraient être ramené à une forme plus simple et plus universelle.

3. APPROCHE ANALYTIQUE : L'EQUATION DE L'ONDE

Puisque par quelques exemples, nous avons démontré la nécessité d'examiner en détail les problèmes se produisant pendant le battage d'un pieu, nous allons présenter ci-après l'outil d'analyse propre à cette fin et qui a fait sa première apparition dans le domaine du battage des pieux dès 1960 (Smith (1960)). Depuis, elle entre de plus en plus dans l'industrie lors de cas où les enjeux sont importants (off-shore, nombre de pieux élevés, pieux profonds dont le battage est difficile à prévoir, litiges).

3.1. Equation fondamentale.

C'est D.V. Isaacs (1931) qui selon Smith (1960) a été le premier à comprendre que le battage d'un pieu pouvait s'analyser au départ des ondes qui le parcourent. Les premières approches théoriques et métrologiques sont dues à Glanville, Grine, Fox et Davies (1938), mais cet outil n'a vraiment pris son essor qu'avec l'apparition des ordinateurs.

L'équation fondamentale sur lequel notre approche s'appuiera est cependant beaucoup plus ancienne (D'Alembert (1747), St. Venant (1863)) et a été appliquée à d'autres problèmes que celui du battage d'un pieu.

On part du principe que lorsqu'une force est appliquée à une extrémité d'un corps élastique allongé, tel qu'un pieu au repos, le mouvement n'est pas immédiatement transmis à toutes les parties de ce pieu. Au début, les parties éloignées du point d'application ne subissent aucune modification et les déformations produites par la force se propagent à travers le corps sous la forme de vibrations élastiques. L'effet se fait attendre d'autant plus longtemps que la partie est éloignée du point d'application de la force. (Principe de causalité : l'effet suit la cause). Lors du battage d'un pieu, la durée de l'impulsion en tête étant courte ou comparable au temps nécessaire à la propagation de cet effort dans le pieu, il devient indispensable de supposer que le déplacement du pieu au cours du temps n'est pas uniforme. On posera donc que le déplacement du pieu est fonction de la position et du temps.

En prenant l'axe du pieu de section A supposée constante comme axe des z, et en supposant que la section transversale reste plane pendant la déformation, la compression unitaire ε_z, due au déplacement axial u est égale en une section courante à :

$$\varepsilon_z = \frac{du}{dz} \qquad (1.15)$$

On a supposé que le déplacement axial est une fonction de la position z du point défini par rapport au pieu dans sa situation initiale et du temps t :

$$u_z = u_z\,(z,t)$$

Si l'on admet que le matériau constituant le pieu est élastique, son comportement est décrit par la relation suivante entre la compression axiale ε_z et la contrainte axiale σ_z de compression :

$$\sigma_z = E_p\,\varepsilon_z \qquad (1.16)$$

Pour la suite de ce chapitre où l'analyse est unidimensionnelle suivant l'axe des z, on adoptera par simplification les notations suivantes :

$$u \equiv u_z$$

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_z$$

$$\sigma \equiv \sigma_z$$

En d'autres termes, on laisse tomber l'indice z que l'on ne réintroduira que lorsque la confusion deviendra possible.

L'effort de compression correspondant dans le pieu est

$$AE_p \frac{\partial u}{\partial z}\ .$$

Si l'on considère un élément de pieu libre compris entre deux sections transversales en z et z + dz, l'équilibre de translation axial s'écrit :

$$AE_p \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\,dz\right) - AE_p \frac{\partial u}{\partial z} = A\rho_p dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (1.17)$$

où dz est une épaisseur infinitésimale

ρ_p est la masse volumique du matériau ou masse par unité de volume $[kg/m^3]$

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ est l'accélération à la section considérée.

Après simplification, on exprime cet équilibre sous la forme canonique :

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}} \qquad (1.18)$$

dite équation de l'onde dont la vitesse de propagation v_c est donnée par la substitution :

$$v_c = \sqrt{\frac{E_p}{\rho_p}} \quad [ms^{-1}] \qquad (1.19)$$

Les considérations ayant été faites en négligeant les dimensions et déformations transversales de la section, on parlera de l'onde unidimensionnelle et de la vitesse de barre.

Par substitution dans l'équation 1.18, il apparaît que deux solutions fondamentales de l'équation différentielle homogène de second ordre aux dérivées partielles sont :

$$f_1(z + v_c . t) \text{ et } f_2(z - v_c . t) \qquad (1.20)$$

La première exprime une forme d'onde de déplacement se translatant sans modification à la vitesse constante $- v_c$ et la seconde à la vitesse $+ v_c$ le long de l'axe des z. Cette vitesse v_c est bien la vitesse de propagation de formes d'ondes déterminées par les conditons initiales et les conditions aux limites. Elle ne dépend que du module d'élasticité E_p et de la masse volumique ρ_p du matériau constituant le pieu.

Les fonctions f_1 et f_2 peuvent être utilisées pour décrire une onde de type quelconque : onde de déplacement, onde de vitesse, onde de force...

A titre d'exemple, si l'on suppose une barre infinie au repos pour laquelle le déplacement initial est donné par l'équation :

$$u(z,o) = f(z)$$
$$\text{avec } \dot{u}(z,o) = 0 \qquad (1.20.b)$$

L'équation générale 1.20 est utilisée pour exprimer :
$u(z,o) = f_1(z) + f_2(z)$
et :

$$\dot{u}(z,o) = v_c\left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial f_2}{\partial z}\right) \qquad (1.20.c)$$

Les 2 conditions limites sont satisfaites pour

$$f_1(z) = f_2(z) = \tfrac{1}{2} f(z) \qquad (1.20.d)$$

On en conclut que le déplacement initial se dissocie en 2 ondes de forme et d'amplitudes égales à la moitié de l'onde initiale, voyageant en sens opposés ainsi que le montre la figure 1.6 p. 24. Inversément, un état f (z) donné peut être réalisé par la composition de 2 ondes identiques se confondant au moment choisi.

Pour simplifier les notations tout en les rendant plus parlantes, on conviendra d'affecter la composante de l'onde se dirigeant dans le sens positif, (négatif) de l'axe z d'une flèhe vers le bas (haut) :

$$f_1(z + v_c . t) \rightarrow f\uparrow$$
$$f_2(z - v_c . t) \rightarrow f\downarrow \qquad (1.20.e)$$

De plus, et tant que l'on se confinera au problème unidimensionnel, on appelera :

$v\uparrow$; $v\downarrow$; ondes de vitesse et
$F\uparrow$; $F\downarrow$; ondes de force.

3.2. Conditions initiales et aux limites simples

La condition initiale la plus simple est le repos :

$$u(z,o) = 0 \text{ et } \dot{u}(z,o) = 0 \qquad (1.21)$$

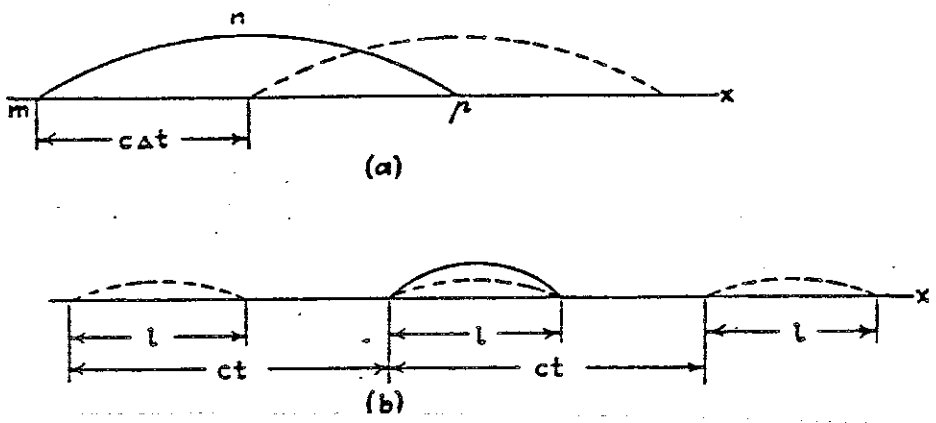
3.2.1. Contrainte appliquée soudainement en une extrémité

La condition géométrique permettant de ne faire apparaître que l'onde se déplaçant dans le sens de l'axe z est le pieu semi-infini dont les points de l'axe sont définis par :

$$z \geqslant o \qquad (1.22)$$

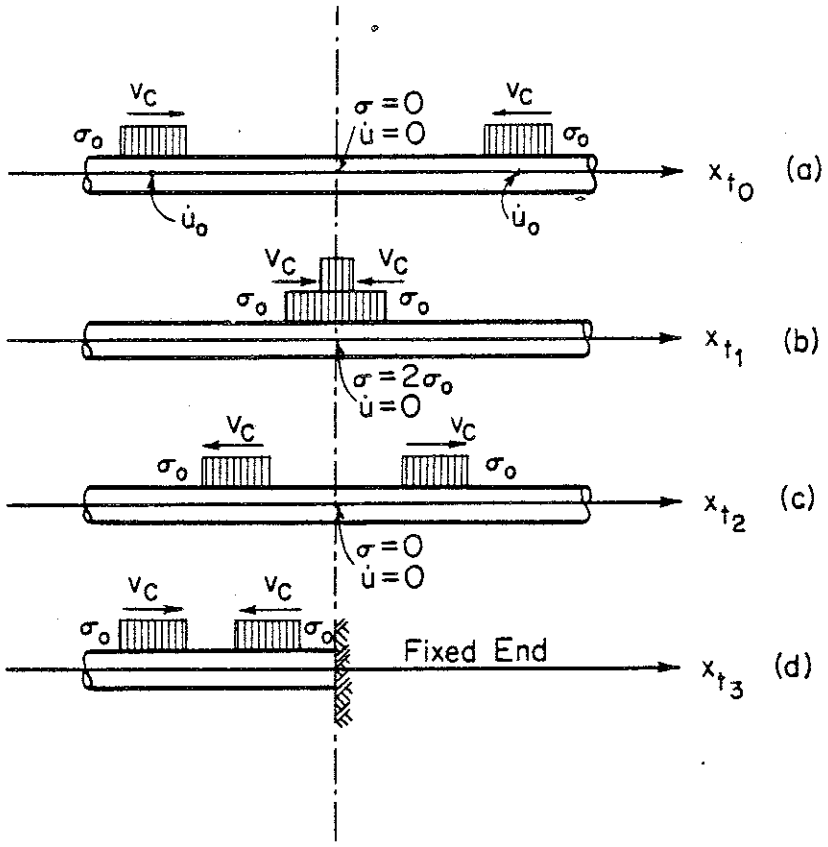
Une contrainte appliquée σ brusquement et maintenue constante produit dans un premier instant la compression de la première couche infiniment mince de la tête du pieu. Cette compression se transmet de proche en proche, ayant pour effet de soumettre la partie perturbée du pieu à la contrainte constante appliquée en tête. En même temps que la partie comprimée s'étend en direction de l'infini à une vitesse v_c, elle se déplace à une vitesse $\dot{u}$ constante égale à la vitesse de raccourcissement de son extrémité et qui est égale au produit de la déformation et de la vitesse v_c.

$$\dot{u}(z \leqslant v_c.t,\ t) = \dot{u}(o,t) = \varepsilon . v_c = \frac{\sigma}{E_p} . v_c \qquad (1.23)$$



SOLUTIONS FONDAMENTALES DE L'EQUATION DE L'ONDE UNIDIMENSIONNELLE

FIGURE 1.6



CONDITION DE L'EXTREMITE FIXE

tiré de RICHART et al(1970)

FIGURE 1.7

Cette condition peut s'exprimer par :

$$\dot{u}\ (o,t) = \frac{\sigma\ (o,t)}{\sqrt{E_p \cdot \rho_p}} = \frac{F\downarrow\ (o,t)}{A\ \sqrt{E_p \cdot \rho_p}} \qquad (1.23.b)$$

dans laquelle on a généralisé la forme de la fonction définissant la contrainte initiale en tête, en appliquant le principe de superposition. On constatera que la vitesse des particules $\dot{u}$ est de même sens que celle de l'onde dans le cas de la compression. Si la contrainte appliquée en tête du pieu était une traction, la vitesse des particules serait de sens opposé à celle de l'onde.
Il est intéressant de noter la simplicité de l'équation 1.23 qui établit la proportionalité entre la déformation et la vitesse à la tête du pieu semi-infini :

$$\varepsilon = \frac{\dot{u}}{v_c} = \dot{u} \sqrt{\frac{\rho_p}{E_p}} \qquad (1.24)$$

Cette proportionalité ne dépend que de la masse volumique et du module d'élasticité. La déformation admissible d'un matériau ε_{max} limite la vitesse de déplacement sous impact de ses particules $\dot{u}_{max}$:

$$\dot{u}_{max} = \varepsilon_{max} \sqrt{\frac{E_p}{\rho_p}} \qquad (1.25)$$

Cette vitesse maximale augmente avec la rapidité avec laquelle l'énergie est éloignée du point d'application de la perturbation. Dans le cas de la contrainte constante appliquée soudainement, on démontre facilement que l'énergie transmise à la tête du pieu se répartit en une énergie potentielle de déformation :

$$A \cdot v_c \cdot t \times \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E_p} \qquad (1.26)$$

et une énergie cinétique égale à :

$$\frac{1}{2} (\rho_p\ A\ v_c \cdot t)\ \dot{u}^2 = \frac{1}{2} A\ v_c \cdot t \cdot \frac{\sigma^2}{E_p} \qquad (1.26.b)$$

qui sont égales.

L'expression 1.23.b, permet de définir l'impédance spécifique du matériau :

$$I_\sigma = \sqrt{E_p\ \rho_p} \qquad [MPa/ms^{-1}] \qquad (1.27)$$

qui est le rapport entre la contrainte et la vitesse. Lorsqu'on la multiplie par la section du pieu, on parle alors de l'impédance, qui est le coefficient d'amortissement du dashpot simulant le comportement de l'extrémité d'un pieu semi-infini.

$$I = A \sqrt{E_p \rho_p} = \rho_p \cdot v_c \, A \qquad [MN/ms^{-1}]$$

Si on avait considéré l'autre moitié du pieu semi infini ($z \leq 0$), et donc exclusivement les ondes ascendantes, l'équation 1.23.b serait réécrite, en tenant compte des conventions de signe :

$$\varepsilon = - \dot{u} \sqrt{\frac{\rho_p}{E_p}} \qquad (1.27.b)$$

De plus, pour être complet et tenir compte de l'état initial, on exprime la solution pour un corps soumis à une force statique initiale F_o et animé d'une vitesse uniforme initiale v_o, :

$$F\downarrow = I \, v\downarrow \qquad (1.28)$$
$$\text{et } F\uparrow = - I \, v\uparrow$$

avec $\dot{u} = v_o + v\uparrow + v\downarrow$
et $F = F_o + F\uparrow + F\downarrow$

3.2.2. Extrémité fixe

La condition de fixité de l'extrémité du pieu $z = o$ s'exprime par :

$$u\,(o,t) = 0 \qquad \forall t$$

qui implique : (éq. 1.20)

$$f_1\,(v_c \cdot t) + f_2\,(v_c \cdot t) = 0 \qquad (1.29)$$

ou l'existence de 2 ondes de déplacement de signe opposé et d'égale amplitude, l'une f_1 incidente, l'autre f_2 réfléchie. Le signe de la déformation correspondant à ces deux ondes est le même. Pour que la vitesse soit nulle en un point, il est nécessaire que la vitesse de particule correspondant à l'onde ascendante annule celle correspondant à l'onde descendante. Or, nous avons vu par exemple que la

vitesse des particules était de même sens que l'onde de compression qui les anime.

En utilisant 1.28,

$$v\downarrow + v\uparrow = 0 \qquad (1.30)$$

ou $F\downarrow - F\uparrow = 0$,

on obtient :

$$F = F\uparrow + F\downarrow = 2\,F\downarrow$$

Il est donc nécessaire que les deux ondes de déformation correspondent en amplitude et en signe à tout moment au point fixe. La contrainte régnant en ce point est par conséquent le double de l'onde incidente ou réfléchie égale. Cette condition est illustrée à la figure 1.7 p. 24 où l'on voit que la condition du point fixe est équivalente à celle de l'extrémité fixe.

3.2.3. Extrémité libre

Une extrémité libre de contrainte est rendue par la condition :

$$\sigma(0,t) = 0 \quad \forall\, t \qquad (1.31)$$

Pour que la contrainte s'annule en ce point, $z = 0$, par la combinaison de l'onde ascendante et de l'onde descendante, il est nécessaire que les contraintes qui y correspondent soient de même amplitude, mais de signe opposé. Si, par exemple, l'onde descendante est une onde de compression, à laquelle correspond une vitesse de particule vers le bas, l'onde ascendante ou réfléchie à l'extrémité devra être une onde de traction, à laquelle correspond une vitesse de particule également dirigée vers le bas, puisque pour la traction, les vitesses d'onde et de particule sont de signes opposés. En utilisant 1.23b et 1.28, on confirme :

$$F\uparrow + F\downarrow = 0 \qquad (1.32)$$

ce qui donne :

$$v\uparrow - v\downarrow = 0$$

ou $\dot{u} = v\uparrow + v\downarrow = 2v\uparrow$

Il en résulte qu'au point où la contrainte est nulle, la vitesse de particule est double de celle correspondant à l'onde de traction réfléchie ou celle correspondant à l'onde de compression incidente. Cette condition est illustrée à la figure 1.8 p. 29 où l'on voit que la condition de contrainte nulle au sein d'une barre correspond à sa coupure laissée libre.

3.3. Conditions aux limites réelles

3.3.1. Choc d'un mouton sur un pieu de même impédance

La condition initiale prévalant avant l'impact est :

$$\dot{u}(z,t) = v_i \quad \text{pour } t \leqslant 0 \text{ et } z \leqslant 0$$
$$\dot{u}(z,t) = 0 \quad \text{pour } t \leqslant 0 \text{ et } z \geqslant 0 \,, \qquad (1.33)$$

si l'on considère un pieu semi-infini défini par $z \geqslant 0$ et un mouton semi-infini de même impédance que ce dernier, défini par z et animé d'une vitesse uniforme constante v_i : vitesse d'impact.
Pendant le contact se développant au cours de l'impact, la compatibilité des déplacements impose, en adoptant l'indice 1 pour le mouton (z) et l'indice 2 (z o) pour le pieu :

$$\dot{u}_1(-dz,t) = \dot{u}_2(+dz,t) \quad \text{pour } dz \quad \text{et } t \quad o \qquad (1.34)$$

tandis que l'équation d'équilibre impose, grâce aux sections égales :

$$_1(-dz,t) = \ _2(+dz,t) \quad \text{pour } dz \quad o \text{ et } t \quad o \qquad (1.35)$$

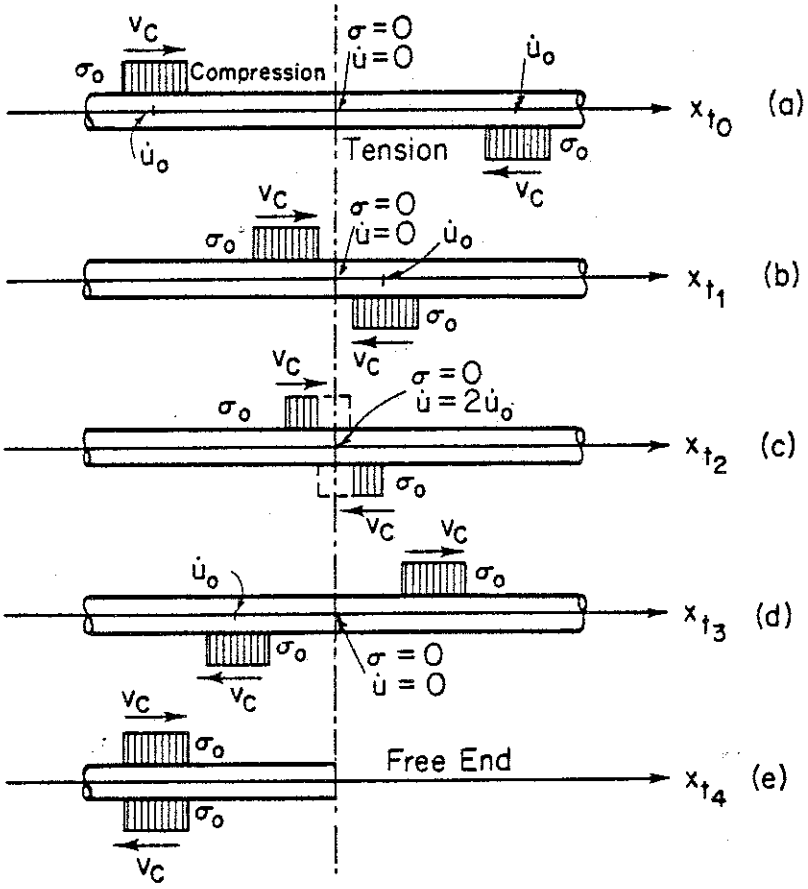
La dernière condition ne peut être satisfaite que par la génération en z = o de deux ondes de compression d'égale amplitude, entraînant par ailleurs des ondes de vitesses opposées de particules. La vitesse des particules correspondant à l'onde descendante dans le pieu est dirigée vers le bas et doit égaler l'addition vectorielle de la vitesse initiale vers le bas du mouton et de la vitesse des particules vers le haut du mouton correspondant à l'onde de compression ascendante ou par 1.28

$$\dot{u}_2(o,t) = v_i - \dot{u}_1(o,t) \qquad t \quad o \qquad (1.36)$$

On en déduit par 1.34

$$\dot{u}(o,t) = \frac{v_i}{2} \qquad t \qquad (1.37)$$

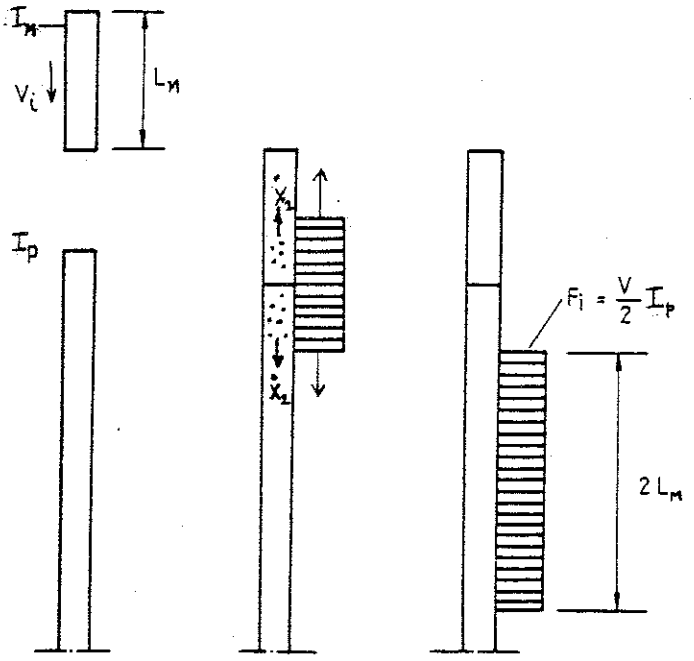
On en conclut donc que l'impact d'un mouton sur un pieu de même impédance, génère deux ondes de compression se



CONDITION DE L'EXTREMITE LIBRE

tiré de RICHART et al(1970)

FIGURE 1.8



IMPACT DE 2 BARRES DE MEME IMPEDANCE

tiré de BREDENBERG(1982)

FIGURE 1.9

développant dans des sens opposés dans chacun des deux corps ainsi qu'illustré à la figure 1.9 et que son amplitude vaut, par application de 1.23.b :

$$\varepsilon_1(o,t) = \frac{v_i}{2} \sqrt{\frac{\rho_p}{E_p}} \qquad (1.38)$$

C'est par la génération symétrique de ces 2 ondes que l'énergie se transmet intégralement du mouton au pieu semi-infini.

3.3.2. Action d'une force à une extrémité

Si l'on considère un pieu de longueur limitée par sa base en $z = L$, et que l'on connaît la réaction $Q(t)$ orientée vers le haut à tout instant en cette base, on établit l'équation d'équilibre :

$$Q(t) = F_1(L,t) + F_2(L,t) \qquad (1.39)$$

où F_1 est la force correspondant à l'onde ascendante (réfléchie) et F_2 est la force correspondant à l'onde descendante (incidente). Si on remplace F_1 et F_2 par $I.\dot{u}_1$ et $I(\dot{u}_2 - \dot{u}_b)$ où $\dot{u}_b$ est la vitesse de la base du pieu, on établit l'expression donnant le mouvement de la base :

$$\dot{u}_b = \left(2F\downarrow - Q(t)\right)/I \qquad (1.40)$$

La connaissance de l'onde incidente et de la réaction à la base permet donc de résoudre complètement le problème puisque l'on en déduit l'onde réfléchie ainsi que le mouvement de la base. L'équation 1.40 permet d'ailleurs de retrouver les cas simples particuliers déjà envisagés :

$Q(t) = 0$ extrémité libre
$Q(t) = 2\ F\downarrow$ extrémité fixe
$F\downarrow = 0$ extrémité mise en charge
$Q(t) = F\downarrow$ section continue

Malheureusement, la réaction $Q(t)$ n'est jamais connue directement en fonction du temps. Elle est définie pour des fonctions du déplacement, de la vitesse, voire de l'accélération, mais aussi du temps. Dans certains cas simples, il est encore possible d'écrire les équations du mouvement de la base au

départ de la description de son comportement tel que :

- ressort simple : $Q = ku_b$
- dashpot : $Q = C_z \dot{u}_b$
- ressort et dashpot : $Q = ku_b + C_z \dot{u}_b$

avec :

k : coefficient du ressort

C_z : coefficient d'amortissement visqueux

u_b : déplacement de la base

$\dot{u}_b$: vitesse de la base

Dans le premier cas, la vitesse de la base est donnée par :

$$\dot{u}_b = 2\,F\downarrow - \frac{k}{I}\,u_b \qquad (1.42)$$

La solution générale du déplacement est :

$$u_b = e^{-\frac{k}{I}t}\left(C_1 + \frac{2}{I}\int e^{\frac{k}{I}\tau} F\downarrow(t)\right) d\tau \qquad (1.43)$$

et ne se calcule que dans des cas simples d'onde incidente $F\downarrow(t)$ (rectangulaire, linéaire, sinusoïdale...).

Le second cas est le plus simple $\left(u_b = \int \frac{2F\downarrow}{I + C_z}\,dt\right)$ tandis que pour le troisième, on applique :

$$\dot{u}_b = \frac{2F\downarrow}{I+C_z} - \frac{k}{I+C_z}\,u_b \qquad (1.44)$$

dont la résolution exacte existe pour une onde $F\downarrow$ constante; $F\downarrow = F_o$:

$$\dot{u}_b = \frac{2Fo}{I + C_z}\; e^{-\frac{k}{I + C_z}t} \qquad (1.45)$$

On se limitera à ces expressions, étant donné leur utilité pratique réduite.

3.3.3. Action d'une force en une section courante

C'est la condition correspondant à l'action du frottement latéral $Q_F(t)$ orientée vers le haut sur une tranche d'épaisseur limitée, située par exemple à la profondeur $z = z_F$. L'équation décrivant l'équilibre est identique à l'équation 1.40. Elle s'explicite cependant de manière plus directe en raison de la continuité du corps de part et d'autre de la section considérée.

La force $Q_F(t)$ se décompose en deux ondes montante et descendante générées symétriquement et simultanément au point d'application de la force Q_F.

$$F\uparrow = F\downarrow = \frac{1}{2} Q_F$$

Si la force $Q_F(t)$ est connue à tout moment suite à une onde incidente $F_o\downarrow$, on peut calculer la solution résultante en superposant l'onde incidente au système d'ondes symétriques :

$$F\downarrow = F_o\downarrow - \frac{1}{2} Q_F$$

$$F\uparrow = \frac{1}{2} Q_F$$

3.4. Onde non axiale

Dans la dérivation de l'équation de l'onde, au paragraphe 3.1., on a supposé que la section transversale reste plane et l'on a négligé les déformations transversales. En fait, les études plus poussées faisant intervenir la dimension transversale (Skalak, (1957), Graff, (1975)) et les ondes de Rayleigh à la surface latérale du profilé, mettent en évidence une certaine dispersion : la forme des ondes $f_1 (z + v_c.t)$ et $f_2 (z - v_c.t)$ ne se conserve pas sous l'effet d'une simple translation. Les paramètres déterminant l'importance des effets de la vibration transversale sont le coefficient de Poisson et la fréquence. Pour une barre cylindrique de rayon R, exprimée en mètres, on estime que les effets transversaux sont négligeables pour :

$$\frac{\nu R \sqrt{2} \pi f}{v_c} \leqslant 0.2 \qquad (1.46)$$

avec :

ν : coefficient de Poisson
f : fréquence de la composante sinusoïdale considérée de la vibration longitudinale

pour $\nu = 0.3$ et $c = 5200$ m/s pour l'acier, cette condition devient :

$$f \leq \frac{780}{R} \qquad [\text{Hz}] \text{ si R est exprimé en mètres.}$$

Pour une barre pleine dont le rayon vaut 0.2 m, cela correspond à une fréquence de près de 4000 Hz. Pour des tubes ou poutrelles, la valeur de R équivalente est encore inférieure. On en conclut que, dans le domaine des vibrations induites par le battage pour lesquelles on verra que les composantes fondamentales sont de l'ordre de 50 Hz, l'approximation de la vibration uni-dimensionnelle est largement suffisante.

Par contre, la dilatation du pieu ou du tube induite par compression, ne devrait pas être négligée pour les parties enfouies. En effet, le sol environnant le pieu, outre les effets de frottement sur le fût, peut empêcher le pieu de se dilater et contracter librement. Cet effet sera étudié dans le cadre de l'analyse fondamentale du comportement du sol autour du pieu.

Une autre source d'erreur est la présence de vibrations de flexion du corps allongé soit par défauts d'alignement, soit par tendance au flambage d'ensemble ou même de cloquage. Ces phénomènes parasites provoquant une perte d'énergie sont extrêmement peu étudiés en raison des difficultés mathématiques importantes. Il n'est pas exclu cependant d'introduire dans le modèle discrétisé qui sera présenté dans le prochain paragraphe les rigidités transversales et de calculer les déflexions transversales. Nous considérons cependant que cette analyse détaillée ne se justifie pas au stade actuel de notre connaissance du comportement transitoire et non linéaire du sol.

4. CONCLUSIONS

La technique du battage fait intervenir plusieurs composantes dont les caractéristiques influencent l'enfoncement du pieu sous impact : le mouton, le casque, le pieu et le sol. Chacune de ces composantes doit être maîtrisée dans notre analyse. En particulier, la connaissance du fonctionnement des divers types de moutons est nécessaire à l'appréciation de leurs effets. Le pieu doit être foncé sans être endommagé et donc l'effort généré devra être supérieur à la résistance offerte au battage par le terrain tout en restant inférieur à la résistance intrinsèque du pieu. C'est dans le respect de ces deux impositions illustrées à la figure 1.4 p. 10 que l'efficacité du battage peut être recherchée. C'est pourquoi nous nous appliquerons à développer une meilleure connaissance des efforts générés dans le pieu et de la résistance au battage.

Cette dernière peut être appréhendée de manière simple et pragmatique par la formule de battage dont le principe est de lier la résistance offerte par le sol au refus, en faisant intervenir l'énergie du coup. Les quatre exemples mentionnés de formules de battage nous confirment le caractère restreint de leur champ d'application : la complexité des phénomènes ne peut être condensée en une formule univoque et universelle. Dans le cadre limité à des comparaisons sur un même site au moyen d'un même équipment, les formules danoise et de Hiley, qui nous semblent être plus fiables, ont un rôle pratique à jouer.

Pour étudier les efforts et vitesses imprimés au pieu, il nous est apparu nécessaire de faire appel à un support cartésien d'analyse des phénomènes de battage : l'équation de l'onde. Cette équation différentielle est établie dans l'hypothèse d'un comportement essentiellement unidimensionnel du pieu. Sa résolution générale permet de deux ondes essentielles qui animent le pieu sur sa longueur : l'onde de force et l'onde de vitesse. Pour un pieu dans le domaine des déformations élastiques, ces ondes se translatent dans le temps suivant deux systèmes : un système ascendant et un système descendant. Seules, les variations d'impédance, et les réactions latérales ou aux extrémités modifient le régime de ces ondes. Quelques cas simples de conditions aux limites sont examinés.

Dans le cas d'un pieu semi-infini dont l'extrémité est mise en mouvement, l'effort est égal au produit de la vitesse d'impact et de l'impédance de la section. A une extrémité fixe, l'onde incidente de force est réfléchie et les contraintes sont doublées tandis qu'à une extrémité libre, l'onde de compression est réfléchie en traction et la vitesse est doublée. La génération de réactions le long du pieu crée une onde de force ascendante et une onde de force descendante, se partageant en parts égales la réaction à la force extérieure appliquée. Si la réaction est appliquée à l'extrémité, elle est intégralement véhiculée en sens unique par le pieu.

Ces cas simples de résolution de l'équation de l'onde nous permettent de nous familiariser avec les élêments déterminant les phénomènes introduits par le battage. Pour cependant résoudre le problème dans sa totalité, et en particulier bien comprendre l'interaction dynamique prenant place entre le mouton, le casque, le pieu et le sol, il nous faudra recourrir à des techniques analytiques ou numériques plus poussées. Ces dernières nous permettront d'investiguer le comportement des matériaux de fonçage et de nous pencher sur le problème crucial du comportement transitoire non-linéaire du sol.

CHAPITRE II ANALYSE CRITIQUE DE LA LITTERATURE RELATIVE AU BATTAGE DES PIEUX

TABLE DES MATIERES

	Page
1. RESOLUTION DE L'EQUATION DE L'ONDE	38
1.1. Barres continues	38
1.1.1. Développement de l'onde	38
1.1.2. Contraintes de battage	40
1.1.3. Energie transmise	43
1.1.4. Amortissement de l'onde en profondeur	46
1.1.5. Réaction à la base	47
1.1.6. Combinaison de solutions élémentaires	48
1.1.7. Analyse des problèmes plus finement modélisés	50
1.2. Discrétisation partielle	53
1.2.1. Equations différentielles et solution générale	53
1.2.2. Calcul des efforts	54
1.2.3. Energie transmise	60
1.2.4. Effort maximum	67
1.2.5. Efforts de traction	70
1.3. Discrétisation totale	71
1.3.1. Modèle	71
1.3.2. Schémas d'intégration	75
2. COMPORTEMENT DES MATERIAUX DE FONCAGE	80
2.1. Matériau élastique linéaire	80
2.1.1. Description de la loi	80
2.1.2. Limites pour l'acier	82
2.1.3. Limites pour le béton	84
2.1.4. Limites pour le bois	87
2.2. Matériau non-élastique et/ou non-linéaire	87
2.2.1. Loi bi-linéaire pour élément de casque	88
2.2.2. Loi élastique non linéaire à un module	90
2.2.3. Loi élastique à deux modules	91
2.2.4. Matériau dissipatif	93
2.3. Fluide générateur d'énergie (mouton diesel)	93
2.3.1. Compression	93
2.3.2. Contact piston-enclume	95
2.3.3. Explosion	95
2.3.4. Détente	96
2.3.5. Résumé	98

	Page
3. COMPORTEMENT DU SOL	100
3.1. Modèle de Smith	100
3.2. Modèle "Case"	105
3.3. Modèle hyperbolique	105
3.4. Modèle dépendant uniquement de la vitesse	108
4. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT LORS DU BATTAGE	111
4.1. Cadre de la détermination	111
4.2. Résistance	112
4.3. Damping	120
4.4. Quake	124
4.5. Méthode globale	126
5. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT EN DEHORS DU BATTAGE	129
5.1. Essai de charge rapide de pieux	129
5.2. Expériences en laboratoire	132
5.2.1. Premiers essais	133
5.2.2. Essais triaxiaux	134
5.2.3. Essais sur modèles	138
5.3. Raideur du sol à grande vitesse de déformation	143
5.4. Expériences ballistiques	144
5.4.1. Pendule ballistique	144
5.4.2. Projectile à faible vitesse dans le sable	144
5.4.3. Essai de pénétration cinétique	146
5.4.4. Projectiles à grande vitesse	149
5.5. Essais dynamiques de fondations	152
5.6. Résumé des lois déduites des expériences	154
6. MANQUEMENTS MAJEURS DE LA METHODE "STATE OF THE ART"	162
6.1. Programme Wave Equation	162
6.2. Programme "Dyplo"	166
6.3. Arrêt du calcul suivant Smith	168
6.4. Contraintes résiduelles	177
6.5. Clarification des termes de résistance	186
7. RESUME ET STRATEGIE DE RECHERCHE	188

CHAPITRE II ANALYSE CRITIQUE DE LA LITTERATURE RELATIVE AU BATTAGE DES PIEUX

1. RESOLUTION DE L'EQUATION DE L'ONDE

Suivant les hypothèses nécessaires à la mise au point d'un mode de résolution de l'équation de l'onde, on distinguera celui:

- des barres continues menant à la superposition d'ondes fondamentales et limité à des conditions limites simples
- de la discrétisation partielle, utile pour analyser certaines conditions aux limites
- de la discrétisation totale, qui permet de suivre tout type de condition aux limites.

1.1. Barres continues

1.1.1. Développement de l'onde

Pour analyser le choc entre deux barres dont une, le pieu, est au repos et supposée libre et l'autre, le mouton, est en mouvement, il est nécessaire d'élargir les conditions de contact analysées jusqu'à présent et qui concernent les corps de même impédance. En effet, il y a lieu de tenir compte que le mouton possède une impédance supérieure à celle du pieu et que de plus, sa longueur est faible par rapport à celle du corps foncé. C'est pourquoi nous ferons l'hypothèse qu'aucune réflexion dans le pieu ne viendra troubler le régime s'établissant entre le mouton et le pieu, supposé au départ semi-infini.

Plaçant l'origine de l'axe z au point où le contact se produit, et appellant I_p et I_M l'impédance de respectivement le pieu et le mouton, les équations 1.28 deviennent en utilisant les éléments développés aux paragraphes 3.2.1. et 3.3.1. du chapitre I et en adoptant l'indice o pour les premiers instants:

$$F\downarrow = I_p \, v_o\downarrow$$
$$F\downarrow = -I_M \, v_o\uparrow \qquad (2.1)$$

La condition d'équilibre impose : $v_o\uparrow = -\frac{I_p}{I_M} v_o\downarrow$

D'autre part, la continuité impose :

$$v_{io} + v_o\uparrow = v_o\downarrow \qquad (2.2.)$$

en appellant v_{io} la vitesse d'impact du mouton.

Ce qui donne après avoir substitué $v_o\uparrow$ et posé : $i = I_p/I_M \leq 1$

$$v_{io} = (1 + i) \, v_o\downarrow \qquad (2.3)$$

Pour i = 1, on retrouve le résultat donné par l'équation 1.37. L'onde de vitesse $v_o\uparrow$ générée dans le mouton atteint après le temps L_M/v_{cM} le sommet du mouton de longueur L_M et dans lequel la vitesse de propogation des ondes est v_{cM}. Puisque l'extrémité supérieure du mouton est libre, l'onde de compression se réfléchit moyennant le doublement de la vitesse des particules en une onde de traction qui efface l'onde de compression toujours montante jusqu'au moment où $t = 2L_M/v_{cM}$. A ce moment, le mouton se retrouve dans un état de contrainte neutre, tel qu'avant son impact, mais avec une vitesse uniforme réduite. Cette vitesse est la somme algébrique de la vitesse initiale et de la vitesse due à l'onde $v_o\uparrow$ montante doublée pour tenir compte de la réflexion à l'extrémité libre : $2\ v_o\uparrow$
Si l'on appelle cette nouvelle vitesse v_{i1}, on a :

$$v_{i1} = v_{io} + 2v_o\uparrow = (1 + i)\ v_o\downarrow - 2iv_o\downarrow = (1 - i)\ v_o\downarrow \qquad (2.4)$$

On se ramène au cas où le mouton, libre de contrainte frappe au temps $t = 2\ L_M/v_{cM}$ le pieu avec une vitesse, réactualisée v_{i1} définissant une onde dans le pieu de nouvelle amplitude : $v_1\downarrow$. On obtient par analogie avec 2.3 :

$$v_{i1} = (1 + i)\ v_1\downarrow$$

2.4 et 2.5 peuvent expliciter $v_1\downarrow = \frac{1 - i}{1 + i}\ v_o\downarrow$ (2.5)

Continuant le mouvement, on obtient une formule donnant l'amplitude de l'onde descendante après un temps :

$t = n \times 2L_M/v_{cM}$ en fonction de la même onde définie au temps $t = (n-1) \times 2L_M/v_{cM}$:

$$v_{in} = \frac{1 - i}{1 + i} \cdot v_{in-1} \qquad (2.6)$$

Ce qui peut s'écrire après substitutions en cascade :

$$v_n\downarrow = \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^n v_o\downarrow = \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^n \frac{v_{io}}{1 + i} \qquad (2.8)$$

ou sous forme de force :

$$F_n\downarrow(t) = \frac{I_p \cdot v_{io}}{1 + i} \cdot \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^n$$

avec :

$$n\ \frac{2L_M}{v_{cM}} \leqslant t \leqslant (n+1)\ \frac{2L_M}{v_{cM}} \qquad (2.9)$$

1.1.2. Contraintes de battage

On voit donc que l'amplitude de l'onde reste constante entre les instants séparés par $2L_M/v_{CM}$, instants auxquels la force décroît brusquement. La formule 2.8 est valable pour autant que l'onde existant au voisinage de la tête ne soit que du type descendant, ou autrement dit pour :

$t < 2L_p/v_{cp}$

L_p étant la longueur du pieu et v_{cp} la vitesse de propagation des ondes dans celui-ci.

Si l'on émet l'hypothèse qu'il n'y a pas de réflexion ou $L = \infty$, l'onde de force en tête du pieu est définie par uniquement 3 paramètres :

- l'impédance du pieu
- la vitesse initiale du mouton
- le rapport i d'impédance.

La force maximale est obtenue au début de l'impact, sa valeur étant donnée par l'expression :

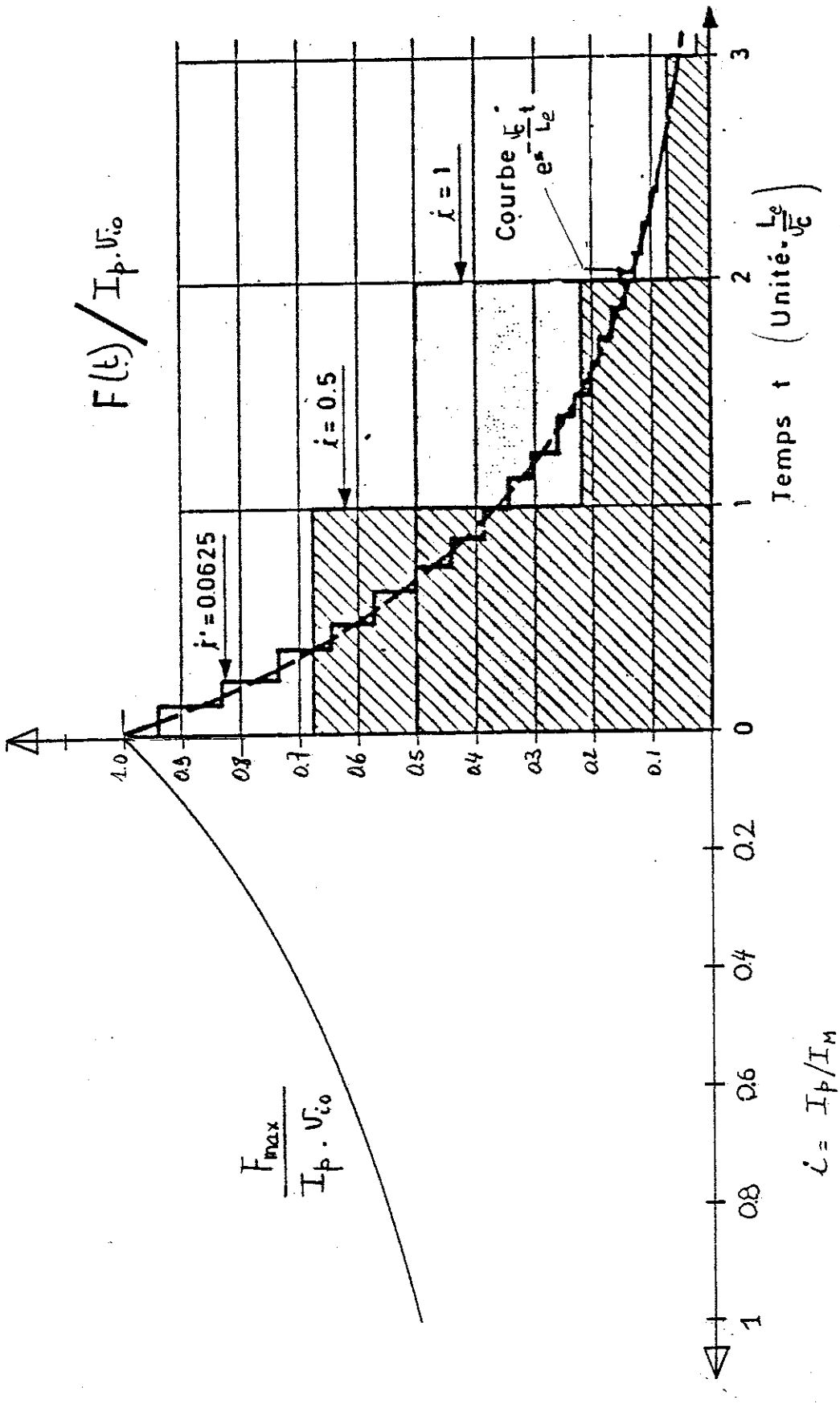
$$F_{max} = \frac{I_p v_{io}}{1 + i} \qquad (2.10)$$

On en conclut que la force d'impact maximale dans ce cas est proportionnelle à la vitesse d'impact et que si la valeur de i est relativement faible, la force d'impact maximale est pratiquement proportionnelle à l'impédance du pieu. La décroissance de cette force avec le temps suit une loi géométrique de raison dépendant uniquement du rapport des impédances et dont la progression est inversément proportionnelle au temps d'aller et retour des ondes dans le mouton.

Pour mieux illustrer cette loi, nous l'avons représentée à la figure 2.1 dans des axes adimensionnels :

$\frac{F(t)}{I_p v_{io}}$ en fonction de $\frac{t}{2L_e/c_p}$, orienté vers la droite

ainsi que $\frac{F_{max}}{I_p v_{io}}$ en fonction de i, orienté vers la gauche



IMPACT DIRECT D'UN MOUTON D'IMPEDANCE SUPERIEURE A CELLE DU PIEU : diagrammes contrainte-temps et contrainte maximum-impedance

FIGURE 2.1

dans laquelle L_e est la longueur définie par :

$$L_e = L_M \cdot \frac{v_{cp}}{i\, v_{cM}} \qquad (2.11)$$

Physiquement si la matière est semblable dans les 2 corps (Gonin 1978), L_e est la longueur du pieu dont le poids est égal à celui du mouton, de manière à comparer les effets du mouton d'un même poids mais de longueur et de section variable, agissant sur un même pieu. Les valeurs représentées correspondent aux valeurs suivantes de i : 1, 0.5, 0.0625 et 0.

La dernière valeur est particulièrement intéressante puisqu'elle considère le cas $I_M = \infty$.

Le mouton ayant une masse infinie, n'est pas décéléré par son interaction avec le pieu. La condition d'impact se transforme en une condition de vitesse pour laquelle on retrouve la relation 1.24 lorsque l'on fait i = 0 dans l'équation 1.5.

En outre, en faisant pour respecter le poids du mouton $L_M \to 0$, nous démontrons que :

$$\lim_{L_M \to 0} n = \frac{t}{2L_M/v_{cM}} = \frac{1}{i}\,\frac{t}{L_e/v_{cp}}$$

$$\lim_{\substack{i \to 0 \\ L_M \to 0}} \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{\frac{1}{i}\frac{t}{L_e/v_{cp}}} = e^{-\frac{v_{cp}}{L_e}\cdot t} \qquad (2.12)$$

C'est l'exponentielle décroissante. Les courbes tracées montrent clairement qu'au plus le mouton est trappu, au plus élevées sont les contraintes maximales de battage provoquées par un mouton de masse donnée animé d'une vitesse d'impact donnée. Il faut remarquer que l'hypothèse du pieu infini n'est pas déterminante pour la fixation de la contrainte initiale puisque celle-ci apparaît dans les premiers instants de l'impact. Pour limiter les contraintes de battage d'un pieu d'impédance donnée, il est préférable de réduire la vitesse d'impact (et donc d'augmenter en conséquence la masse du mouton si l'on veut travailler à énergie donnée) et d'utiliser un mouton d'impédance aussi proche que possible de celle du pieu (par conséquent, un mouton élancé plutôt que trapu). Enfin, il est également préférable d'utiliser des matériaux à faible vitesse de propagation des ondes pour le mouton : d'une part, l'impédance du mouton s'en trouve diminuée, d'autre part, le temps d'aller retour des ondes s'en trouve allongé.

1.1.3. Energie transmise

L'énergie transmise au pieu W_{th} (Enthru dans la littérature anglo-saxone) est l'intégrale du produit de la force et de la vitesse au point de contact jusqu'au temps t_f déterminant la fin de l'impact.

$$W_{th} = \int_o^{t_f} F\downarrow \; v\downarrow \; d\tau \qquad (2.13)$$

τ étant la variable d'intégration dans le temps.

Les expressions de $F\downarrow$ et $v\downarrow$ peuvent être substituées au moyen des équations 2.8 et 2.9. On rappellera (eq. 1.26 et 1.26.b) que l'énergie se répartit également en énergie potentielle de déformation et en énergie cinétique.

Examinons ce que vaut W_{th} pour i = 1 et pour i infiniment petit :

Pour i = 1 : une onde rectangulaire de durée $\frac{2L_e}{v_{cp}}$ et d'amplitude $\frac{1}{2} I_p v_{io}$ est créée. Le temps t_f vaut $2L_e/v_{cp}$ car après ce temps, l'onde de vitesse qui a parcouru le mouton vers le haut, s'est doublée par réflexion pour annuler après $2 \frac{L_e}{v_{cp}}$ la vitesse uniforme initiale du mouton. La tête du pieu s'est mue pendant le temps de l'impact avec une vitesse égale à $v_{io}/2$ pour s'arrêter après l'impact. Le racourcisement permanent du pieu infiniment long vaut :

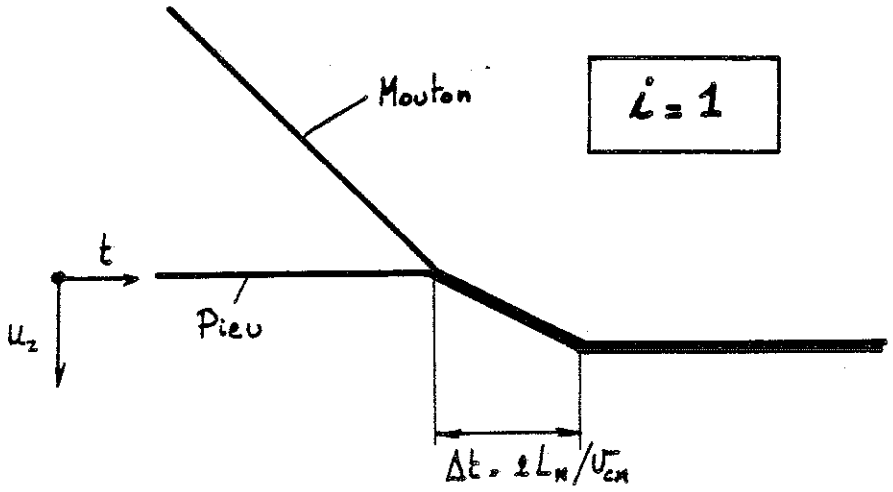
$$u_\infty = \int_o^{t_f} v d\tau = \int_o^{\frac{2L_e}{v_{cp}}} v d\tau = L_e \times \frac{v_{io}}{v_{cp}} \qquad (2.14)$$

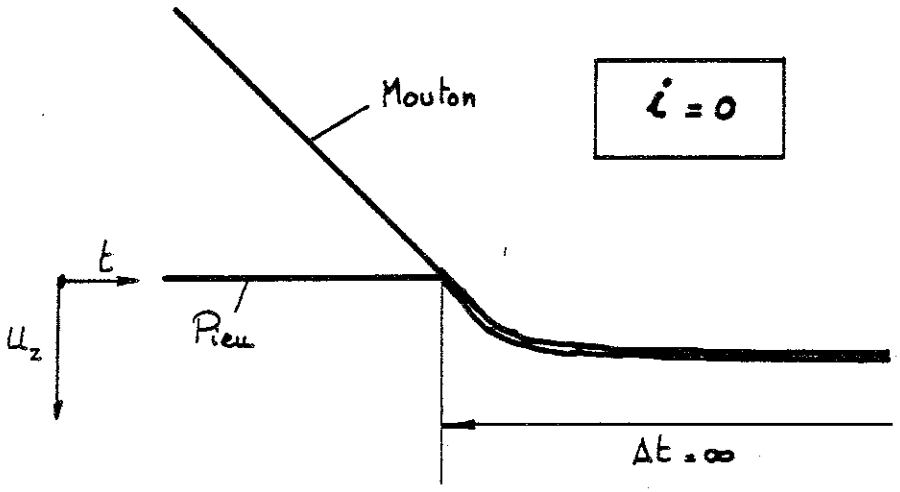
Les mouvements sont illustrés à la figure 2.2. en fonction du temps. L'énergie transmise vaut :

$$W_{th} = \int_o^{\frac{2Le}{v_{cp}}} \frac{1}{2} I_p v_{io} \times \frac{v_{io}}{2} d\tau = \frac{1}{2} \frac{L_e}{v_{cp}} \cdot I_p \cdot v_{io}^2 = \frac{1}{2} M v_{io}^2 \qquad (2.15)$$

puisque, avec A_M, section du mouton, et M la masse du mouton,

$$L_e \times \frac{I_p}{v_{cp}} = \frac{L_M}{v_{cM}} \times I_p = \frac{L_M \; I_M}{v_{cM}} = \frac{L_M \; \rho_M \; v_{cM} \; A_M}{v_{cM}} = M \qquad (2.16)$$





MOUVEMENT DES SURFACES DE CONTACT DU MOUTON ET DU PIEU LORS D'UN IMPACT DIRECT : cas i=Im/Ip=1 et cas i=0 ($L_p = \infty$)

FIGURE 2.2

L'énergie potentielle de déformation se calcule sur le tronçon comprimé du pieu :

$$W_{p\varepsilon} = \frac{1}{2} u_\infty \times F\downarrow = \frac{1}{2} L_e \frac{v_{io}}{v_{cp}} \times \frac{1}{2} I_p v_{io} = \frac{1}{4} \frac{L_e}{v_{cp}} I_p v_{io}^2 = \frac{1}{4} M v_{io}^2 \qquad (2.17)$$

et l'on vérifie donc qu'elle vaut bien la moitié de l'énergie transmise au pieu, laquelle est intégralement égale à l'énergie cinétique du mouton.

Pour i = 0, une onde exponentielle décroissante et de durée infinie est créée. La solution finale correspond à l'arrêt de la partie supérieure du pieu, toujours en contact avec le mouton dont l'état de contrainte tend vers zéro. En conséquence, là aussi le mouton s'arrête et transmet toute son énergie au pieu semi-infini (voir figure 2.2.). Le raccourcissement pieu infiniment long est donné par :

$$u_\infty = \int_0^\infty v\downarrow \, d\tau = \int_0^\infty v_{io} \, e^{-\frac{v_{cp}\cdot\tau}{L_e}} \, d\tau = v_{io}\left(-\frac{L_e}{v_{cp}}\right) e^{-\frac{v_{cp}\cdot t}{L_e}} \Bigg|_0^\infty$$

$$= L_e \times \frac{v_{io}}{v_{cp}} \qquad (2.18)$$

Il est donc identique au cas i = 1. L'énergie transmise vaut:

$$W_{th} = \int_0^\infty I_p \cdot v_{io} \cdot e^{-\frac{v_{cp}\cdot\tau}{L_e}} \, d\tau = I_p v_{io}^2 \int_0^\infty e^{-\frac{v_{cp}\cdot\tau}{L_e}} \, d\tau$$

$$= I_p v_{io}^2 \left[-\frac{L_e}{v_{cp}}\right] e^{-\frac{v_{cp}\cdot t}{L_e}} \Bigg|_0^\infty = \frac{1}{2} \frac{L_e}{v_{cp}} \cdot I_p v_{io}^2 = \frac{1}{2} M v_{io}^2 \qquad (2.19)$$

On vérifie que la moitié de W_{th} se retrouve sous forme d'énergie potentielle de compression ; avec ℓ variable d'intégration de la longueur du pieu :

$$W_{p\varepsilon} = \int_0^\infty \frac{1}{2} \frac{(F\downarrow)^2 d\ell}{E_p A_p} = \frac{1}{2} \frac{I_p^2 v_{io}^2}{E_p A_p} \int_0^\infty e^{-\frac{2\ell}{L_e}} d\ell$$

$$= \frac{1}{4} \frac{L_e I_p}{E_p A_p} I_p v_{io}^2 = \frac{1}{4} \frac{L_e}{v_{cp}} \cdot I_p \cdot v_{io}^2 = \frac{1}{4} M v_{io}^2 \qquad (2.20)$$

1.1.4. Amortissement de l'onde en profondeur

Pour obtenir une expression analytique simple de l'amortissement d'une onde de force descendante d'amplitude initiale F_0, Fjelkner et Broms (1972) supposent que le frottement agissant le long du fût est de type visqueux et caractérisé par :

$$\tau_m = I_\tau \cdot \dot{u}_z \qquad (2.21)$$

où τ_m est la réaction unitaire mobilisée au frottement [MPa]

I_τ est le coefficient d'amortissement du frottement latéral unitaire (MPa/ms^{-1} et donc mêmes unités que l'impédance spécifique I_σ (eq. 1.27)).

$\dot{u}_z$ est la vitesse de la paroi au niveau z considéré

Dans ces conditions, puisque l'on sait que la réaction extérieure agissant sur une section constante se répartit symétriquement en deux ondes égales, on établit la variation de la force F avec la profondeur :

$$\frac{dF}{dz} = \frac{1}{2} \tau_m \cdot \chi = \frac{1}{2} \chi I_\tau \dot{u}_z = \frac{1}{2} \chi I_\tau \frac{F}{I_p} \qquad (2.22)$$

avec χ = périmètre du fût du pieu.

Cette équation différentielle a pour solution, compte tenu que $F = F_0$ pour $z = 0$, et que le frottement agit sur tout le fût du pieu :

$$F(z) = F_0 \, e^{-\frac{1}{2} \frac{I_\tau \chi z}{I_p}} \qquad (2.23)$$

On aura remarqué que dans cette expression, $I_\tau \chi z$ représente l'impédance de la surface latérale dont la réaction a été mobilisée au passage de l'onde.

1.1.5. Réaction à la base

Pour le cas où l'on émet l'hypothèse d'une réaction à la base telle que décrite au paragraphe 3.3.2. du chapitre I, les solutions analytiques existent. La plus simple est celle qui respecte l'essence de la formulation et qui donne une réaction proportionnelle à la vitesse, donc celle d'un amortisseur décrit par :

$$Q_b^m = I_R \, \dot{u}_b \qquad (2.24)$$

dans laquelle Q_b^m est la résistance à la base.

I_R est l'impédance du sol vis-à-vis de la base du pieu.

Ayant fait le rapprochement des équations 2.24 et 1.28, cela revient à remplacer en fait le sol par un pieu semi-infini en prolongement du pieu réel et ayant une impédance I_R.

Nous sommes donc amenés à analyser le transfert d'ondes au travers d'une section où il y a changement brusque d'impédance, et pour ce faire définissons :

$$i' = I_p / I_R \qquad (2.25)$$

Si au départ, une onde $F_i\downarrow$ atteint la base du pieu, cette discontinuité donnera naissance à deux ondes :
- une onde transmise $F_t\downarrow$ dans le sol
- une onde réfléchie $F_R\uparrow$ dans le pieu.

L'équilibre s'écrit :

$$F_i\downarrow + F_R\uparrow = F_t\downarrow \qquad (2.25b)$$

et est explicité par 1.28 en :

$$I_p . v\downarrow + I_p(-\dot{u}_b + v\downarrow) = I_R \, \dot{u}_b$$

ou encore :

$$\hat{u}_b = \frac{2 I_p \cdot v\downarrow}{I_R + I_p} = \frac{2i}{I + i'} v\downarrow \qquad (2.26)$$

On en déduit :

$$F_t\downarrow = \frac{2}{I + i'} F_i\downarrow$$
$$F_R\uparrow = \frac{I - i'}{I + i'} F_i\downarrow \qquad (2.27)$$

On voit donc que dans ce cas, une expression simple et arithmétique est rapidement fournie pour l'onde réfléchie au départ de l'onde incidente. Les formules 2.26 et 2.27 sont générales et permettent de retrouver :

pour i' = 1, pieu continu $\left[\begin{array}{l} F_t\downarrow = F_i\downarrow \\ F_R\uparrow = 0 \end{array}\right.$ $\hat{u}_b = v\downarrow$

i' = 0, extrémité fixe $\left[\begin{array}{l} F_t\downarrow = 2\ F_i\downarrow \\ F_R\uparrow = F_i\downarrow \end{array}\right.$ $\hat{u}_z = 0$

i' = ∞, extrémité libre $\left[\begin{array}{l} F_t\downarrow = 0 \\ F_R\uparrow = F_i\downarrow \end{array}\right.$ $\hat{u}_b = 2v\downarrow$

Pour des réactions qui ne sont pas fonction exclusivement de la vitesse, l'expression permettant de déterminer les deux ondes créées dans le pieu n'est pas algébrique. Il est cependant possible d'obtenir des solutions analytiques par intégration des formes simples d'onde. Dès que plusieurs conditions de réaction sont nécessaires pour analyser un problème, il s'impose alors de combiner pas à pas toutes les solutions élémentaires générées par le mouvement du pieu.

1.1.6. Combinaison de solutions élémentaires

La solution à un problème dont la géométrie, les matériaux, les conditions aux limites et initiales sont connues peut être obtenue par superposition d'ondes se déplaçant d'une part vers le bas et d'autre part vers le haut, générées en des points particuliers : extrémités, point de contact entre le mouton et le pieu, points de changement d'impédance, points où s'appliquent les réactions du sol. Ces points ont en effet la particularité de modifier l'onde incidente et de créer une onde réfléchie.
Il ne s'agit en fait de rien d'autre que de la méthode des caractéristiques bien connue pour la résolution des équations

aux dérivées partielles (Massau, 1914). Un premier diagramme, dit des vitesses, a pour axes (z,t) et permet de représenter les deux familles de caractéristiques :

$$\begin{aligned} z + v_c . t &= Cte \\ z - v_c . t &= Cte \end{aligned} \qquad (2.28)$$

Le long d'une caractéristique de la première, on a :

$$F\uparrow + I \; . \; v\uparrow = Cte \qquad (2.28b)$$

Le long d'une caractéristique de la seconde, on a :

$$F\downarrow - I \; . \; v\downarrow = Cte$$

La valeur de la constante est fixée en un point de la ligne caractéristique.

Un second diagramme, dit d'impédance a pour axes (F,v) et permet de représenter également deux familles de caractéristiques :

$$\begin{cases} F + I.v = Cte \\ F - I.v = Cte \end{cases} \qquad (2.29)$$

Le long d'une caractéristique de la première famille, on a :

$$z + v_c . t = Cte$$

Le long d'une caractéristique de la seconde famille, on a :

$$z - v_c . t = Cte, \qquad (2.29.b)$$

la valeur de la constante étant fixée en un point de la ligne caractéristique.

Il est clair que si l'on connaît pour un pieu de longueur limitée la valeur :

$F\downarrow - I.v\downarrow$ pour $z = 0$ en fonction du temps (condition à la limite)

F et v pour $t = 0$ en tout point du pieu (condition initiale),

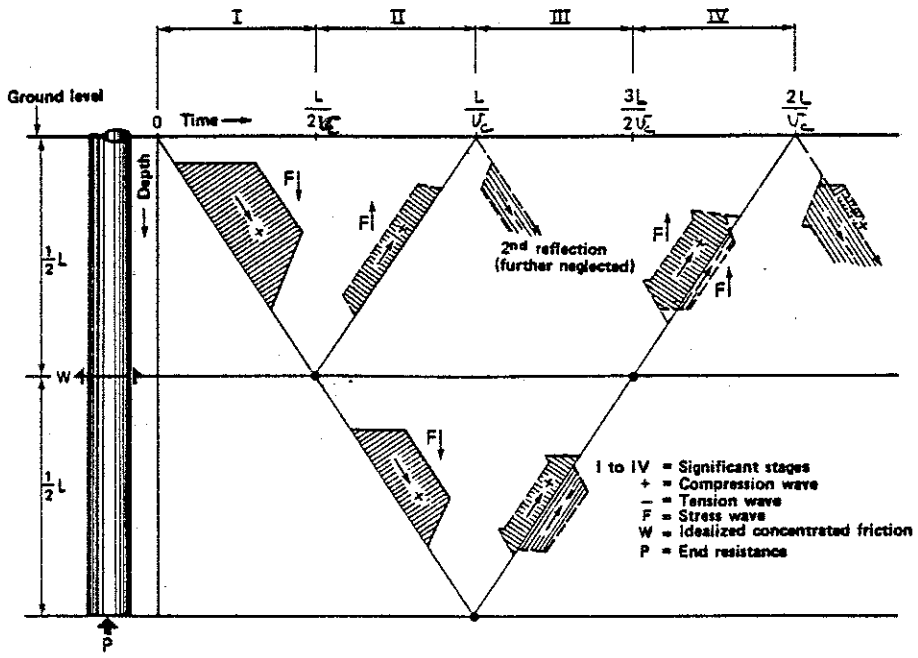
la solution se compose de valeurs numériques glissant le long des caractéristiques et que l'on compose en des points de

rencontre de caractéristiques (points de calcul). L'exemple concret où l'on connaît les réactions à la base et au milieu du pieu où pour simplifier, on concentre le frottement, est illustré à la figure 2.3. Pour rendre le diagramme plus parlant, on a dessiné la forme des ondes de force telle qu'elle se profilerait en profondeur le long du pieu. L'onde de force initiale de longueur supposée inférieure à la moitié du pieu se translate de manière inchangée le long du pieu ($z - v_c.t = 0$) jusqu'au moment où elle en atteint le milieu. Là, la réaction mobilisée interagit avec l'onde incidente pour générer deux ondes : une onde de réflexion qui se déplace le long de la ligne $z + v_c.t = L/v_c$ et une onde de transmission continuant à se déplacer sur la ligne $z - v_c.t = 0$. En $t = L/v_c$, l'onde réfléchie du milieu du pieu arrive en incidente en $z = 0$. Compte tenu des conditions de contact avec le mouton (ici, étant donné la faible durée supposée de l'impact, l'extrémité est libre), une onde réfléchie est générée qui se déplace le long de $z - v_c.t = L/v_c$. L'onde transmise depuis le milieu du pieu atteint la base également pour $t = L/v_c$ et est réfléchie en fonction du comportement de la base du pieu. Cette onde réfléchie se meut le long de la caractéristique définie par $z + v_c.t = L/v_c$. Le raisonnement peut être poursuivi à chaque intervalle de temps L/v_c jusqu'à connaissance suffisante dans le temps des éléments du problème.

1.1.7. Analyse de problèmes plus finement modèlisés

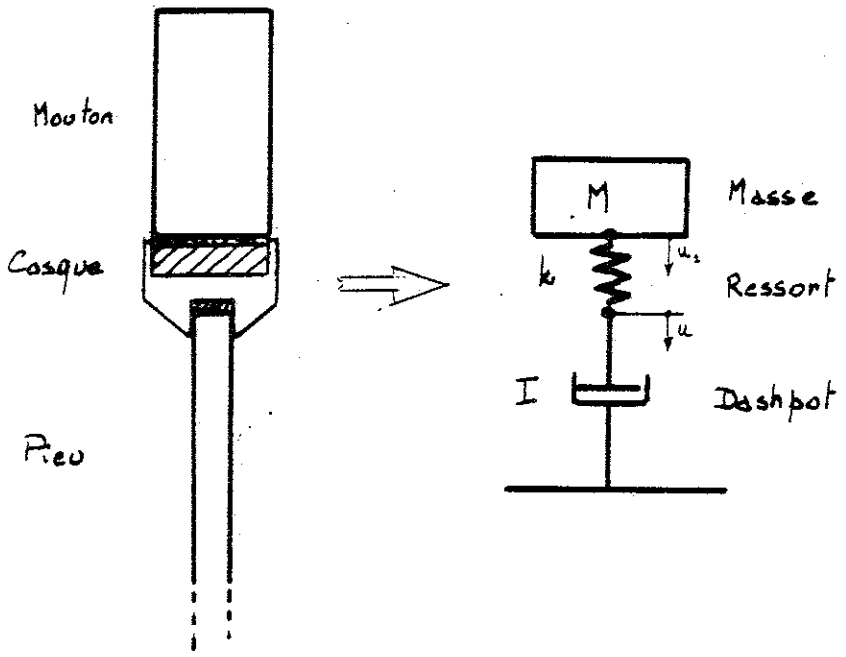
Nous avons simplifié le problème parce que d'une part, les réactions sont concentrées au milieu et à la base du pieu et d'autre part, la longueur de l'onde incidente envisagée est inférieure à la distance séparant les points particuliers. Grâce à ces hypothèses, nous avons illustré facilement le mécanisme de composition et décomposition des ondes descendantes et ascendantes en nous concentrant dans notre exposé sur la première caractéristique, porteuse de la première valeur numérique de l'onde. En fait, les triangles isocèles, délimités par ces quelques caractéristiques sont formés d'une famille continue de caractéristiques, porteuses de la forme de l'onde.

Mais maintenant que nous avons physiquement saisi le principe de ces supports d'ondes, il ne nous est plus difficile d'admettre la généralisation d'une onde incidente de durée prolongée, puisque celle-ci peut être divisée en blocs de durée $v_c \cdot \Delta L$, où ΔL est une longueur faible, sous-



SCHEMA DE RESOLUTION DE L'EQUATION DE L'ONDE PAR LA METHODE DES CARACTERISTIQUES

FIGURE 2.3



DISCRETISATION PARTIELLE : Equivalence mecanique

FIGURE 2.4

multiple commun de toutes les distances séparant les points particuliers. Les formes d'onde (force et vitesse) sont réévaluées par blocs, tout le long du pieu à des intervalles de temps distants de $\Delta L/v_c$.

Cette procédure s'implante facilement sur ordinateur. En chacun des points distants de ΔL, les équations fondamentales établies aux paragraphes 3.2, 3.3. du chapitre I et dans ce paragraphe permettent de définir la loi de génération et de transformation. Cette loi est d'autant plus simple que pour les réactions externes, la description du comportement ne fait intervenir que la force et la vitesse. Néanmoins, si d'autres éléments interviennent, une dérivation ou une intégration peut être conduite. Des variantes graphiques de résolution basées sur le principe de la superposition des solutions fondamentales et particulières permettent de bien comprendre l'évolution des phénomènes (St Venant, De Juhaz, Fisher, Bergeron).

Une adaptation est nécessaire si l'on veut modèliser des matériaux où la vitesse de propagation des ondes n'est pas uniforme. Pour modèliser un mouton en acier, un bloc de bois, un casque en acier, une fourrure de bois tendre, et un pieu en béton préfabriqué, il sera nécessaire de choisir différents ΔL_i dans chaque matériau de manière à respecter:

$$\Delta L_i / v_{ci} = \text{Cte}$$

avec l'imposition de la sous-multiplicité des ΔL_i dans chacun des corps par rapport à ses frontières et à ses points particuliers. Dans certains cas, cela mène à des valeurs de ΔL_i très faibles et à des incréments de temps réduits, menant à un temps de calcul prohibitif. Pour des matériaux ayant une loi de contrainte-déformation non-linéaire, la méthode devient totalement impraticable.

Un autre inconvénient à utiliser cette méthode est qu'elle se complique rapidement pour des réactions de sol non-linéaires par rapport à la vitesse. Les auteurs (Jansz, (1976), Voitus Van Hamme, (1981)) qui l'utilisent se sont limités à ce type de modèle pour représenter le sol, or, nous estimons que c'est cet aspect qui mérite le plus de champ. C'est pourquoi, après avoir reconnu les qualités pédagogiques de la méthode, nous nous tournons vers des schémas de résolution plus universels pour l'analyse du battage des pieux par l'intermédiaire de casque.

Toutefois, pour la résolution de cas plus simples, où l'impact métal-métal doit être modèlisé, ou pour l'étude du pieu dont on connaît exactement les conditions aux limites en un point, ou si l'on veut rendre parfaitement compte des conditions de changement d'impédance ou d'extrémité, il pourrait être fait appel à la méthode qui y trouve son domaine d'application privilégié.

1.2. Discrétisation partielle

1.2.1. Equations différentielles et solution générale

Alors que la méthode précédente se base sur la propagation des ondes et leurs modifications aux discontinuités, on opère ici la substitution de barres, ou d'éléments de barres par un équivalent mécanique reproduisant le caractère essentiel de l'élément considéré.
Pour un corps court, léger et flexible, on ne tiendra compte que de son coefficient de raideur, et pour un corps allongé, pesant et élastique, on ne tiendra compte que de son impédance. Les hypothèses ainsi faites sont illustrées à la figure 2.4 p. 51 où l'on analyse l'impact d'un mouton sur un pieu semi-infini par l'intermédiaire d'un casque.

Le mouton n'est plus considéré que par sa masse M, le casque par son coefficient de ressort k et le pieu par son impédance I.
En appelant u_1 et u les déplacements par rapport à la position initiale d'impact (t = 0) de respectivement le mouton et la tête du pieu, il est aisé d'établir les équations résultant de la considération de l'équilibre vertical du mouton et de la tête du pieu, en négligeant l'action de la gravité :

$$\begin{cases} M\ddot{u}_1 + k(u_1 - u) = 0 \\ I\dot{u} - k(u_1 - u) = 0 \end{cases} \qquad (2.30)$$

Si l'on pose :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}, \qquad (2.31)$$

$$\alpha = \frac{k}{2I}, \qquad (2.32)$$

les équations 2.30 deviennent :

$$\begin{cases} \ddot{u}_1 + \omega_n^2 u_1 - \omega_n^2 u = 0 \\ \dot{u} - 2\alpha u_1 + 2\alpha u = 0 \end{cases}$$

En explicitant la seconde par rapport à u_1 et en la dérivant 2 fois par rapport au temps, on obtient :

$$u_1 = u + \frac{\dot{u}}{2\alpha}$$

$$\ddot{u}_1 = \ddot{u} + \frac{\dddot{u}}{2\alpha}$$

La substitution de u_1 et $\ddot{u}_1$ dans la première équation par les expressions ainsi obtenues donne :

$$\dddot{u} + 2\alpha\ \ddot{u} + \omega_n^2\ \dot{u} = 0, \qquad (2.33)$$

équation différentielle du 3ème ordre dont la solution générale est :

$$u = C_1\ e^{\beta_1 t} + C_2\ e^{\beta_2 t} + C_3 \qquad (2.34)$$

avec :

$$\begin{cases} \beta_1 = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2} \\ \beta_2 = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2} \end{cases} \qquad (2.34.b)$$

1.2.2. Calcul des efforts

Les conditions initiales adoptées sont :

$$\begin{cases} u_{(t=0)} = 0 & u_1\ (t=0) = 0 \\ \dot{u}_{(t=0)} = 0 & \dot{u}_1\ (t=0) = v_i \end{cases} \qquad (2.35)$$

Trois cas sont à considérer suivant que le radical intervenant dans l'expression de β_1 et β_2 est positif, nul ou négatif.

Cas 1 : $\alpha^2 - \omega^2_n > 0$ ou $kM > 4I^2$

Les valeurs β_1 et β_2 sont réelles, négatives. La solution 2.34 devient :

$$u = C_1 e^{-\alpha t}\ e^{+\beta t} + C_2\ e^{-\alpha t}\ e^{-\beta t} + C_3$$

avec :

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2} = \sqrt{\frac{k^2}{4I^2} - \frac{k}{M}} < \alpha = \frac{k}{2I}$$

Par la condition $u_{(\dot{t}=0)} = 0$, on obtient C_2 en fonction de C_1 et par $u_{(t=0)}$, on obtient C_3 en fonction de C_1, de sorte

que la solution devient :

$$u = C \left(- \frac{2\beta}{\alpha + \beta} \cdot e^{-\alpha t + \beta t} + \frac{-\alpha + \beta}{\alpha + \beta} \cdot e^{-\alpha t - \beta t}\right)$$

La seconde équation du système donne la force dans le pieu : $F = I.\ddot{u}$ tandis que la seconde condition initiale qui est exprimée au départ de la relation :

$$(\ddot{u}) = (\ddot{u} + \frac{\dddot{u}}{2\alpha})_{t=0} = v$$

permet de trouver la valeur de C_1 et donc de F :

$$F = v_i \frac{k}{\beta} e^{-\alpha t} \frac{e^{\beta t} - e^{-\beta t}}{2}$$

ou plus explicitement,

$$F = I.v_i \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{I^2}{kM}}} \cdot e^{-\frac{kt}{2I}} \sinh \left(\sqrt{\frac{k^2}{4I^2} - \frac{k}{M}} \cdot t\right) \qquad (2.36)$$

L'équation 2.36 est représentée à la figure 2.5.a en coordonnée verticale adimensionnelle $\frac{F}{Iv_i} = 2\frac{\alpha}{\beta} e^{-\alpha t} \sinh \beta t$ pour diverses valeurs de α et de ω_n.

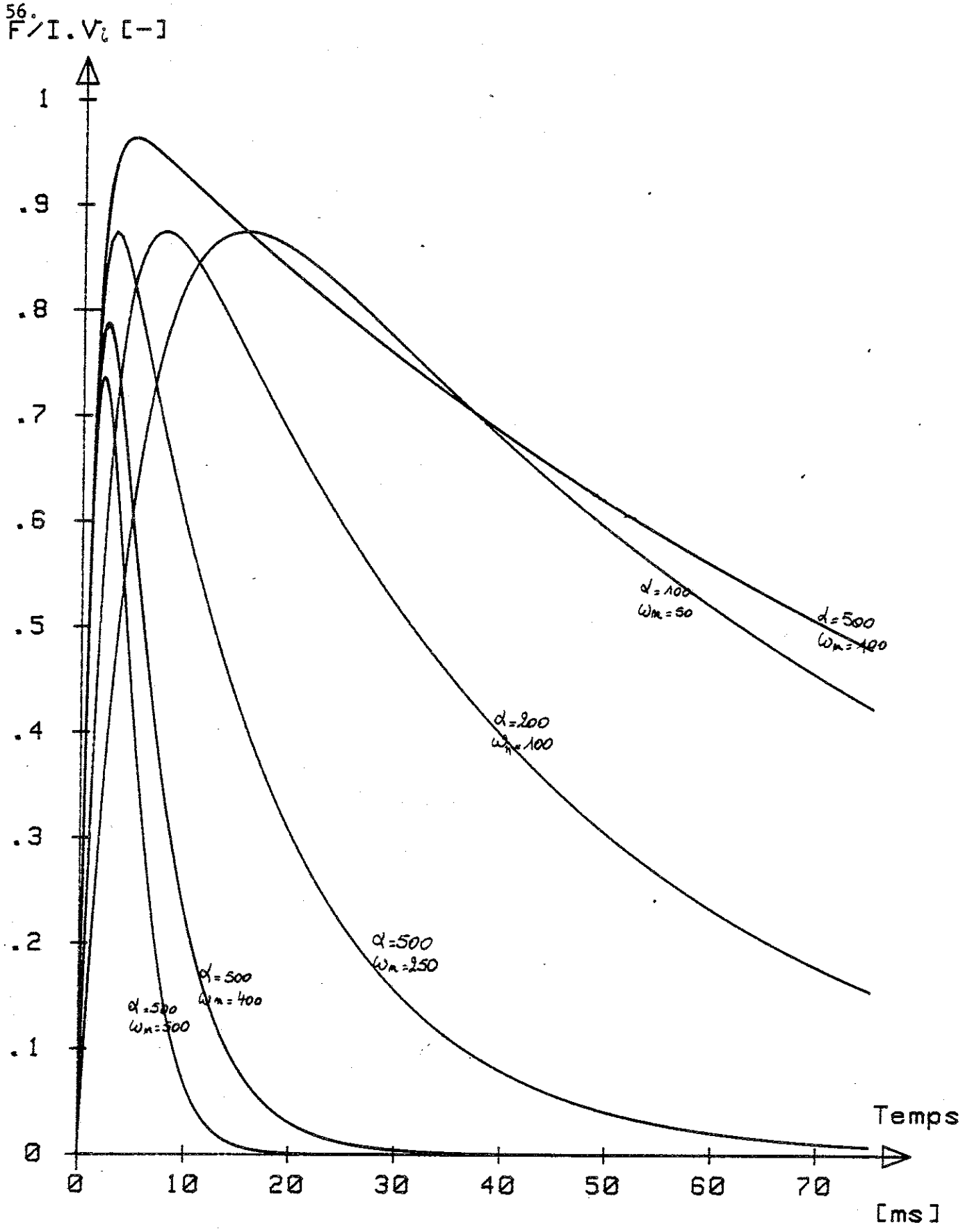
En effet, par substitution, il vient :

$$\frac{2\alpha}{\beta} = \left(\frac{1}{4} - \frac{I^2}{k.M}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

On constate que la courbe part de l'origine, atteint un maximum pour $t = \frac{4}{\beta} \tanh^{-1} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ (2.36.b)

pour décroître asymptotiquement vers zéro pour le temps infini. (rappel : $\tanh^{-1} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + x}{1 - x}$). Ce maximum est d'autant plus élevé que β/α est élevé.

La force maximale observée en tête du pieu se déduit des formules 2.36 et 2.36 b. En l'explicitant sous forme adimensionnelle, nous nous apercevons qu'elle ne dépend que du rapport adimensionnel α/β :



FORCE D'IMPACT ADIMENSIONNELLE SUR UN PIEU SEMI-INFINI EN FONCTION DU TEMPS CAS: $kM \geq 4I^2$

valeurs de α et ω_n en Rad/s

FIGURE 2.5a

$$\left(\frac{F}{Iv_i}\right)_{max} = \frac{2\alpha}{\beta} e^{-\frac{\alpha}{\beta}\tanh^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} \cdot \sinh\left[\tanh^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right] \qquad (2.37)$$

L'enfoncement de la tête du pieu est donnée par intégration directe par rapport au temps de la courbe F/I. Il s'agit d'un mouvement monotone atteignant une valeur asymptotique. Comme le pieu et le mouton restent constamment en contact, le pieu semi-infini reçoit après un temps infini la totalité de l'énergie du mouton qui finit par s'immobiliser sur un ressort sans énergie potentielle de déformation.
Le cas correspond au cas d'une tige de très faible impédance comparée au produit de la masse frappante et du coefficient de raideur du casque : outils de percussion, battage de tubes minces au moyen d'un mouton et sans casque .

Cas 2 : $\alpha^2 + \omega_n^2 = 0$ ou $kM = 4I^2$

Les valeurs de β_1, β_2 sont confondues et égales à $-\alpha$. Il est possible de trouver classiquement la solution à l'équation 2.33 en utilisant une solution de la forme :

$$u = (C_1 + C_2 t)\, e^{-\alpha t}$$

mais il nous semble plus rapide d'obtenir la solution par cas limite du premier. En effet, reprenant la solution 2.36 et utilisant la limite :

$$\lim_{\beta t \to 0} \sinh \beta t = \beta t$$

on obtient directement :

$$\frac{F}{Iv_i} = 2\alpha\, t\, e^{-\alpha t} \qquad (2.37.a)$$

Ce cas est très particulier.
La force adimensionnelle atteint son maximum pour :

$$t = \frac{1}{\alpha} \quad \text{et} \quad \left(\frac{F}{Iv_i}\right)_{max} = \frac{2}{e} \qquad (2.37.b)$$

Cas 3 $\alpha^2 - \omega_n^2 < 0$ ou $kM < 4I^2$

Les valeurs β_1, β_2 sont imaginaires conjugées. La solution 2.34 devient :

$$u = e^{-\alpha t}(C_1 \sin \beta t + C_2 \cos \beta t) + C_3$$

avec cette fois,

$$\beta = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}$$

Ce cas, qui est le plus courant en battage de pieux sera résolu par la même filière que le cas 1 : en exprimant $\dot{u}_{(t=o)} = o$, on obtient :

$$C_1 = \frac{\alpha}{\beta} C_2$$

et :

$$\dot{u} = \frac{\omega^2}{\beta} C_2 \, e^{-\alpha t} \sin \beta t$$

qui dérivé par rapport au temps donne :

$$\ddot{u} = -\frac{\omega^2}{\beta} C_2 e^{-\alpha t}(-\alpha \sin \beta t + \beta \cos \beta t)$$

Ces 2 expressions substituées en $u_1 = u + \frac{\dot{u}}{2\alpha}$ donnent :

$$\dot{u}_1 = \frac{\omega^2}{2\beta} C_2 \, e^{-\alpha t}(\sin \beta t - \cos \beta t).$$

qui pour $t = o$ doit être égal à v_i; on en déduit :

$$C_2 = -\frac{v_i \, \alpha}{\omega^2}$$

En substituant cette constante dans l'expression de $\ddot{u}$ et en multipliant par l'impédance pour obtenir l'onde de force, on conclut :

$$F = v_i \frac{k}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t \qquad (2.38.a)$$

qui peut être réécrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{F}{Iv_i} = 2 \frac{\alpha}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t \qquad (2.38.b)$$

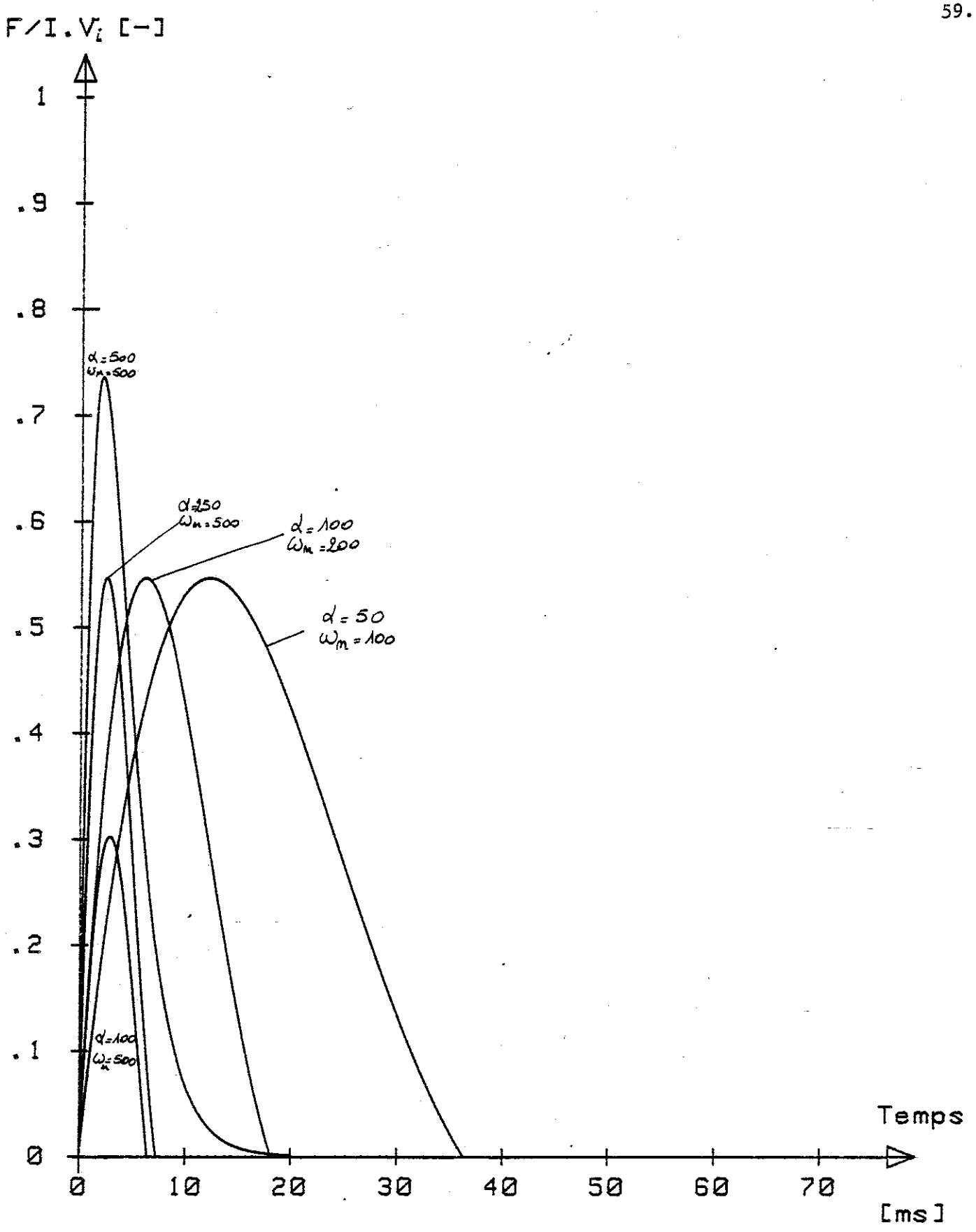
et qui est présenté dans le graphique 2.5.b. pour diverses valeurs de α et ω_n.

On constate que l'équation correspond à celle d'un mouvement oscillatoire amorti. Nulle pour $t = o$, la force atteint un maximum au temps $t = \frac{1}{\beta} \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$,

ce qui donne en explicitant la forme adimensionnelle :

$$\left(\frac{F}{Iv_i}\right)_{max} = 2 \frac{\alpha}{\beta} \cdot e^{-\frac{\alpha}{\beta} \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} \sin\left[\tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right], \qquad (2.38.c)$$

puis redescend pour s'annuler en $t = \pi/\beta$. A ce moment, si l'on suppose que le casque travaille en traction, le signe de la force change pour repasser par zéro ou temps $t = 2\pi/\beta$ et s'amortir au fur et à mesure des oscillations. Si au contraire, ce qui est la réalité, le casque ne transmet que



FORCE D'IMPACT ADIMENSIONNELLE SUR UN PIEU SEMI-INFINI EN FONCTION DU TEMPS CAS $kM \ll 4I^2$

(valeurs de α et de ω_m en Rad/s)

FIGURE 2.5b

les efforts de compression, alors le contact est rompu entre le pieu et le mouton. Comme à ce moment la vitesse s'anulle à la tête du pieu, cette rupture de contact ne peut se faire qu'à l'intervention du rebondissement du mouton. Il en résulte qu'une partie de l'énergie cinétique incidente du mouton lui est restituée sous la même forme. Par limite pour $\beta \to o$ on peut également retrouver le cas 2.

1.2.3. Energie transmise

L'énergie transmise au pieu semi-infini dans le cas 3 analysé précédemment s'exprime par :

$$W_{th\infty} = \int_o^{\frac{\pi}{\beta}} F.\, v\, d\tau = \int_o^{\frac{\pi}{\beta}} \frac{F^2}{I} d\tau = \frac{v_i^2 k^2}{\beta^2 I} \int_o^{\frac{\pi}{\beta}} e^{-2\alpha\tau} \sin^2 d\tau$$

$$= \frac{v_i^2 k^2}{\beta^2 I} \frac{1}{4\alpha^2 + 4\beta^2} \left\{ (-2\alpha \sin \beta t - 2\beta \cos \beta t)\, e^{-2\alpha t} \sin \beta t \right|_o^{\frac{\pi}{\beta}}$$

$$+ 2\beta^2 \int_o^{\frac{\pi}{\beta}} e^{-2\alpha\tau}\, d\tau \} \qquad (2.39)$$

$$= \frac{v_i^2 k^2}{\beta^2 I} \cdot \frac{\beta^2/\alpha}{4\alpha^2 + 4\beta^2} \left(1 - e^{-2\pi \frac{\alpha}{\beta}}\right) = \frac{1}{2} M v_i^2 \frac{\omega_n^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left(1 - e^{-2\pi \frac{\alpha}{\beta}}\right)$$

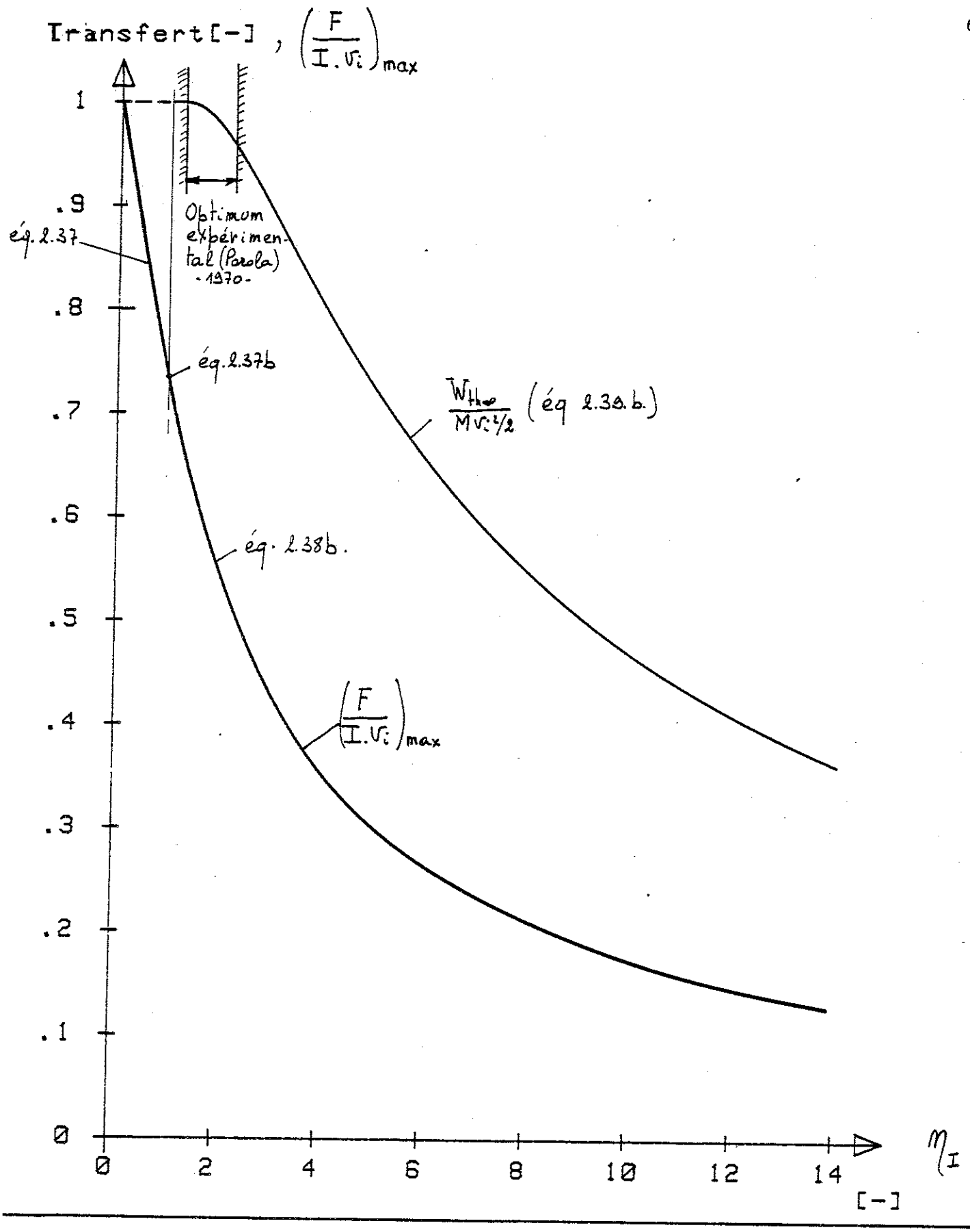
$$= \frac{1}{2} M v_i^2 \left(1 - e^{-2\pi \frac{\alpha}{\beta}}\right) \qquad (2.39.b)$$

Cette expression que nous venons de dériver démontre clairement que l'énergie transmise au pieu semi-infini ne dépend que du rapport α/β que l'on peut exprimer de la manière suivante :

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{k/2I}{\sqrt{\frac{k}{M} - \frac{k^2}{4I^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4I^2}{kM} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\eta_I^2 - 1}} \qquad (2.40)$$

où on a posé : $\eta_I = \frac{2I}{\sqrt{kM}}$ (2.41)

η_I est un rapport d'impédance du pieu au système formé de la masse M et du ressort k; il est supérieur à 1 dans le cas 3 analysé précédemment. La figure 2.6.a représente la



TRANSFERT D'ENERGIE a un pieu semi-infini en fonction du rapport d'impedance

FIGURE 2.6a

partie de l'énergie cinétique transmise au pieu en fonction du rapport d'impédance η_I.

Inversément, par rapport à l'équation 2.40, on a :

$$\eta_I = \sqrt{\frac{(\alpha/\beta)^2 + 1}{(\alpha/\beta)^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}$$

Lorsque le pieu n'est pas semi-infini, l'onde se réfléchissant vers la tête peut interrompre le passage d'énergie si elle a pour effet de rompre le contact avant la terminaison normale de l'impact. Pour introduire cette influence, il ne faut calculer l'énergie transmise que jusqu'au temps $2L/v_c$, temps nécessaire pour l'aller et retour de l'onde de vitesse de propagation v_c dans le pieu de longueur L. Reprenant l'expression intermédiaire 2.39 en ajustant si nécessaire la borne d'intégration, nous obtenons :

$$W_{th} = \int_o^{\frac{2L}{v_c}} Fv d\tau = \frac{v_i k^2}{\beta^2 I} \frac{1}{4\alpha^2 + 4\beta^2} \{(-2\alpha \sin \frac{2\beta L}{v_c} - 2\beta \cos \frac{2\beta L}{v_c})$$

$$\sin \frac{2\beta}{v_c} e^{-\frac{4\alpha L}{v_c}} + \frac{\beta^2}{2\alpha}(1 - e^{-\frac{4\alpha L}{v_c}})\}$$

Pour faciliter les notations et mieux comprendre le mécanisme, posons :

$$\xi = \frac{2L}{v_c} / \frac{\pi}{\beta} \qquad (2.41.b)$$

de telle sorte que l'on puisse voir que $2L\beta/v_c = \xi\pi.$, où ξ est le rapport adimensionnel de la double longueur du pieu à celle de l'onde de compression générée dans le pieu semi-infini. Le calcul peut se poursuivre sous la forme :

$$W_{th} = \frac{1}{2} Mv_i^2 \{(-2(\frac{\alpha}{\beta})^2 \sin\xi\pi - 2(\frac{\alpha}{\beta})\cos\xi\pi)\sin\xi\pi e^{-2\pi\xi(\frac{\alpha}{\beta})}$$

$$+ 1 - e^{-2\pi\xi(\frac{\alpha}{\beta})}\} \qquad (2.39c)$$

Cette expression indique clairement que le pourcentage d'énergie transmise au pieu ne dépend que de deux rapports adimensionnels : α/β, déjà connu (2.40) et ξ, que l'on peut expliciter de la manière suivante :

$$\xi = \frac{2L\beta}{\pi . v_c} = \frac{2\left(\frac{M_p}{\rho A}\right)\beta}{\pi\left(\frac{I}{\rho A}\right)} = \frac{2}{\pi}\frac{M_p}{I} \cdot \frac{k}{2I}\sqrt{\frac{4I^2}{kM} - 1}$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot \mu_p \frac{kM}{4I^2}\sqrt{\frac{4I^2}{kM} - 1} = \frac{4\mu_p}{\pi} \frac{\sqrt{\eta_I^2 - 1}}{\eta_I^2}$$

grâce à $\mu_p = M_p/M$ où M_p est la masse du pieu de section

supposée uniforme. On voit donc qu'en connaissant uniquement η_I et μ_p, nous pouvons évaluer ξ, et donc l'expression 2.39.c. Pour le cas où $\eta_I < 1$, l'expression 2.38 prévaut et l'énergie est donnée par :

$$W_{th} = \int_0^{\frac{2L}{v_c}} Fv\, d\tau = \int_0^{\frac{2L}{v_c}} \frac{F^2}{I}\, d\tau = \int_0^{\frac{2L}{v_c}} \frac{v_i^2 k^2 e^{-2\alpha t}}{4\beta^2 I}(e^{2\beta t} + e^{-2\beta t} - 2)\, d\tau$$

qui après quelques développements et intégration devient :

$$W_{th} = \frac{1}{2} Mv_i^2 \cdot \left(\frac{\alpha}{2\beta}\left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)\left(1 - e^{-2\pi\xi\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)}\right) + \frac{\alpha}{2\beta}\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)\right.$$
$$\left.\left(1 - e^{-2\pi\xi\left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)}\right) - \left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} - 1\right)\left(1 - e^{-2\pi\xi\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}\right)\right) \qquad (2.39d)$$

Cette expression s'évalue, tout comme l'expression 2.39.c par la seule connaissance de η_I et de μ_p.

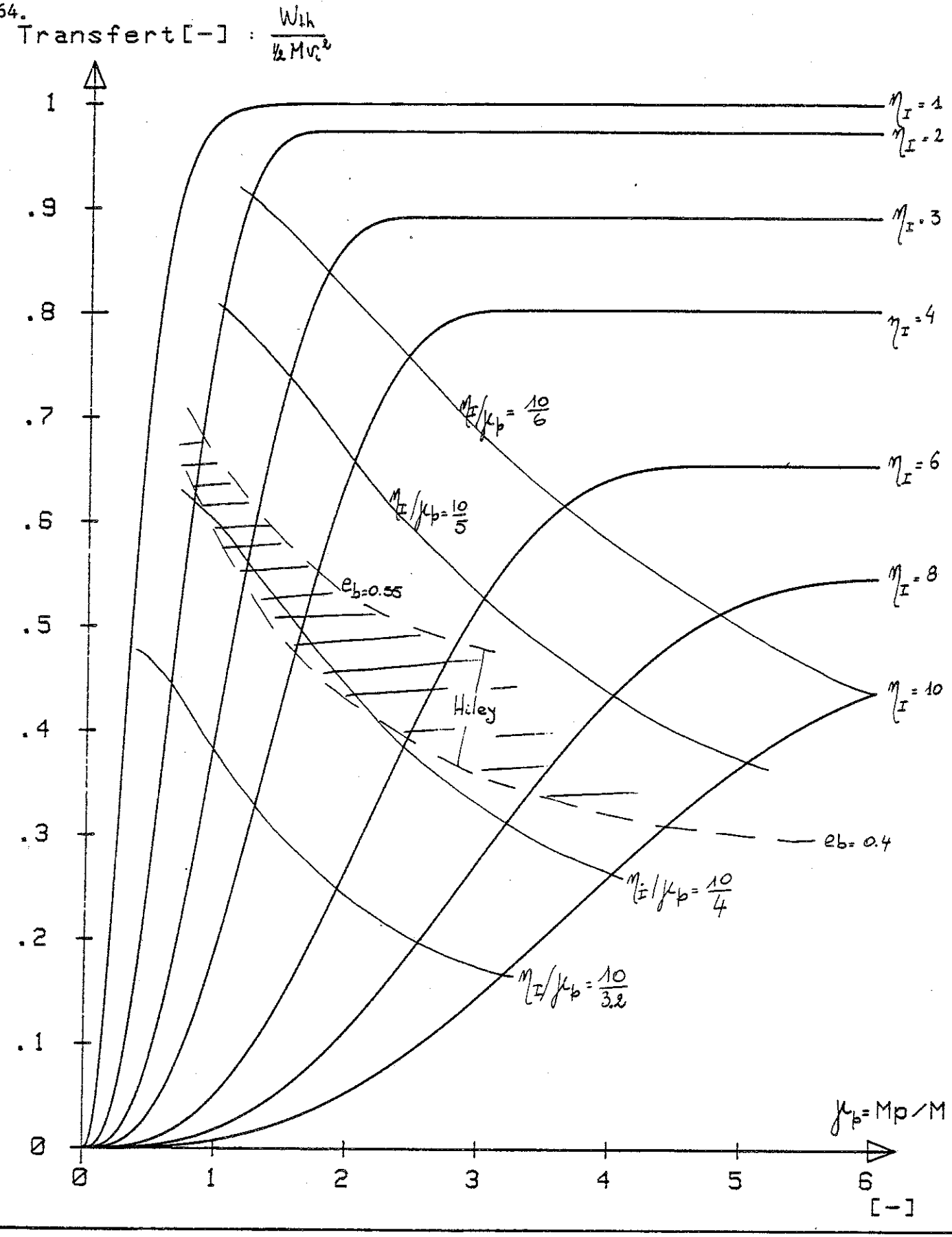
Il est dès lors possible d'exprimer le pourcentage d'énergie transmis $\frac{W_{th}}{\frac{1}{2}Mv_i^2}$ à tout système satisfaisant aux conditions

représentatives énoncées au moyen des seuls deux paramètres adimensionnels :

$\eta_i = \frac{2I}{\sqrt{kM}}$ rapport d'impédance (pieu/système de battage)

$\mu_p = M_p/M$ rapport de masse (pieu/mouton)

C'est la première fois à notre connaissance qu'une expression analytique, justifiée par un raisonnement appuyé sur des hypothèses réalistes, fasse intervenir ces deux paramètres, amenés comme significatifs par l'expérience ou par des déductions faites à partir de calculs de cas particuliers. La partie de l'énergie transmise est représentée à la figure 2.6.b., en fonction de μ_p pour plusieurs valeurs de η_I, calculée suivant le cas approprié (2.39c ou 2.39d).



TRANSFERT D'ENERGIE a un pieu de longueur finie en fonction du rapport de masse (Mp/M) pour differents rapports d'impedance (η_I)

FIGURE 2.6b

En effet, d'une part, Parola (1970) avait déduit de nombreux calculs au moyen d'un calculateur analogique :

$$\left(\frac{I}{\sqrt{kM}}\right)_{\text{optimum}} = 0.6 \text{ à } 1.1$$

Cet optimum se vérifie ($1.2 < \eta_I < 2.2$. dans la figure 2.6.a) dans la mesure où pour les valeurs de μ_p proches de 1, le rendement atteint est déjà proche de 1. D'autre part, les formules de battage font intervenir dans l'estimation du rendement du choc, le rapport μ_p.

Une des lois utilisées est :

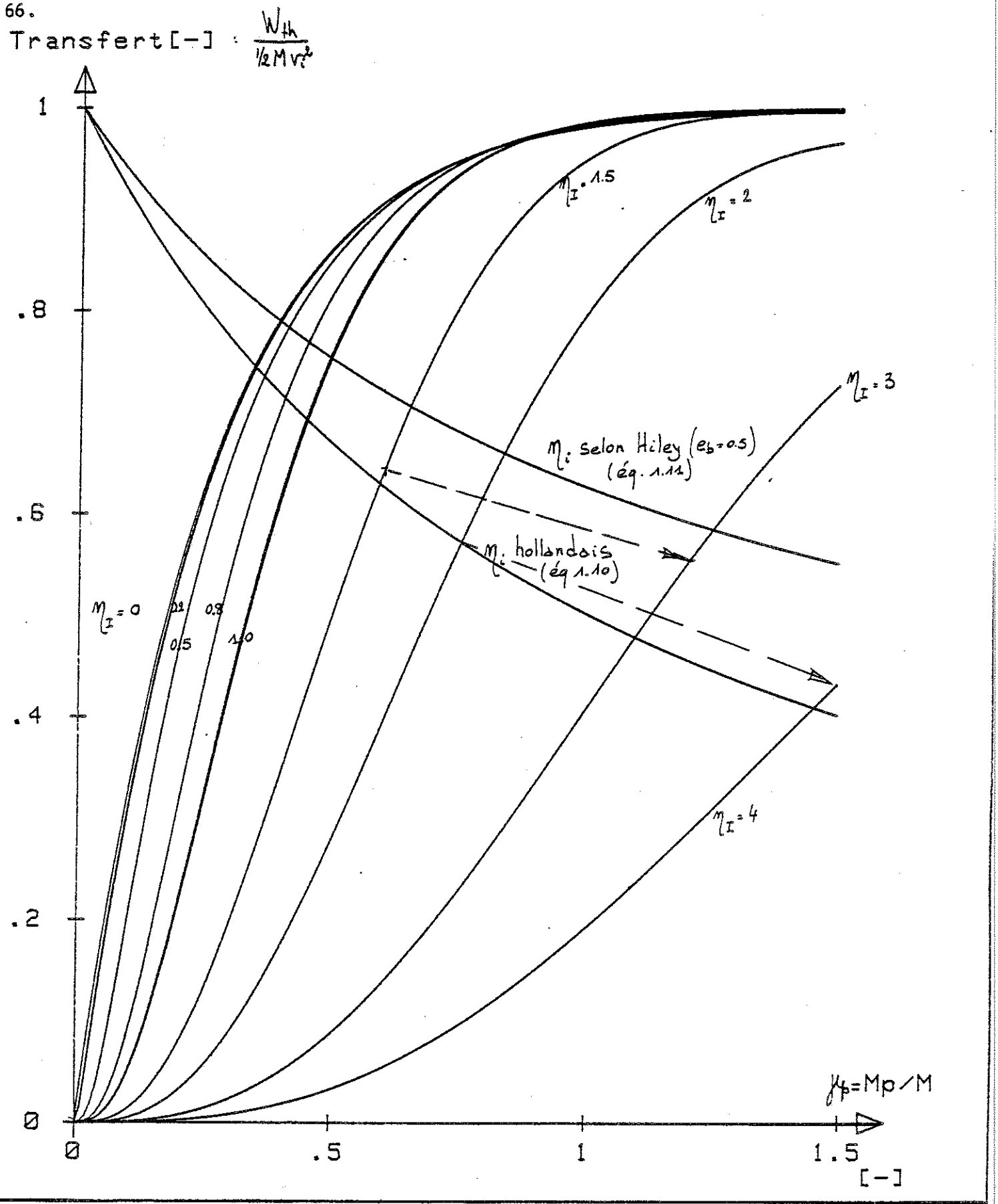
$$\frac{M}{M + M_p} = \frac{1}{1 + \mu_p} \qquad \text{(éq. 1.10)}$$

une autre est :

$$\frac{1 + e^2 \frac{M_p}{M}}{1 + \frac{M_p}{M}} = \frac{1 + e^2 \mu_p}{1 + \mu_p} \qquad \text{(éq. 1.11)}$$

La figure 2.6.b. qui est dérivée de la figure 2.6.a permet de se rendre compte du caractère empirique de ces formules. En effet, si dans la pratique, lorsque l'on passe d'un pieu à un autre pesant le double, l'on double également la masse du mouton et la constante de ressort du casque dont la surface dépend du pieu, le coefficient de transmission est inchangé selon la figure 2.6.c et ce résultat est également fourni par l'une et l'autre formule empirique considérée. Mais si pour battre un pieu de section double (2I) on utilise le même mouton frappant sur un casque renforcé (2k), la valeur η_I est multipliée $\sqrt{2}$.

Si enfin, pour battre un pieu de section double, on utilise exactement le même équipement, ce qui est l'application la plus utile à celui qui dispose d'un équipement donné, alors la valeur de η_I varie proportionellement à celle de μ_p. Les mouvements satisfaisant à cette condition sont représentés dans le diagramme 2.6.b. par les courbes caractérisées par une valeur constante du rapport η_I/μ_p. Dans le diagramme 2.6.c, établi avec une échelle différente de μ_p, des flèches indiquent le passae d'un équipement à un pieu de section double. On remarque que ces mouvements résultent de la variation des paramètres coordonés par des règles de la



RENDEMENT D'IMPACT

les flèches indiquent la transition d'un équipement de battage à un pieu de section double

FIGURE 2.6c

pratique suivant la tendance marquée par les formules 1.10 et 1.11 représentées également dans les deux diagrammes.
Nous déduisons de ce calcul théorique et de cette correspondance avec la pratique, qu'une meilleure qualité de corrélation des formules de battage pourrait être attendue si le diagramme était utilisé en lieu et place des formules dites de rendement de l'impact.

1.2.4 Efforts de compression maximum

Maintenant familiarisés au rapport d'impédance η_I et ayant constaté qu'il était fonction unique du rapport β/α, nous nous sentons en droit d'expliciter les expressions adimensionnelles de l'effort maximal.

Dans le cas 1 envisagé au paragraphe 1.2.2, l'expression 2.37 qui prévaut peut être retravaillée, en tenant compte de l'identité des fonctions hyperboliques :

$$\sin h\ (\tanh^{-1} \frac{\beta}{\alpha}) = \frac{\beta/\alpha}{\sqrt{1 - (\frac{\beta}{\alpha})^2}} = \frac{\beta/\alpha}{\eta_I}$$

et donc :

$$(\frac{F}{Iv_i})_{max} = \frac{2}{\eta_I} \cdot \exp\left(- \frac{\tanh^{-1} \sqrt{1-\eta_I^2}}{\sqrt{1-\eta_I^2}}\right) \qquad (2.37.b)$$

Cette fonction est représentée à la figure 2.6.a p. 61 en fonction du rapport d'impédance, pour $\eta_I < 1$.

Dans le cas 3 envisagé au paragraphe 1.2.2., l'expression 2.38.c peut être présentée plus élégamment, en tenant compte que :

$$\sin (\tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}) = \frac{\beta/\alpha}{\sqrt{1+ (\beta/\alpha)^2}} = \frac{\beta/\alpha}{\eta_I}$$

et donc :

$$(\frac{F}{Iv_i})_{max} = \frac{2}{\eta_I} \exp\left(- \frac{\tan^{-1} \sqrt{\eta_I^2 - 1}}{\sqrt{\eta_I^2-1}}\right) \qquad (2.38.c)$$

Cette fonction est représentée à la figure 2.6.a p. 61 en fonction du rapport d'impédance, pour $\eta_I < 1$.

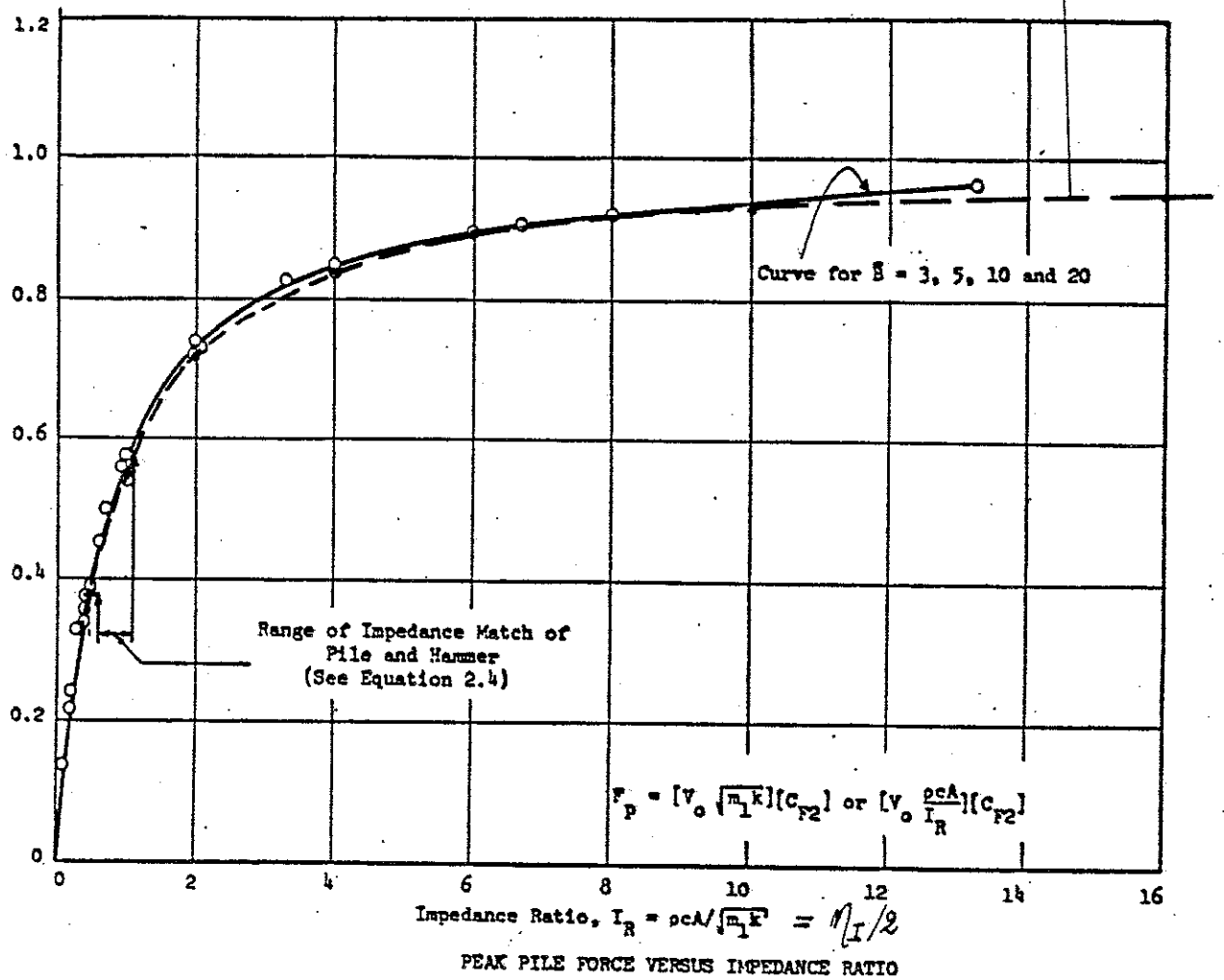
Ce diagramme 2.6.a résume assez bien le problème du transfert d'énergie au pieu en rapport avec la contrainte générée : pour $\eta_I < 1.2$, le transfert théorique est proche de 100 % et toute diminution de η_I s'accompagne d'une forte augmentation de la contrainte maximale de battage. Pour $\eta_I > 3$, le transfert théorique devient inférieur à 90 %, et une réduction de contrainte ne pourrait s'obtenir qu'au prix d'une baisse importante du rendement. Nous concluons donc que la zone intéressante se situe pour $1.2 < \eta_I < 3$ où le compromis entre le rendement et la contrainte est optimal.

De la similitude des expressions 2.37 b et 2.38 d découle une autre forme adimensionnelle :

$$\left(\frac{F}{Iv_i}\right)_{max} \cdot \frac{\eta_I}{2} = \frac{F_{max}}{v_i \sqrt{kM}} = \frac{F_{max}}{\sqrt{2\ k\ W_c}} = C_{F2}$$

qui est également fonction unique η_I et dans laquelle W_c est l'énergie cinétique. C'est cette fonction que Parola (1970) avait établie par calculs de cas particuliers. L'expression rigoureuse que nous en donnons ici colle parfaitement avec les résultats de ses calculs analogiques (voir figure 2.6.d. p. 69).

éq. 2.39



PEAK PILE FORCE VERSUS IMPEDANCE RATIO

EFFORT MAXIMAL en tete d'un pieu semi-infini en fonction du rapport d'impedance : comparaison theorie - calculs de Parola(1970)

FIGURE 2.6d

1.2.5. Efforts de traction

Pour un pieu semi-infini, l'effort transmis est essetiellement de compression. Cependant, lorsque l'on bat un pieu dans un sol dont la résistance est faible, cette onde peut se réfléchir à la base sous la forme d'une onde de traction. En se plaçant du côté de la sécurité, on peut calculer la traction maximale d'un pieu de longueur finie supposé libre et en particulier dont la base est considérée comme extrémité libre (cf. paragraphe 3.2.3 du chapitre I)
Le profil de l'onde de compression est déterminé en remplaçant t par:

$$\frac{z - z_o}{v_c}$$

dans les expressions donnant la force d'impact. Le point marquant le début du profil à la coordonnée z_o et se propage avec la vitesse de l'onde dont la longueur totale, dans le cas du pieu semi-infini, vaut :

$$L_w = v_c \cdot \frac{\pi}{\beta}$$

Si la longueur du pieu L_p est aussi égale à la moitié de la longueur de cette onde, elle permet au pic de l'onde de compression de réapparaître lors de sa réflexion depuis la base intégralement en traction. Par contre, si le pieu est plus court que cette distance, l'onde de traction réfléchie sera partiellement annihilée par la partie de l'onde de compression qui continue à être générée et à descendre.

La traction maximale peut s'estimer en soustrayant de l'effort de compression maximal, dénoté par $t = t_{max}$ (qui revient en traction) l'effort de compression existant au temps :

$$t_{max} + \frac{2L_p}{v_c}$$

Cette expression a été évaluée pour un certain nombre d'exemples par Hirsh (1966), qui en a déduit une règle empirique donnant le rapport de la traction observée σ_t à la compression maximale σ_{max} en fonction du rapport L_w/L_p.

$$\frac{|\sigma_t|}{\sigma_{max}} = 1 \qquad \text{pour } L_w/L_p \leq 2$$

$$= \frac{8}{(L_w/L_p)^3} \qquad \text{pour } L_w/L_p > 2 \qquad (2.44)$$

On en déduit que pour limiter les efforts de traction dans les situations où ils peuvent apparaître, il y a intérêt à allonger l'onde de compression (casque plus mou, mouton plus lourd).

1.3. Discrétisation totale.

Il convient de mentionner la méthode des éléments finis qui est une alternative à la méthode exposée ci-après. Cette dicrétisation du matériel de fonçage n'amènerait rien de plus que la méthode classiquement appliquée, hormis une meilleure représentation des conditions aux limites. Puisque cet apport ne nous semble pas fondamental, nous ne nous attarderons pas sur cette méthode très puissante et bien connue.

1.3.1. Modèle

Devant les limitations énoncées pour la résolution théorique de l'équation d'onde, E.A. Smith (1960) a proposé un schéma de résolution pas à pas de l'équation par une méthode qui ressemble à la méthode des différences finies. Le modèle unidimensionnel que Smith propose a l'avantage de représenter physiquement les divers éléments impliqués. La figure 2.7 p.72 illustre le correspondant mécanique de l'ensemble mouton - casque - pieu - sol.

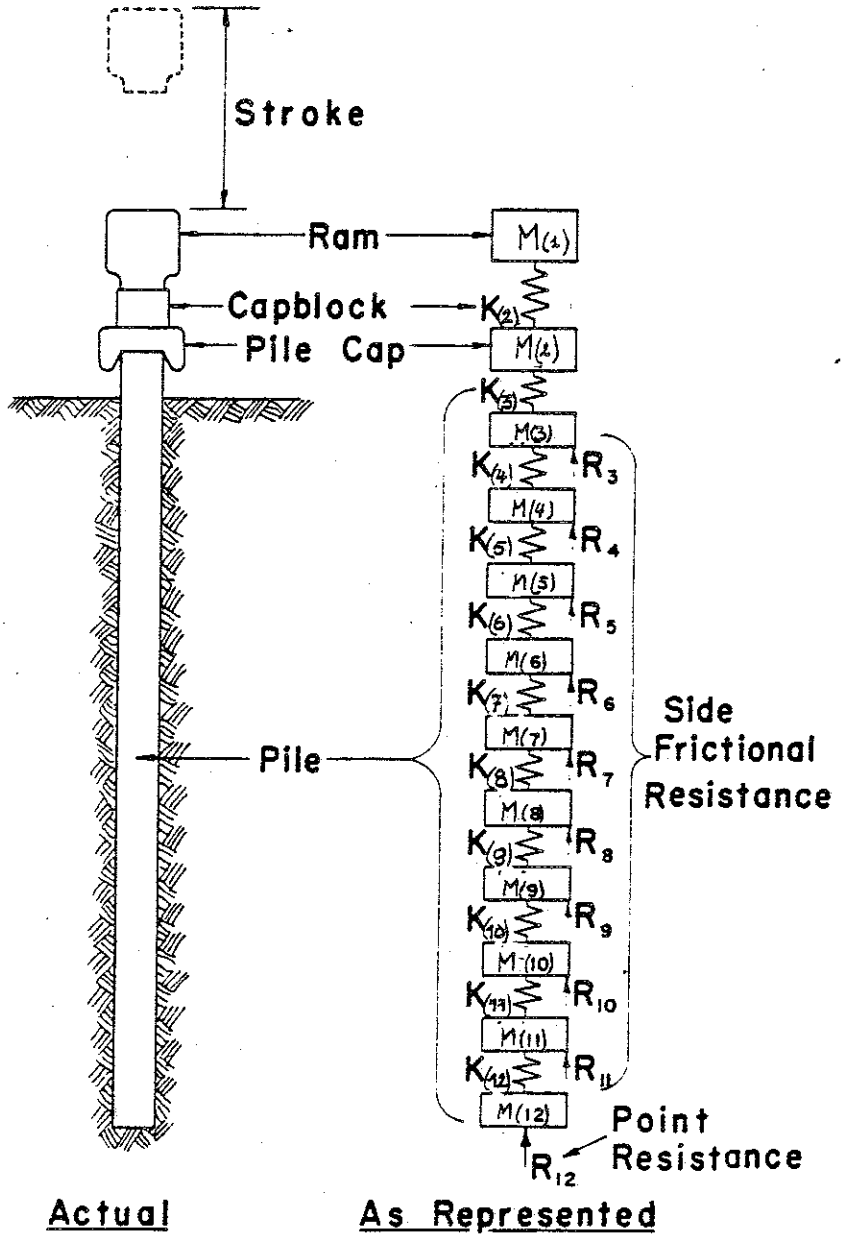
Le mouton est remplacé, comme dans le cas de la discrétisation partielle par sa masse concentrée en un point:

M(1) au point 1 ; sa raideur n'est pas considérée.

L'élément souple supérieur du casque est remplacé par un ressort dont le coefficient est égal à son coefficient de raideur :

K(2) entre les points 1 et 2; sa masse n'est pas considérée.

La partie métallique du casque est remplacée par sa masse, concentrée en un point :



MODELISATION DE E.A.SMITH(1960)

FIGURE 2.7

M(2) au point 2 ; sa raideur n'est pas considérée.

La fourrure du casque est remplacée par un ressort comme pour la partie supérieure :

K(3) entre les points 2 et 3.

Le pieu est remplacé par une série alternative de masses et de ressorts; autrement dit, on en discrétise séparément les 2 caractéristiques nécessaires à représenter la propagation des ondes : la masse et la raideur. Le tronçonnage du pieu se fait en longueurs généralement égales, de sorte qu'ici, la formulation est celle des différences finies. Si le pieu est divisé en n_s segments, la masse de chacun des segments, concertée au centre de gravité vaudra :

$$M(i) = M_p/n_s \qquad i = 3,\ldots n_s + 2$$

ou plus généralement :

$$M(i) = \rho_p A \, \Delta L_i \tag{2.45}$$

où ΔL_i est la longueur du tronçon i.

Les coefficients des ressorts qui séparent les centres de masses sont calculés de manière à reproduire les coefficients de raideur entre les paires de masse considérées.

Dans le cas d'un pieu élastique, de module E_p,

$$K(i) = \frac{A_i \, E_p}{Z(i) - Z(i-1)} \tag{2.46}$$

Puisque les masses du pieu sont théoriquement concentrées au milieu des tronçons, les 2 extrémités du pieu doivent en principe être complétées par un ressort dont la raideur vaut:

$$K(3) = \frac{A_i \, E_p}{Z(1)} \qquad \text{en tête}$$

$$K(n_s+2) = \frac{A_{ns} \, E_p}{L - Z(n_s+2)} \qquad \text{à la base} \tag{2.47}$$

En tête le ressort doit se composer en série avec celui de la fourrure, dont la souplesse est prépondérante et on le néglige généralement. A la base, il est négligé également, car sa combinaison avec la réaction du sol entraîne des complications mathématiques. Dans le cas où une plaque

rigide ou un élément pesant constitue la base du pieu, cette approximation se justifie.

La réaction R du sol sur le pieu pendant le battage est divisée suivant sa surface d'action : frottement latéral le long de la surface latérale des tronçons considérés et base à l'extrémité inférieure du dernier élément. Mécaniquement, cette réaction est assurée par un ressort à effort limité en parallèle à un dashpot. Ce système est attaché au centre de masse de l'élément considéré et sa base est fixe. Il est donc supposé que la réaction dépend du mouvement absolu de l'élément et est indépendante des tronçons voisins. Ce mouvement absolu est à interpréter comme le mouvement relatif du pieu par rapport au sol situé à une distance telle qu'on peut le considérer immobile.

La résolution des équations du mouvement se fait pas à pas par incrément de temps, depuis la situation initiale jusqu'à la situation désirée. Si Δt désigne l'incrément de temps choisi, satisfaisant à un critère de stabilité numérique, les calculs suivants sont exécutés en cascade, le premier indice désignant le numéro de l'élément dont l'ensemble en comporte n_t :

$$u\,(m,t+\Delta t) = u(m,t) + \Delta t \,.\, v\,(m,t); \quad m = 1 \ldots n_t$$

Calcul des déplacements au départ des déplacements et vitesses antérieurs.

$$F\,(m,t+\Delta t) = K(m) \,.\, \big(u(m-1,t+\Delta t) - u(m,t+\Delta t)\big); m = 1 \ldots n_t$$

Calcul des efforts développés dans les ressorts au départ des déplacements. (2.48)

$$R\,(m,t+\Delta t) = f\big(u(m,t+\Delta t),\ \dot{u}\,(m,t)\ldots\big); m = n_e \ldots n_t$$

Calcul des réactions développées par le sol au départ des déplacements, vitesses... contenues dans la loi de comportement f.

$$\dot{u}\,(m,t+\Delta t) = \dot{u}(m,t) + \big(F(m,t+\Delta t) - F(m+1,t+\Delta t) - R(m,t+\Delta t)\big)\,\frac{\Delta t}{M(m)} \qquad m = 1 \ldots n_t$$

Calcul de la nouvelle vitesse au départ de l'équilibre dynamique du tronçon (variation de la quantité de mouvement pendant le temps Δt).

L'exécution de ces calculs, donne l'état de contrainte et les mouvements en tout endroit modélisé. Il répond à la double question de la prévision des contraintes de battage et à celle du refus.
Pour le premier point, on tire de l'expérience de quelques calculs, que la contrainte de compression n'est pas excessivement sensible aux hypothèses faites pour le pieu. Pour le second, Smith propose de conduire le calcul jusqu'au moment où l'élément modélisant la base commence à remonter. Selon lui, le refus peut être obtenu en soustrayant de ce déplacement maximal calculé la composante de retour élastique de la réaction à la base. Il va sans dire que cette hypothèse difficilement justifiable est lourde de conséquences. Ces dernières seront discutées plus en détail aux paragraphes 2.3.1. et 2.5.

1.3.2. Schémas d'intégration

Schéma de E.A. Smith

En repartant de la théorie des différences finies, on conviendra d'expliciter le raisonnement de Smith sous la forme suivante en ne reprenant que les termes du mouvement appliqués à un pieu libre :

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= \dot{u}(t - \Delta t) + \Delta t\ \ddot{u}(t) \\ u(t+\Delta t) &= u(t) + \Delta t\ \dot{u}(t) \\ &= u(t) + \Delta t \left(\dot{u}(t-\Delta t) + \Delta t\ .\ \ddot{u}(t)\right) \\ u(t+\Delta t) &= u(t) + \Delta t\ \dot{u}(t-\Delta t) + \Delta t^2\ \ddot{u}(t) \end{aligned} \qquad (2.49)$$

C'est un schéma assez composite puisqu'en final, la position du point à l'instant $t+\Delta t$ fait intervenir la position et son accélération au temps t de même que la vitesse au temps $t-\Delta t$.

Ceci est une description simplifiée car il faut remarquer que dans son article, Smith propose de calculer l'accélération $\ddot{u}$ (t) au départ des efforts (internes et réactions) avec les déplacements au temps t, et les vitesses $t - \Delta t$. Donc cette accélération est elle-même hybribde. Ceci atteste la formulation :

$$u\ (t+\Delta t) = f\ \left(u(t),\ \dot{u}\ (t - \Delta t)\right) \qquad (2.49.b)$$

Pour utiliser cette méthode explicite en position et en temps, il y a lieu de choisir judicieusement l'incrément de longueur ΔL ainsi que l'incrément de temps Δt. Smith avait déjà proposé pour expression du temps critique :

$$\Delta t < \Delta t_c = \sqrt{\frac{M(n)}{k(n)}} = \sqrt{\frac{\rho A\ \Delta L}{EA/\Delta L}} = \sqrt{\frac{\Delta L^2}{E/\rho}} = \frac{\Delta L}{v_c} \qquad (2.50)$$

Le temps Δt_c est le temps nécessaire au passage de l'onde d'un élément à l'autre. Si le pieu était libre, uniforme, homogène, de longueur infinie, la solution exacte serait trouvée pour $\Delta t = \Delta t_c$.

Une autre imposition est le degré de précision désiré pour les hautes fréquences. Pour la simulation de coups dont on a enregistré l'onde de force et de vitesse, il peut être souhaitable de tenir compte de composantes de haute fréquence présentes dans l'enregistrement. Dans la pratique (I. Smith (1978)), il a été établi que la bande passante correspond aux ondes dont la longueur était au moins dix fois supérieure à celle de la discrétisation. A titre d'exemple, pour une fréquence de 1000 Hz dans de l'acier, la longueur d'onde est :

$$L_w = \frac{v_c}{f} = \frac{5200}{1000} = 5.2 \text{ m}$$

Si cette composante doit être conservée lors de sa propagation dans le pieu, il y aura lieu d'adopter une longueur de tronçon au plus égale à 0.52 m.

Si l'incrément de temps est supérieur à la valeur Δt_c, la solution diverge et aucun résultat valable n'est obtenu. Une erreur résultant d'un choix de Δt trop élevé est que l'onde progresse à une vitesse inférieure à v_c.
Si l'incrément de temps est choisi inférieur à cette valeur, la solution tout en restant stable, n'est qu'approximative. L'approximation est d'autant plus grossière que l'incrément de temps est petit car la solution calculée se rapprochera du système des masses et des ressorts, et fera apparaître en particulier tous les modes de vibration parasites de la solution d'ensemble recherchée. Ce défaut peut être corrigé par la diminution de la longueur de segmentation ΔL, tout en respectant la condition 2.50. C'est donc dans le cas ou le pieu n'a pas été divisé en un petit nombre de segments que le choix de Δt est crucial. Dans la pratique, on adopte un incrément de calcul égal à environ la moitié de l'incrément critique le plus faible du système.

Au départ des masses, ressorts et dashpots mis en oeuvre par Smith, rien ne nous empêcherait à priori d'utiliser les schémas d'intégration des équations du mouvement développés pour le calcul des structures. Nous verrons à titre comparatif trois autres schémas celui de de Newmark, celui de Wilson et celui à accélération linéaire.

Schéma de Newmark

Les hypothèses se résument par les équations suivantes (Newmark (1959).

$$\dot{u}\ (t+\Delta t) = \dot{u}\ (t) + \left((1-\gamma)\ \ddot{u}(t) + \gamma\ \ddot{u}(t+\Delta t)\right)\ \Delta t$$

avec, habituellement

$\gamma = \frac{1}{2}$ et (2.51)

$$u\ (t+\Delta t) = u\ (t) + \dot{u}\ (t)\ .\ \Delta t + \left(\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ \ddot{u}(t) + \beta\ddot{u}\ (t+\Delta t)\right)\ \Delta\ t^2$$

Il peut être démontré que pour la valeur du paramètre $\beta = 1/4$, on retrouve la formulation de l'équation de l'onde selon le développement en différences finies de Crank-Nicolson. Ces hypothèses permettent de réécrire les formules de récurrence, sous forme matricielle, pour abréger l'écriture :

$$\left[\frac{\overline{M}}{\beta\Delta t^2} + \overline{k}\ \right]\ \overline{u}\ (t+\Delta t) = \overline{R}\ (t + \Delta t) + \overline{M}\ \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}\ \overline{u}(t) + \frac{1}{\beta\Delta t}\right.$$

$$\left.\overline{\dot{u}}\ (t)\ \left(\frac{1}{2\beta}\ -1\right)\ \overline{\ddot{u}}\ (t)\right]$$

$$\overline{\ddot{u}}\ (t+\Delta t) = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\ \left[\overline{u}\ (t+\Delta t) - \overline{u}(t)\right] - \frac{1}{\beta\Delta t}\ \overline{\dot{u}}(t) - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ \overline{\ddot{u}}(t)$$

(2.52)

$$\overline{\dot{u}}\ (t+\Delta t) = \overline{\dot{u}}(t) + (1-\gamma)\ \Delta t\ \overline{\ddot{u}}(t) + \Delta t\ \overline{\ddot{u}}\ (t+\Delta t)$$

Comme on peut le voir par la première équation, la méthode est implicite en ce qui concerne l'espace. Elle nécessite la résolution d'un système d'équation à chaque intervalle de temps. Cependant la méthode peut être rendue "inconditionnellement" stable avec :

$$\gamma \geqslant \frac{1}{2}\ \text{et}\ \beta \geqslant \frac{1}{4}\ \left(\gamma + \frac{1}{2}\right)^2$$

Schéma de Wilson

En ce qui concerne le shéma de Wilson (1976), on estime qu'il est possible de trouver un point distant de $\Theta\Delta t \geqslant \Delta t$ satisfaisant rigoureusement aux conditions cinématiques :

$$\dot{u}\ (t+\Theta\Delta t) = \dot{u}(t) + \frac{\Theta\Delta t}{2}\ \left(\ddot{u}\ (t+\Theta\Delta t) + \ddot{u}\ (t)\right)$$

ou

(2.53)

$$u\ (t+\Theta\Delta t) = u(t) + \Theta\Delta t\dot{u}(t) + \frac{\Theta^2\Delta t^2}{6}\ \left(\ddot{u}\ (t+\Theta\Delta t) + 2\ \ddot{u}(t)\right)$$

Ces hypothèses conduisent à un système d'équations de récurrence analogue à celui donné précédemment, permettant de connaître $\bar{u}$, $\bar{\dot{u}}$ et $\bar{\ddot{u}}$ au temps $t + \theta\Delta t$.

Les équations d'équilibre s'écrivent dans le cas : du problème par la forme matricielle :

$$\bar{M}\,\bar{\ddot{u}} + (\bar{C})\,\bar{\dot{u}} + (\bar{k})\,\bar{u} = \bar{P}$$

Dans le cas où tout le système est modélisé, $\bar{P}$ représente les forces constantes de gravité.

$$\bar{\bar{k}}\,\left(\bar{u}(t+\theta\Delta t) - \bar{u}(t)\right) = \Delta\bar{\bar{P}} \qquad (2.54)$$

avec

$$\bar{\bar{k}} = \bar{k}(t) + \frac{3}{\theta\Delta t}\,\bar{C}(t) + \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}\,\bar{M}$$

et

$$\Delta\bar{\bar{p}} = \bar{M}\,\left[\frac{6}{\theta\Delta t}\,\bar{\dot{u}}(t) + 3\,\bar{\ddot{u}}(t)\right] + \bar{C}(t)\,\left[3\,\bar{\dot{u}}\,(t) + \frac{\theta\Delta t}{2}\,\bar{\ddot{u}}(t)\right]$$

Dans ces équations d'équilibre pseudo-statique, on retire $\bar{u}\,(t + \theta\Delta t) - \bar{u}\,(t)$, ce qui permet alors de calculer :

$$\bar{\ddot{u}}(t + \theta\Delta t) - \bar{\ddot{u}}\,(t) = \frac{6}{(\theta\Delta\theta)^2}\,\left(\bar{u}\,(t+\theta\Delta t) - \bar{u}\,(t)\right) - \frac{6}{\theta\Delta t}\,\bar{\dot{u}}\,(t) - 3\,\bar{\ddot{u}}\,(t)$$

Les valeurs correspondant au temps $t + \Delta t$ en sont déduites par interpollation sur l'accélération que l'on a supposé varier linéairement pendant l'intervalle de temps :

$$\ddot{u}\,(t+\Delta t) = \ddot{u}\,(t) + \frac{1}{\theta}\,\left(\ddot{u}\,(t + \theta\Delta t) - \ddot{u}\,(t)\right)$$

d'où l'on déduit :

$$\dot{u}\,(t+\Delta t) = \tilde{\dot{u}}\,(t) + \frac{\Delta t}{2}\,\left(\ddot{u}\,(t) + \ddot{u}\,(t+\Delta t)\right) \qquad (2.55)$$

$$u\,(t+\Delta t) = u(t) + \dot{u}\,(t)\,.\,\Delta t + \frac{\Delta t^2}{3}\,\ddot{u}(t) + \frac{\Delta t^2}{6}\,\ddot{u}\,(t+\Delta t)$$

Les meilleurs résultats sont obtenus pour le coefficient d'extrapollation θ égal à 1.4. La méthode est stable pour les valeurs $\theta \geq 1.37$.

Malheureusement, étant donné la nécessité de résoudre à chaque étape de temps un système d'équations, il nous semble préférable d'utiliser une méthode explicite qui est plus facile à suivre dans ses développements (réactions non linéaires) et qui ne heurte pas en raison de sa correspondance physique (progressivité de l'onde).

Une autre raison pour laquelle nous emploierons un schéma explicite, est que nous devrons respecter le contenu fréquentiel du signal transitoire. Pour les fréquences relevées dans le battage (1000 Hz), l'intervalle de temps sera nécessairement petit et pourra être utilisé économiquement dans les schémas explicites.
Les schémas implicites en effet ne deviennent intéressants que si l'on peut utiliser des intervalles de temps significativement plus grands que pour des schémas explicites.

Schéma à accélération linéaire

Un dernier schéma explicite sera exposé, en alternative à la formulation hybride de Smith. C'est celui où l'on suppse une variation linéaire de l'accélération. Il peut être obtenu à partir des équations de Newmark dans lesquelles on fait $\gamma = \frac{1}{2}$ et $\beta = 0$.

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \Delta t\, \dot{u}(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}(t)$$

$$\dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}(t) + \frac{\Delta t}{2} \left(\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t + \Delta t)\right) \qquad (2.56)$$

Si on le rapproche de celui de Smith, on constate que ce dernier a fait l'hypothèse :

$$\frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t + \Delta t)}{2\Delta t} = \frac{F(n, t+\Delta t) - F(m+1, t+\Delta t) - R(u(t+\Delta t), \dot{u}(t))}{M} \qquad (2.57)$$

autrement dit que l'accélération moyenne pendant l'intervalle de temps pouvait se calculer en faisant intervenir d'une part les forces engendrées par les déplacements en $t+\Delta t$ et celles engendrées par les vitesses en t. C'est une hypothèse raisonnable car, au prix d'une moyenne pondérée des termes de résistance dûs au déplacement et à la vitesse, elle mène à une simplification importante, non atteinte par les schémas précédents car la méthode reste entièrement explicite.

2. COMPORTEMENT DES MATERIAUX DE FONCAGE

Ce sous-chapitre présente les lois de comportement utilisables ou propres à déterminer le mieux possible la déformation verticale des matériaux de fonçage sous contrainte axiale. Les matériaux de fonçage comprennent pour le mouton, de l'acier ou de la fonte; pour le casque, du bois, du plastique, du métal massif ou structuré pour être souple et pour le pieu, du bois, du béton et de l'acier. Ces matériaux seront mentionnés lors de l'étude de la loi qui leur est appropriée, ce dernier aspect servant à structurer la présentation d'une manière plus générale. Un dernier paragraphe est relatif au comportement du milieu fluide compris entre le piston et l'enclume d'un mouton diesel.

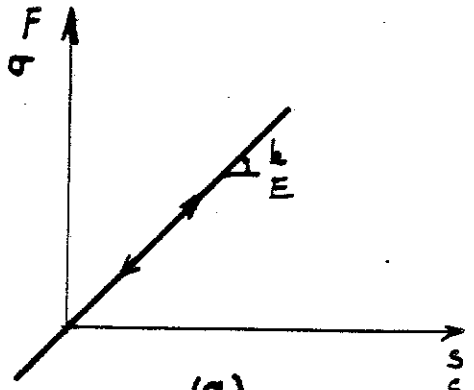
2.1. Matériau élastique linéaire

2.1.1. Description de la loi

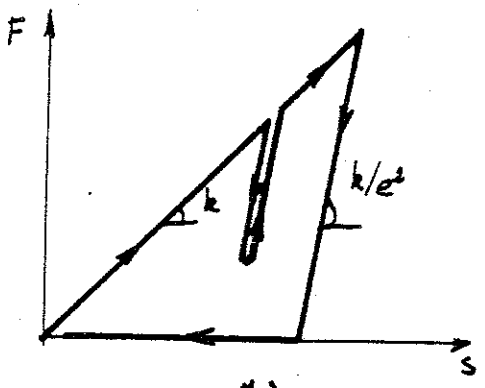
C'est la loi de comportement que nous avons utilisée pour la dérivation de la forme canonique de l'équation de l'onde. Cette forme est possible grâce à la constance supposée du module E de déformation. En effet, comme le montre la figure 2.8a, dans cette loi, les contraintes verticales axiales sont proportionnelles aux déformations axiales, quelle que soit l'état de déformation : en appelant σ_z la contrainte axiale et ε_z la déformation axiale, nous rappelons cette loi :

$$\sigma_z = E.\varepsilon_z \qquad (2.60)$$

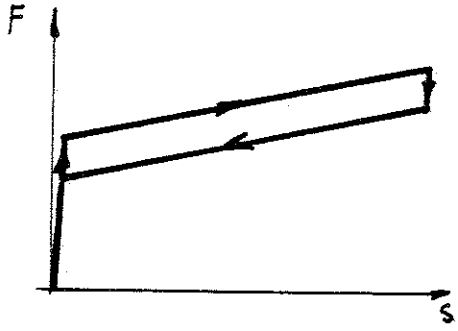
Pour que cette loi soit strictement applicable, il faut que le module E reste constant, sans limite sur la valeur de ε_z, positive ou négative et que la contrainte ne dépende pas de la vitesse de déformation. Puisque l'utilisation des matériaux de fonçage doit se faire sans contrainte dommageable, on fait l'hypothèse que dans le domaine des sollicitations, le matériau est élastique. Si, en effet, on se situe loin de la limite de rupture de traction de l'acier ou de la limite en compression du béton, on fait généralement l'hypothèse du matériau élastique. Le bois, dont il est difficile de définir un module, tant les contraintes dépendent de la vitesse d'application de la charge, est modèlisée habituellement comme matériau élastique ; l'hypothèse ici faite est que la vitesse de déformation reste dans une plage où il est possible d'adopter un module dynamique représentatif des phénomènes de battage.



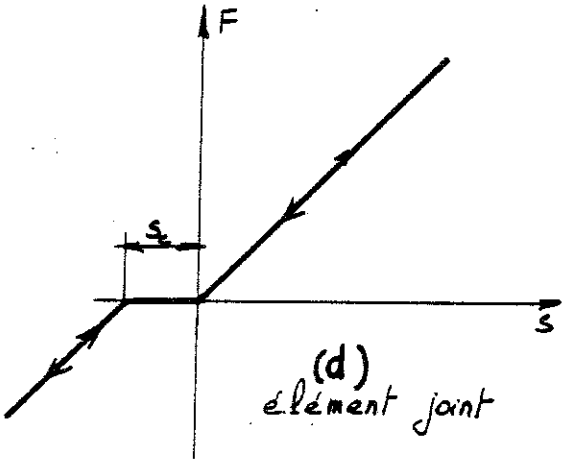
(a)
élastique - linéaire



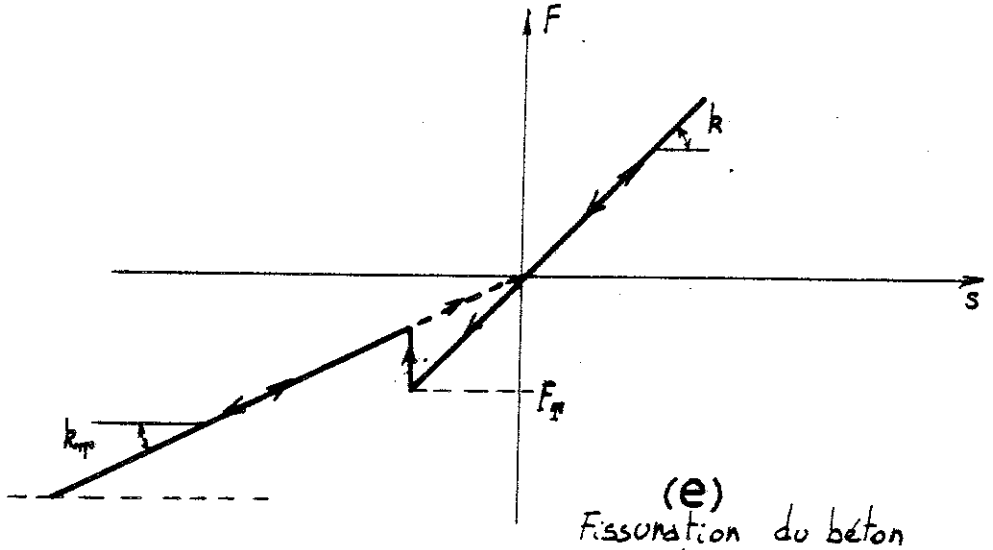
(b)
bi-linéaire



(c)
bi-linéaire précontraint



(d)
élément joint



(e)
Fissuration du béton
en traction

LOIS DE COMPORTEMENT DES MATERIAUX DE FONCAGE

FIGURE 2.8

Pour les matériaux constituant le mouton et l'enclume, hormis les déformations locales élevées aux contacts, la loi élastique est pleinement justifiée. Pour la programmation, la loi de comportement s'écrit sous forme incrémentale :

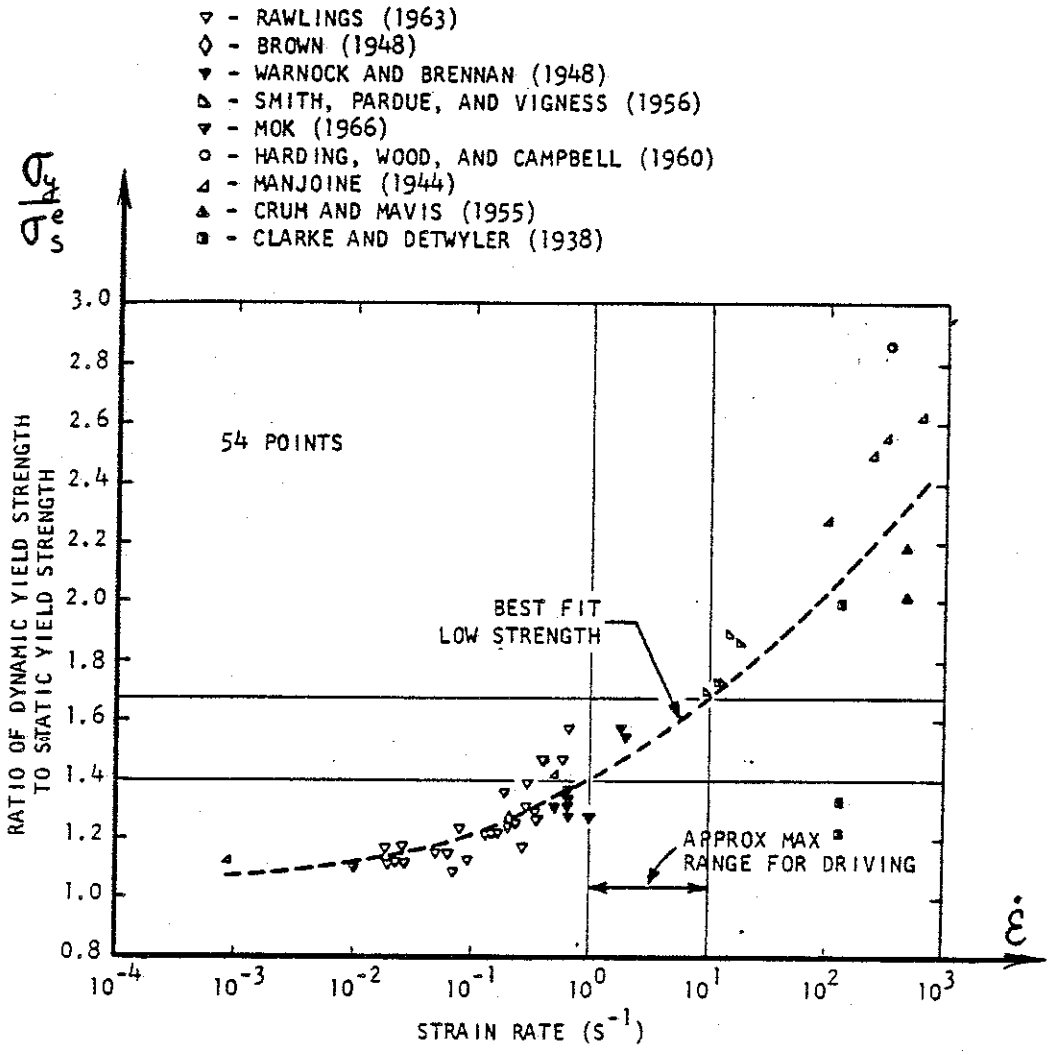
$$\Delta F = k\Delta s \text{ avec } k = EA/\Delta L \qquad (2.60.b)$$

2.1.2. Limites pour l'acier

Pour le matériau constituant le pieu, il y a lieu de vérifier que la contrainte calculée reste en dessous de certaines limites liées soit au domaine élastique du matériau, soit à sa rupture si elle est brutale. Les expériences (Dismuke, 1978) ont montré que pour l'acier, la limite élastique σ_y augmentait sensiblement avec la vitesse de déformation. Le diagramme 2.9, que Dismuke propose au départ de plusieurs sources donne le rapport de la limite élastique dynamique, à la limite élastique statique σ_s^e. La vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ $[s^{-1}]$ rencontrée dans la pratique est de l'ordre de 10^{-3} /ms $\simeq 1\ s^{-1}$ mais suite à l'arrondissement de la forme de l'onde, on peut estimer que la vitesse de déformation moyenne est de $0.1\ s^{-1}$. Pour ces vitesses de déformation, (Thompson, (1979)), la limite élastique est multipliée par un facteur 1.2 à 1.4. Ce fait avait été annoncé par la pratique du battage des poutrelles avec une valeur proche de la limite élastique, confirmation par (De Beer (1982)). Les analyses microscopiques (Dismuke, 1978) faites au contact de poutrelles et du casque ont montré le changement de la microstructure de l'acier jusqu'à une profondeur de moins de 0.5 mm pour une contrainte égale à $1.7\ \sigma_s^e$. On en déduit que l'effet est vraiment local et ne doit être modélisé que si l'on s'y intéresse en particulier. Les études d'impact ne mettent pas en évidence la modification du module d'élasticité en fonction de la vitesse de déformation. Pour la définition des contraintes admissibles lors du battage, et admissible pour l'hypothèse d'élasticité, on admettra (Davisson, 1978), avec un facteur de sécurité d'environ 1.2 :

$$(\sigma_{dyn})_a = 1.1\ \sigma_s^e \qquad (2.61)$$

avec $(\sigma_{dyn})_a$: contrainte dynamique admissible et σ_s^e : limite élastique statique conventionnelle (0.2 %) pour les corps qui ne sont foncés qu'une fois. Pour tenir compte de la



NOTE: ABOVE DATA FOR STEELS WITH ULTIMATE STRENGTHS TO 552 N/MM^2 (80 KSI)

AUGMENTATION RELATIVE DE LA LIMITE ELASTIQUE DE L'ACIER EN FONCTION DE SA VITESSE DE DEFORMATION UNITAIRE - Dismuke (1978)

FIGURE 2.9

répétition et de l'inversion des contraintes, pour les corps utilisés de nombreuses fois (mouton, fourreau récupéré), la considération de la fatigue impose :

$$(\sigma_{dyn})_a = 0.7\ \sigma_s^e \qquad (2.62)$$

Ces critères s'appliquent aux contraintes de compression et il ne s'est pas trouvé de cas pratiques mettant en défaut leur extension aux contraintes de traction.

Le module d'élasticité adopté varie entre 200000 et 215000 MPa, ce qui avec une masse volumique de 7850 kg/m^3 donne des vitesses de propagation de 5100 à 5200 m/s, observées dans l'acier.

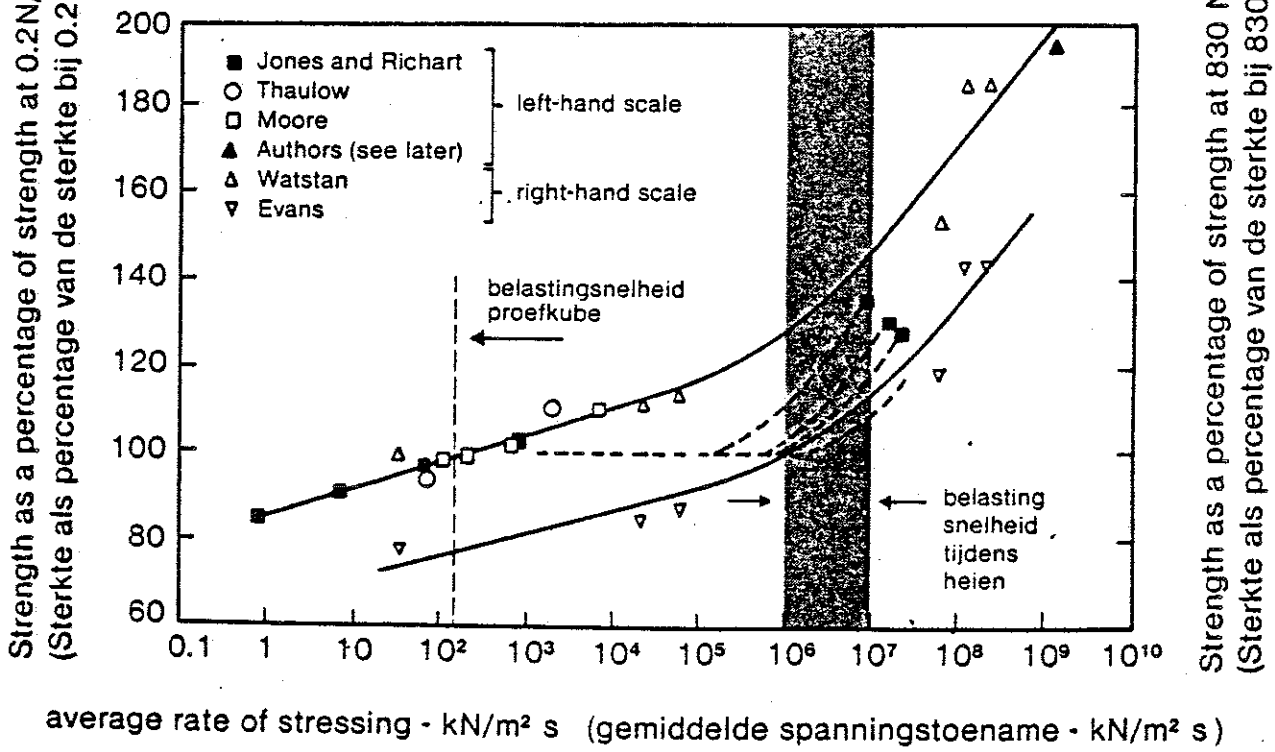
2.1.3. Limites pour le béton

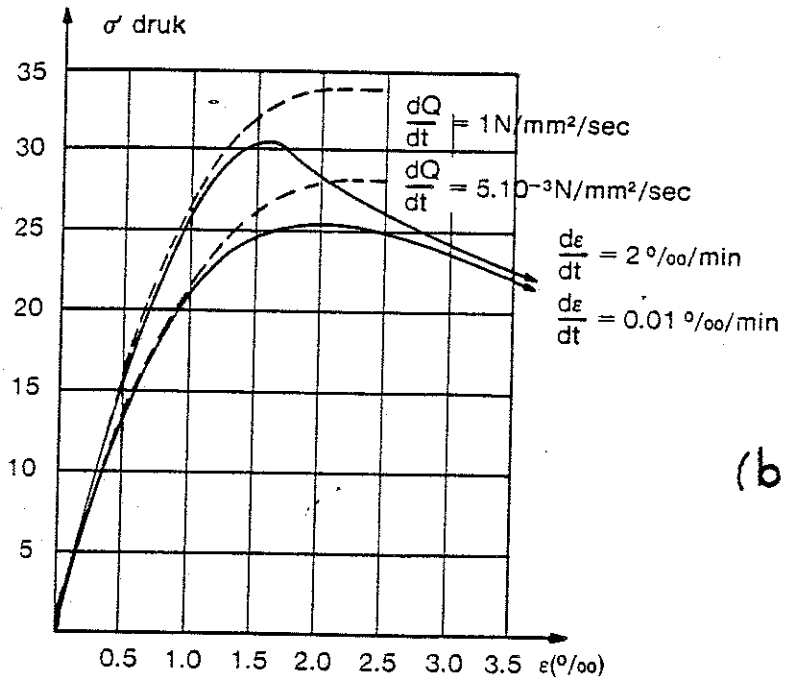
En ce qui concerne le béton armé, la vitesse de déformation augmente également la résistance dynamique tandis que la répétition des chocs produit un effet contraire.
Pour l'augmentation de la résistance à la compression suite à des applications rapides de charge, des études ont été faites principalement aux Etats-Unis. En définissant le coefficient de majoration dynamique M_σ comme étant le rapport de la contrainte de rupture à la vitesse de charge considérée à celle pour une vitesse de mise en charge de 0.2 MPa/s, les fabricants hollandais de pieux préfabriquées en béton (Brochure 2 : "Technische gegevens") ont reproduit le diagramme qui est présenté à la figure 2.10.a. Mis à part la dispersion des résultats, la ressemblance avec le diagramme 2.9. est frappante. Pour une vitesse de déformation de battage de 0.1 s^{-1} et en adoptant un module de déformation de 30000 MPa, on obtient une vitesse de mise en contrainte de 3000 MPa/s ou 3.10^6 kN/m^{2}s, ce qui se situe bien dans la zone hachurée. Pour cette gamme de vitesse de mise en charge, on a, suivant les sources :

$$1.0 < M_\sigma < 1.4$$

Les études réalisées par l'équipe de Davisson (Awad et Hilsdorf (1971)), confirment ces résultats, même s'ils sont parfois interprétés (Gamble (1978)) avec des vitesses de mise en charge optimistement élevées.

(a)





(b)

INFLUENCE DE LA VITESSE DE MISE EN CHARGE DU BETON

(a) sur sa résistance à la compression (essais USA)

(b) sur la relation σ-ε

FIGURE 2.10

En particulier, ces études ont mis en lumière l'effet de la répétition des charges de compression. Les résultats peuvent se résumer comme suit pour un béton dont la résistance "statique" vaut 38 MPa : 90 % de la charge de rupture sous une application peut être répétée 475 fois; 80 %, 1000 fois et 73 %, 2000 fois.
Compte tenu de l'influence opposée des deux facteurs (vitesse de déformation et répétition), une règle simplifiée consiste à admettre (Davisson, 1978) :

$$(\sigma^c_{dyn})_a = 0.85\ \sigma'_b \qquad (2.63)$$

$(\sigma^c_{dyn})_a$: contrainte dynamique admissible en compression
σ'_b : résistance caractéristique sur cylindre.
Les fabricants de pieux hollandais proposent :

$$(\sigma^c_{dyn})_a = 0.8(\sigma'^c_b + 1.64 \times 3.5)$$

où σ'^c_b est la résistance caractéristique sur cube.
On constate donc que pour un béton de résistance caractéristique $0.8\sigma'^c_b = 36$ MPa (B45), la contrainte maximale de battage selon les Hollandais pourrait valoir 41 MPa, soit une déformation de plus de 1°/oo alors qu'aux Etats-Unis, on ne tolèrerait que $0.85 \times 0.83 \times 45 \simeq 32$ MPa.
On a calculé σ'_b par $0.83\ \sigma'^c_b$ pour tenir compte que les éprouvettes sont cylindriques aux Etats-Unis. Devant cette disparité, force est de constater que la limite dynamique admise dépend des contrôles mis en oeuvre et de la confiance donnée au produit.

Quant au module de compression dynamique, il semble augmenter avec la vitesse de déformation (environ 10 %), et ceci au profit d'une partie linéaire plus étendue ainsi que le montre la figure 2.10b p. 85 tirée de la même source hollandaise.
Pour ce qui est de la détermination du module du béton armé, on adoptera le module parvenant à expliquer la vitesse de propagation des ondes dans le béton. Celle-ci varie de 4000 à 4500 m/s, ce qui implique pour une masse volumique de 2400 kg/m^3 un module dynamique d'élasticité de 40000 à 50000 MPa. Un calcul plus détaillé peut être réalisé si nécessaire au départ du module de réaction pondéré des sections d'acier et de béton et de la masse volumique exacte.

Le module du béton à faire intervernir en ce cas est de 35000-38000 MPa.

Pour ce qui est de la traction, il faut vérifier que l'effort n'excède pas la résistance à la traction du béton augmentée de l'éventuel effet de précontrainte. Jusqu'à cette limite, le matériau peut être encore assimilé à un corps élastique. La résistance à la traction qui peut être prise en compte est déterminée expérimentalement par un essai de type brésilien. Aux Etats-Unis, on admet la rupture à la traction déduite de cet essai.

$$(\sigma t_{dyn})_a = -(\sigma_b) \approx -3 \text{ à } -4 \text{ MPa}$$

avec $(\sigma t_{dyn})_a$: contrainte dynamique admissible dans le béton en traction

σ_b: résistance à la traction du béton.

En Hollande, on admet :

$$(\sigma t_{dyn})_a = (-\sigma_b) - 1.64 \times 0.4 \approx -3 \text{ à } -4 \text{ MPa} \qquad (2.64)$$

Nous concluons, que le comportement du béton non-fissuré et dont les limites de compression et de traction énoncées ne sont pas dépassées peut être modèlisé par une loi linéaire.

2.1.4. Limites pour le bois

Pour les pieux en bois, les caractéristiques dépendent des essences. C'est pourquoi nous nous en tiendrons aux ordres de grandeur suivants :

ρ = 600 - 1100 kg/m^3

E = 8000 - 18000 MPa

v_c = 3000 - 6000 m/s

$(\sigma c_{dyn})_a$ = 4 - 10 MPa

2.2. Matériau non élastique et/ou non linéaire

L'approximation linéaire est valable dans certaines limites pour certains matériaux. Elle nécessite une extension si l'on veut analyser des cas au-delà des limites élastiques. Pour d'autres matériaux ou éléments, le comportement peut être non linéaire, non élastique ou dépendre fortement de la vitesse de déformation. Tous ces comportements induisent une perte interne d'énergie.

2.2.1. Loi bi-linéaire pour élément de casque

Cette loi fait intervenir un module de raideur de mise en charge k et un module de décharge k/e^2 où e est appelé coefficient de restitution. Le diagramme charge-enfoncement du casque que l'on modèlise suivant cette loi est illustré à la figure 2.8b. p. 81. Il faut préciser que le casque ne reprend pas d'effort de traction et qu'à décharge complète, on suppose que le matériau retrouve ses dimensions initiales.
Cette loi, qui reste simple car elle ne fait intervenir que des tronçons linéaires permet d'introduire une perte d'énergie. Si l'on considère un cycle de charge et de décharge, l'énergie de déformation emmagasinée W_i sous la charge maximale F_{max} vaut :

$$W_i = \frac{1}{2} F_{max} \cdot s_{max} = \frac{1}{2} F_{max} \cdot \frac{F_{max}}{k}$$

avec s_{max} : compression du casque sous F_{max}

tandis que l'énergie restituée W_r lors de la décharge vaut:

$$W_r = \frac{1}{2} F_{max} \cdot \frac{F_{max}}{k} e^2 = e^2 W_i \qquad (2.65)$$

L'appellation "coefficient de restitution" provient de la théorie des chocs, et correspond en principe par à :

$$e = \left| \frac{v_r}{v_i} \right|$$

où v_i est la vitesse d'impact, et v_r la vitesse de rebondissement d'un corps sur un autre immobile. e est donc la caractéristique d'une interface. L'énergie cinétique au rebond vaut par rapport à l'énergie avant impact :

$$\frac{\frac{1}{2} M v_r^2}{\frac{1}{2} M v_i^2} = \left(\frac{v_r}{v_i}\right)^2 = e^2 \qquad (2.66)$$

Pour dériver la signification du coefficient de restitution, on a supposé que le mouton rigide rebondissait sur un casque dont la base était fixe. Il faut donc bien comprendre que dans le problème réel où la base du casque descend avec la tête du pieu sous l'effet de l'impact, la vitesse de rebond du mouton n'est pas, loin s'en faut, déterminée uniquement par le coefficient de restitution. Par contre, ce dont nous sommes sûr, c'est de la disparition du système d'une énergie $\frac{F_{max}^2}{2k} (1 - e^2)$ qui aurait pu servir à faire pénétrer le pieu, ou à faire rebondir le mouton plus haut. L'influence du coefficient de restitution sur les résultats du battage n'est

pas aussi énorme qu'il y paraîtrait à première vue. En effet, l'énergie emmagasinée dans le casque n'est qu'une faible fraction de l'énergie incidente étant donnée la mobilité de la tête du pieu ; il en résulte que la perte d'énergie, à l'intervention de la restitution n'a qu'une influence faible. Cette observation est confirmée par des études paramétriques.

Lorsqu'une recharge s'effectue avant décharge complète, elle refait en sens inverse la partie linéaire abrupte jusqu'à atteindre la charge maximale déjà atteinte. Au-delà elle reprend la ligne de mise en charge initiale. Cette caractéristique est nécessitée par l'exigence que la perte d'énergie soit fonction unique de la charge maximale atteinte.

La définition du module de raideur et du coefficient de restitution se fait expérimentalement. Le casque est soumis à un essai de compression qui est exécuté avec une vitesse de mise en charge 10000 fois plus faible que celle provenant du battage. Sous cette réserve, la courbe charge-compression accuse la plupart du temps une concavité vers le haut (voir figure 3.16 p.230). Cette caractéristique est due au confinement du corps souple dans son casque de métal. Une loi de type hyperbolique reproduirait mieux le comportement du matériau sous charge statique. Néanmoins, l'hypothèse que nous ferons pour l'analyse du refus est que sous l'effet de la vitesse de charge, le comportement sera linéaire, le module adopté étant un module sécant moyen. Par contre, pour des problèmes où les contraintes de battage sont à leurs limites admissibles ou pour une étude détaillée du rendement d'un casque, un modèle plus complexe doit être utilisé. Le coefficient de restitution est estimé dans le cas de diagrammes non linéaires par la racine carrée du rapport des aires sous-tendues par les courbes de charge et décharge.

Une détermination expérimentale de ce coefficient, consisterait à faire tomber librement un mouton plus léger que celui normalement utilisé sur le casque reposant sur un massif de béton ou d'acier de manière à respecter la vitesse et la valeur de F_{max} et d'en mesurer la hauteur de rebond. Cette détermination n'a jamais été effectuée de la sorte, pour des raisons d'ordre pratique.

A défaut de données expérimentales sur le casque mis en oeuvre, force est d'adopter les valeurs de E et e données dans la littérature, et reprises dans le tableau ci-après.

	E [MPa]	e
Bois contreplaqué	200	0.35
Chêne	300	0.5
Azobé, bongossi	1500	0.8
Micarta - aluminium	3000	0.9
Asbeste	300	0.5
Matières plastiques (nylon)	2000	0.85

Pour la programmation de la loi de comportement bilinéaire, on utilisera les deux données : k et e, et nous définirons la charge F au départ du raccourcissement s, ayant mesuré la compression maximale atteinte précédemment s_{max} pendant le choc :

$$\begin{aligned} F &= ks && s \geq s_{max} \\ F &= ks_{max} + \frac{k}{e^2}(s - s_{max})\, s_{max}(1-e^2) && s < s_{max} \\ F &= 0 && s < s_{max}\,(1-e^2) \end{aligned} \qquad (2.67)$$

Pour les casques mécaniques précontraints, la loi de comportement bi-linéaire fait intervenir deux données : la charge de précontrainte et le module de raideur. On peut éventuellement définir la loi représentée à la figure 2.8.b. p. 81 en introduisant d'une part un module très raide au lieu du saut direct à la charge précontrainte et d'autre part un coefficient de restitution qui imposerait un segment de décharge parallèle à celui de la charge, mais décalé en charge plus faible (figure 2.8.c).

2.2.2. Loi élastique non linéaire à un module

Cette loi doit être introduite pour simuler le comportement des joints entre les éléments de pieux préfabriqués assemblés. Divers types d'accouplement mécanique sont utilisés pour foncer des pieux dont la longueur excède celle permise par l'engin de fonçage (pieux très longs ou espace limité au-dessus de la surface de travail). Des mesures effectuées par Tavenas et Audibert (1977) sur ce type de pieu ont démontré la nécessité de définir l'élément joint. Raccordant deux bouts de pieu, il travaille en compression et en traction suivant le module du matériau considéré mais

l'inversion de l'effort ne se réalise qu'au prix d'un déplacement qui correspond donné à l'ouverture ou à la fermeture du jeu qui existe entre les deux bouts de pieu.

La loi de comportement est décrite à la figure 2.8.d. p.81 au départ d'une compression négligeable. Le jeu s_c du joint détermine la longueur du palier horizontal. La position initiale à considérer dépend de l'état de contrainte résiduel du sol sur la longueur du fût du pieu. Pour la programmation, les équations de comportement sont :

$F = ks \qquad s > 0$

$F = 0 \qquad s_c < s < 0$

$F = k(s - s_c) \qquad s < s_c$

2.2.3. Loi élastique à deux modules

Pour le cas non désirable où l'on a dépassé la limite de traction d'un pieu en béton armé, il peut être encore intéressant de voir si la rupture ne sera pas complète suite à l'application des coups suivants.
Pour arriver à cet état, il faut que l'effort de traction $|F|$ dépasse la valeur :

$$|F| > |F_T| = A_c \left\{ \left| (\sigma^t_{dyn})_a \right| + |\sigma_p| \right\} \left(1 + m \frac{A_s}{A_c}\right) \qquad (2.68)$$

où :

A_c est la section de béton
σ_p la précontrainte
A_s la section de l'acier
m le rapport des modules d'élasticité de l'acier et du béton
$(\sigma^t_{dyn})_a$ la contrainte dynamique admissible du béton en traction.

A ce moment, le béton se fissure, et l'on perd en bloc sa résistance à la traction (voir figure 2.8.e p. 81). Pour autant que l'acier des armatures reste dans le domaine élastique, ces "micro" fissures sont capables de se refermer par retour vers l'état de précontrainte. Pour cet état, le comportement du béton est représenté à la figure 2.8e : en compression et en traction jusqu'à la précontrainte : module classique défini précédemment. Pour des tractions plus élevées, on travaille sur l'armature uniquement, et la raideur de l'élément en traction K_T devient :

$$k_T = \frac{A_S \cdot E_S}{\eta \Delta L} \qquad (2.69)$$

où :

E_S : module d'élasticité de l'acier
ΔL : la longueur de l'élément considéré
η : un coefficient destiné à tenir compte de l'espacement entre fissures (voir ouvrages spécialisés).

Avec ce nouveau modèle de béton légèrement fissuré, il faut veiller à ce que l'armature ne lâche pas ou que :

$$\left|F\right| < A_S \left|(\sigma_{dyn})_a\right| \qquad (2.70)$$

avec $(\sigma_{dyn})_a$ la contrainte dynamique admissible de l'acier en traction.

Si l'on a atteint le stade de la fissuration par le dépassement de la condition 2.68, il faut que la condition 2.70 reste cependant respectée si l'on ne veut pas que la fissuration entraîne automatiquement la rupture. Il en résulte que la sécurité supplémentaire γ_s de l'état de rupture par rapport à l'état de fissuration s'exprime par :

$$A_S(\sigma_{dyn})_a = \gamma_s \cdot \{A_c(\sigma_{dyn})_a + \sigma_p\} \left(1 + m \frac{A_S}{A_c}\right) \qquad (2.71)$$

Ceci explique que la plupart des pieux possèdent une armature capable de reprendre, avec sécurité vis-à-vis de la limite élastique, la somme de la résistance du béton à la traction et de l'effort de précontrainte induit.

Cependant, l'ouverture des fissures doit être limitée pour, à long terme, ne pas compromettre la tenue des armatures sous l'attaque de la corosion, mais aussi ([Fellenius, communication personnelle (1980)]) pour éviter que dans les terrains aquifères, l'eau ne remplisse la fissure au cours des impacts, et donc ne détruise les surfaces en contact sous l'effet de la pression hydraulique ou sous l'effet de surpressions de courant lors de son expulsion brutale lors du coup suivant.
Pour l'implémentation sur ordinateur, les équations de comportement sont :

$$\begin{aligned} F &= k.s && \text{pour } s \geq F_T/k \\ F &= k_T.\, s && s < F_T/k \end{aligned} \qquad (2.72)$$

(s et F < 0).

2.2.4. Matériau dissipatif

Si l'on veut reproduire le comportement dissipatif du matériau que l'on veut conserver élastique sous charge statique, on introduit un coefficient d'amortissement unitaire μ tel que :

$$\sigma_z = E.\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \qquad (2.73)$$

μ a pour unités : MPa/s^{-1}

Ceci est un artifice de calcul qui ne nous semble justifié que si des essais montrent effectivement la dépendance sensible de la contrainte avec la vitesse d'application ou même son logarithme.

Si ces preuves n'existent pas et que de faibles non-linéarités sont observées par contre sous cycle statique, il nous semble plus opportun de modéliser ces non-linéarités comme cela a été fait dans le cas du casque. Ce raffinement est cependant superflu lors de l'étude de signaux transitoires dans des matériaux où les pertes hystérétiques sont limitées par l'imposition à respecter sur les contraintes admissibles. Si cependant une analyse dans du béton à haute contrainte devait être faite, nous nous référerions au sous-chapitre 3 suivant qui traite plus en détail des modèles non linéaires.

2.3. Fluide de générateur d'énergie (Mouton diesel)

Le cycle de compression, explosion et détente des gaz moteurs du diesel peut être approché sous l'angle des lois de comportement d'un corps déformable et dont la contrainte augmente très rapidement à un moment donné.

2.3.1. Compression

La compression des gaz peut suivre la loi polytropique :

$$p.\,V^n = cte \qquad (2.74)$$

dans laquelle p est la pression absolue
V est le volume des gaz
n est l'exposant constant de la loi polytropique de compression.

Si on suppose que la compression est isotherme, n est égal à 1 (loi des gaz parfaits), mais si on suppose que la compression est adiabatique n est égal à 1.4 (pour les gaz diatomiques). La loi réelle est intermédiaire entre ces deux hypothèses extrêmes. En effet, lors de la compression qui prend typiquement de l'ordre de 0.1 seconde, les gaz ont un peu le temps de recevoir de la chaleur du corps métallique rendu chaud en régime tandis qu'en fin de compression il peuvent en céder étant donné leur température plus élevée. Un autre facteur à faire intervenir est la qualité de l'étanchéité dont les imperfections peuvent engendrer une perte de volume. Expérimentalement (Rempe (1977), Voitus van Hamme 1981)), on trouve un exposant n = 1.3 à 1.4.

En appelant :
A_f : la section de la chambre de compression cylindrique
V_o : le volume initial en début de compression
p_o : la pression initiale (supposée atmosphérique), nous obtenons p_f la pression en fin de compression en fonction du volume V_f final de compression :

$$\frac{p_f}{p_o} = \left(\frac{V_o}{V_f}\right)^{1/n} \qquad (2.76)$$

Typiquement, pour un coefficient n = 1.3, un rapport de compression volumétrique $\frac{V_o}{V_f}$ de 14 entraîne une pression relative de 30 bars.

Appellant s la distance parcourue par le piston depuis la mise en compression des gaz et F_g la force résultant de la phase gazeuse sur l'enclume, nous avons :

$$F_g = A_f\, p_o \left[\left(\frac{h_o}{h_o - s}\right)^{1/n} - 1\right]$$

h_o étant obtenu par $h_o = \frac{V_o}{A_f}$ (2.76.b))

2.3.2. Contact piston-enclume

En fin de compression, le piston entre en contact avec l'enclume, pulvérisant par là-même le mazout qui pourra s'enflammer grâce à l'oxygène contenu dans les gaz chauds comprimés. Cette prise de contact est donc amortie par le giclage et la pulvérisation du mazout mais aussi par la petitesse de la surface de contact. La tête du piston possède un rayon de courbure plus faible que celui de la calotte. En appliquant la théorie de Hertz pour le contact de sphères de concavités complémentaires, il est possible de calculer la valeur théorique du coefficient de ressort à introduire mais notre expérience nous indique que cette valeur est largement surestimée. Il en résulterait que l'action du fluide est d'abaisser cette raideur d'un coefficient allant de 5 à 10. Il nous semble en tout cas préférable de calibrer ce coefficient au départ de mesures effectuées sur le pieu ou sur l'enclume.

Les équations de comportement du contact solide sont :

$$F_s \begin{cases} = 0 & s < s_f \\ = K\,(s - s_f) & s > s_f \end{cases} \qquad (2.77)$$

avec $s-s_f$: parcours du piston entre le début de la compression et la prise de contact.
s_f peut être approximé valablement par l'expression :
$s_f = V_f/A_f$

Tant que l'explosion n'a pas démarré, l'effort entre le piston et l'enclume est la somme de l'effort transmis par la phase gazeuse et de celui transmis par la phase solide :

$$F = F_g + F_S = A_f p_o \left[\left(\frac{h_o}{h_o - s}\right)^{1/n} - 1\right] + K(s - s_f) \quad s > s_f \qquad (2.78)$$

Le temps nécessaire à l'initiation de l'explosion, compté à partir du moment où le contact se crée t_c, est appelé temps de gestation T_{ges}. On a donc que la formule 2.76 est valable pour $t < t_c$, tandis que la formule 2.78 l'est pour

$t_c < t < t_c + T_{ges}$.
t_{ges} est de l'ordre de 2 ms pour un mouton bien réglé.

Par contre, lorsque l'explosion se produit avant le contact à cause d'une trop grande surchauffe, on comprend que le rendement mécanique en sera fortement diminué.

2.3.3. Explosion

Lorsque le mazout s'est répandu sous forme de fines gouttelettes qui se vaporisent sous l'effet de la chaleur, il

explose. Cette explosion est la conversion de l'énergie chimique du combustible en énergie thermique. La chambre de combustion étant de volume constant V_f pour un mouton fonctionnant correctement, l'élévation de température provoquée par la libération de l'énergie thermique s'accompagne d'une élévation de pression ($pV = NRT$). Le facteur η_p par lequel il faut multiplier la pression des gaz en fin de compression pour obtenir la pression des gaz prêts à être détendus dépend de nombreux facteurs dont : la qualité de la pulvérisation, la quantité de carburant injectée par cycle, la température du corps du cylindre. La prévision de ce facteur peut se faire au départ de données objectives faisant intervenir les pertes et gains caloriques de l'ensemble du mouton et le nombre de coups donnés.

Nous nous en tiendrons ici à l'adoption d'un facteur de multiplication déduit expérimentalement pour un mouton donné travaillant dans les conditions normales. Il est à remarquer que la pression finale d'explosion dépend de deux paramètres: n et η_p.

La montée en pression des gaz se fera linéairement avec le temps sur une période (Tramp) égale à 3-4 ms. On aura donc pour $t_c + T_{ges} < t < t_c + T_{ges} + T_{ramp}$.

$$F = F_g + F_s = A_f p_o \left[\left(\frac{h_o}{h_o - s} \right)^{1/n} \left(1 + (\eta_p - 1) . \frac{t - T_c - T_{ges}}{T_{ramp}} \right) - 1 \right]$$

$$+ K (s - s_f) \qquad (2.79)$$

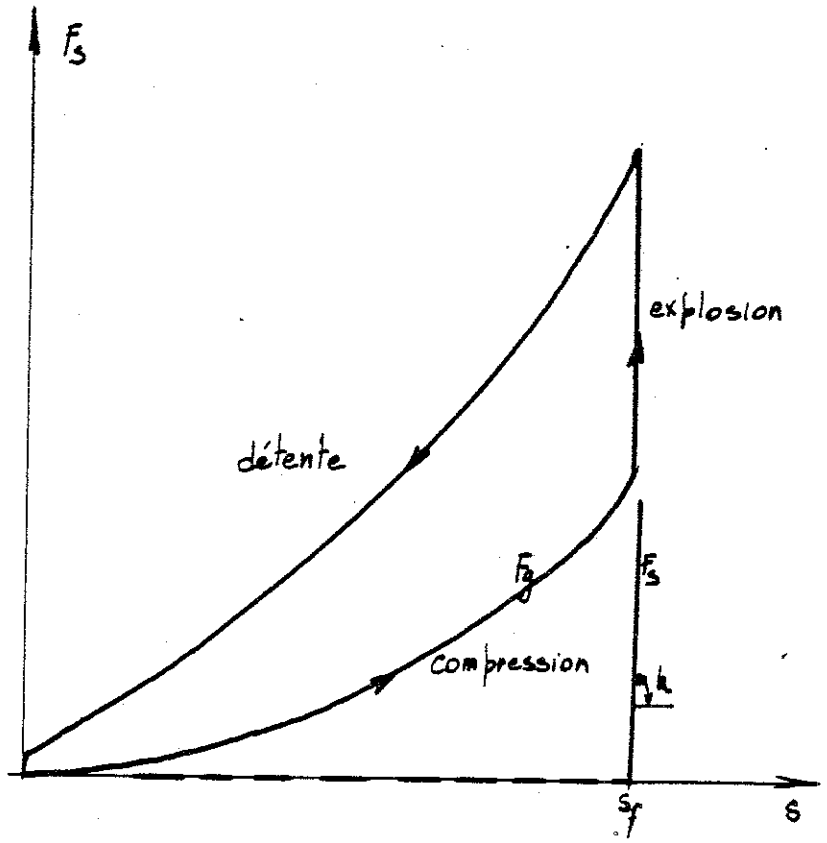
2.3.4. Détente

Dès que l'explosion est complète, pour $t > t_c + T_{ges} + T_{ramp}$, on se retrouve dans le cas de la détente simple des gaz, avec une détente également polytropique :

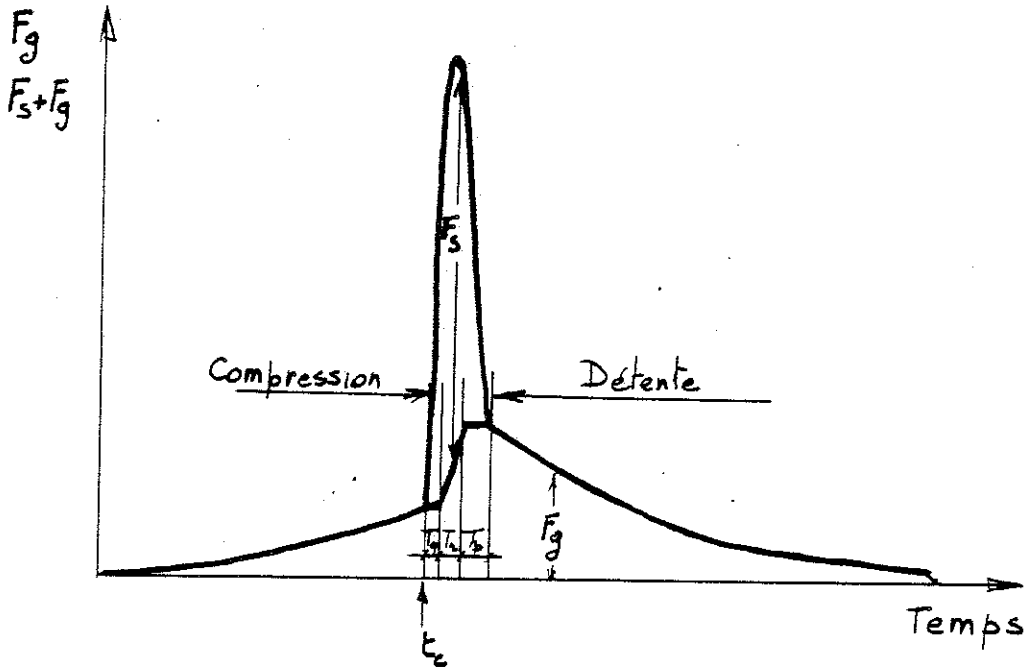
$pV^{1/n'} = cte$

avec n' exposant constant de la loi polytropique de détente. En général, n' ne diffère que de très peu de n. C'est pourquoi, on adopte n' = n.
Il en résulte que tant que le contact existe entre le piston et l'enclume, on a :

(a)



(b)



MODELISATION DU MOUTON DIESEL

(a) Loi de comportement de l'élément diesel

(b) Forces générées dans le temps

FIGURE 2.11

$$F = A_f\ p_o\left[\eta_p\left(\frac{h_o}{h_o - s}\right)^{1/n} - 1\right] + K(s - s_f) \qquad (2.80)$$

pour $s > s_f$
$t > t_c + T_{ges} + Tramp$

et dès que le piston se sépare de l'enclume, on a :

$$F = F_g = A_f\ p_o\left[\eta_p\left(\frac{h}{h_o - s}\right)^{1/n} - 1\right] \quad \text{pour } s_f < s \leq 0$$

et :
$F = 0.$ pour $s < 0$

2.3.5. Résumé

Les différentes phases sont résumées à la figure 2.11.a. p.97 qui représente la force due aux gaz F_g et celle due à la phase solide en fonction du rapprochement du piston tandis que la figure 2.11.b. représente ces forces en fonction du temps. L'une est de très faible amplitude mais de longue durée : c'est une précompression et post-compression du pieu, l'autre est de grande amplitude mais de courte durée : c'est l'impact métal-métal. Il faut remarquer que si le cycle est bien modélisé, la hauteur relative de rebond du mouton doit être égale à celle considérée initialement. Pour le calcul de la vitesse du piston, au début de la compression des gaz, on adopte :

$$v_{ic} = \sqrt{2g(h - h_o)} \qquad (2.82)$$

au départ de la hauteur de chute h.

Par la mesure de la cadence de battage N, on obtient une bonne estimation de la hauteur de chute réelle h en mètres au moyen de la formule :

$$h = \frac{4392}{N^2} - 0.1 \qquad [m] \qquad (2.83)$$

pour autant que la cadence N soit exprimée en coups/minute. Cette formule est obtenue par calcul de l'aller-retour du mouton sous la gravité et corrigée empiriquement pour tenir compte de la perte de temps correspondant à la durée de l'impact. Si dans le problème modèlisé, il n'est pas possible de reproduire la hauteur de chute, il faut l'ajuster jusqu'au moment où le mouvement devient périodique.

De cette manière, il est possible d'appréhender les phénomènes régissant l'interaction entre le piston, les gaz, l'enclume, le casque, le pieu et le sol dont la complexité tend à faire ressentir l'aspect illusoire du concept de choc équivalent ainsi que les raisons pour lesquelles ce sujet a toujours été fort controversé.

3. COMPORTEMENT DU SOL

Le comportement du sol est le facteur prédominant dans l'estimation du refus. Les diverses lois que nous allons présenter ci-après sont celles décrites par Smith (1960), par les promoteurs de la méthode "Case" (1975) et enfin un modèle développé par quelques Hollandais (Jansz, Voitus van Hamme). Il est à souligner que les lois de comportement sont toujours du même type, qu'il s'agisse de la mobilisation de la résistance à la base ou de la résistance au frottement latéral. Ces lois définissent la réaction mobilisée du sol en fonction du mouvement absolu (déplacement, vitesse) de la surface où elle s'excerce. Elles sont donc censées reproduire le comportement du massif de sol entre le pieu et l'infini supposé immobile.

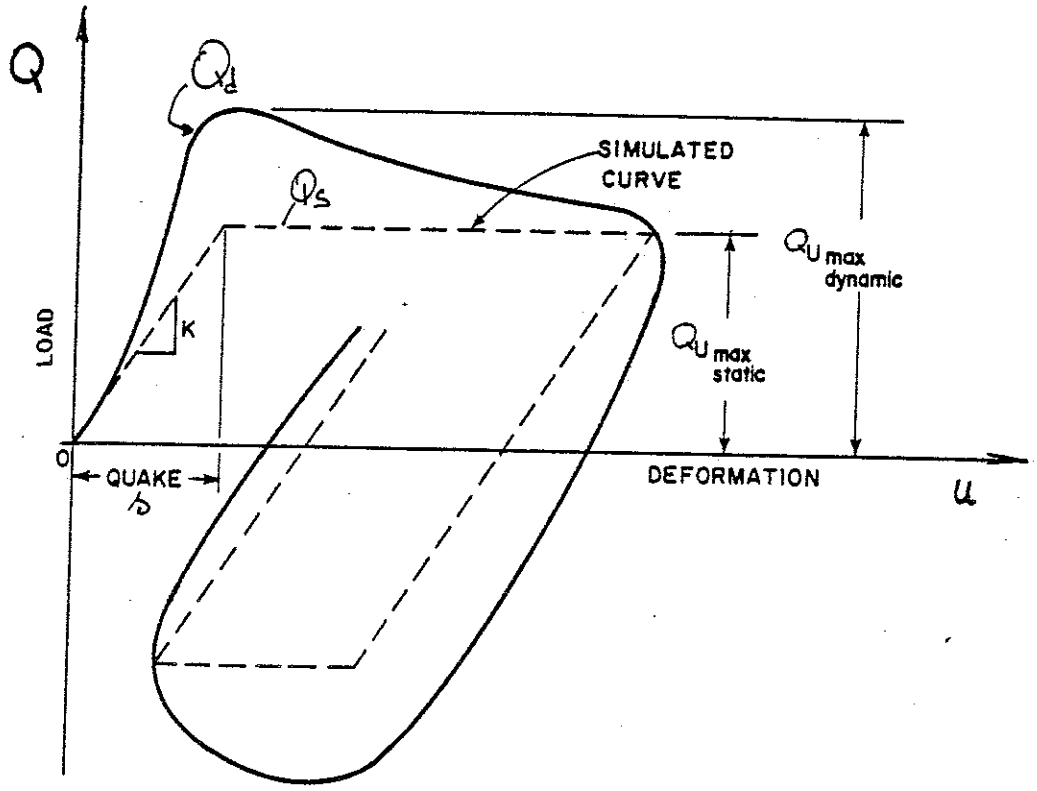
3.1. Modèle de Smith

Se basant sur l'introduction d'une constante de rebond dans les formules de battage, Smith (1960) reprend la notion de "quake". Le quake s est le déplacement élastique nécessaire à mobiliser la résistance ultime Q_u du terrain et donc la valeur du déplacement en sens inverse annulant élastiquement la réaction du sol. La relation réaction-enfoncement mettant en oeuvre ce concept est illustrée à la figure 2.12 pour la base et pour le frottement. Il n'y a pas de différence entre les deux lois étant donné que dans l'optique de Smith, il n'est pas nécessaire de modéliser le rebond.

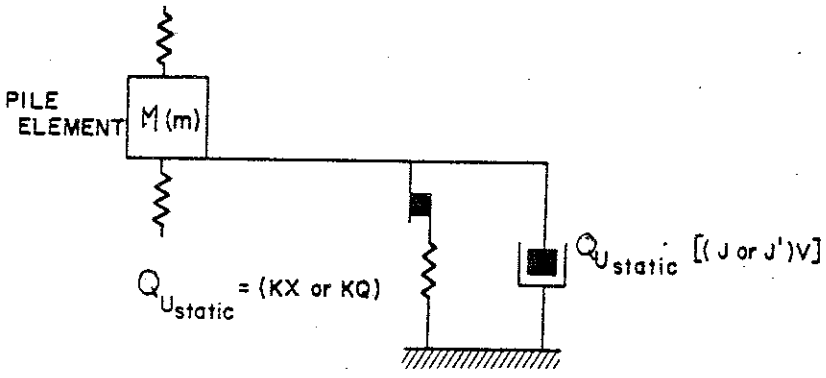
Si on appelle Q_s la réaction résultant de ce modèle, elle s'exprime en fonction du déplacement absolu u par la formule :

$$Q_s = \frac{u - u_p}{s} \cdot Q_u \qquad (2.82)$$

dans laquelle u_p est l'enfoncement plastique obtenu par soustraction entre le déplacement absolu maximum et le quake. Lorsque $u - u_p = s$, $Q = Q_u$ et l'enfoncement plastique



(a) LOAD – DEFORMATION CURVE



$Q_{U_{dynamic}} = Q_{U_{static}} [1 \pm (J \text{ or } J')V]$ DEFORMATION $< \delta$

$Q_{U_{dynamic}} = Q_{U_{static}} + Q_{U_{max\ static}} (J \text{ or } J')V$ ONCE DEFORMATION EXCEEDS δ AND THEREAFTER

(b) PILE – SOIL MODEL

MODELISATION DE LA REACTION DU SOL SUR LE PIEU

complété au départ du schéma de Smith (1960)

FIGURE 2.12

augmente ($u = u_{max}$).

Par la considération que l'enfoncement du pieu nécessite l'"écoulement" rapide du sol autour de la base, Smith estime que la réaction mobilisée à tout moment doit augmenter avec la vitesse de mobilisation. C'est pourquoi il introduit le facteur additionnel "Damping", qui écrit-il, est utilisé couramment dans les problèmes de vibration. Le damping J (ou en français coefficient d'amortissement) est le coefficient qui établit le rapport entre l'augmentation relative de la réaction et la vitesse du point où elle s'applique.

L'équation dont une illustration est fournie à la figure 2.12 p. 101 est :

$$Q_d = Q_s(1 + J\dot{u}) \qquad (2.83)$$

où :

Q_d : réaction "dynamique" ou totale

Q_s : réaction statique (donnée par l'équation 2.82)

J : le damping $[m^{-1}s]$

La valeur du damping devrait selon Smith être plus élevée pour la base que pour le frottement qui n'implique pas autant d'"écoulement" de sol.

Le refus s'obtient en calculant les déplacements des différents tronçons du mouton, casque et pieu discrétisé en segments, par les équations détaillées au paragraphe 2.1.3 jusqu'au moment où l'élément de base commence à remonter. Le refus est alors donné par l'équation :

$$s = u_{b,max} - s_b \qquad (2.84)$$

où :

$u_{b,max}$ est le déplacement maximal de l'élément de base
s_b est le quake adopté pour la base.

On constate l'importance que revêt le quake dans l'hypothèse exprimée par l'équation 2.84. En effet, malgré la modélisa-

tion en direction d'une meilleure compréhension des phénomènes de battage, on est frappé par le caractère conventionnel de la détermination du refus. A la limite, nul n'est besoin de calculer le rebondissement du pieu qui en déterminera la position finale, à partir de l'enfoncement maximal atteint. Donc, la modèlisation utile à un calcul selon la méthode de Smith ne fait pas intervenir le comportement en décharge. Preuve en est que le modèle utilisé pour le frottement ne prévoit pas l'inversion de sens du déplacement et de résistance au soulèvement.

En fin de présentation de son modèle, Smith indique la possibilité de continuer le calcul au-delà du temps qu'il recommande. A cet égard, il fait remarquer que la valeur Q_d donnée par l'équation 2.83 s'annule pour $u-u_p = 0$, ce qui lui semble illogique lorsque la vitesse est loin d'être nulle. Il propose alors de n'utiliser l'équation 2.83 que jusqu'à ce que Q_s devienne égal à Q_u et pour tout mouvement postérieur utiliser les équations suivantes;

$$Q_d = Q_s + JQ_u \dot{u} \qquad (2.85)$$

A ce moment, la réaction ne s'annule que pour simultanément :

$u = u_p$ et $\dot{u} = o$.

Il est à noter que l'équation 2.83 reste d'application pour $u \leqslant s$ lors de la mise en mobilisation. Pourquoi ne pas utiliser l'équation 2.85 pour tout temps. Peut-être du point de vue des principes, Smith a-t-il jugé que cette forme permettait $Q_d \neq o$ pour $u = o$ et l'a-t'il rejetée.

Toujours est-il que dans le calcul classique, c'est la forme 2.83 qui est d'application. On retiendra pour ce cas la signification des paramètres :

Q_u : résistance ultime du sol

s : déplacement linéaire nécessaire à attendre Q_u, mais plus important: quantité que l'on soustrait du déplacement maximal de la base pour obtenir le refus

J : coefficient de majoration de la réaction atteinte à tout moment (réaction élastique et ultime) tenant compte des effets de vitesse.

Pour la prévision du refus, Q_u doit être estimé par multiplication de la charge de service (design load) par un facteur pouvant être 2 ou 3. D'après les calculs effectués à l'époque, et résultant de 12 ans d'études, Smith propose les

valeurs suivantes, en attendant leur raffinement par de plus amples expérimentations :

$$s = 0.1 \text{ inch} = 2.54 \text{ mm (pour base et frottement)}$$
$$J_b = 0.15 \text{ s.ft}^{-1} = 0.492 \text{ s.m}^{-1} \text{ (base)} \qquad (2.86)$$
$$J_f = 0.05 \text{ s.ft}^{-1} = 0.164 \text{ s.m}^{-1} \text{ (frottement)}$$

Plusieurs études paramétriques ont été effectuées de manière à mettre en évidence la sensibilité des résultats obtenus aux divers paramètres de sol. En particulier (Ramey et Hudgings (1977)), ont été étudiés :

- la valeur du quake
- la valeur du damping
- la répartition de la résistance entre le frottement et la base.

Les paramètres ont été cités par ordre d'importance. Plutôt que de se fier aux résultats absolus, cette méthode est utilisée pour comparer différents types de matériels (mouton, casque, pieu) dans un sol modélisé de la même façon. Le monde scientifique semble accepter que ces études relatives sont plus fiables.

L'hypothèse du rôle du quake pour le rebond oblige pratiquement à prendre des valeurs non réelles de la raideur de la réaction à la base. En effet, son rôle est de limiter un rebond qui, s'il était calculé au-delà du temps recommandé avec le modèle de Smith pourrait être très grand. Pour prendre le cas particulier suivant utilisé lors d'études paramétriques, du pieu dont la réaction ne provient que de la base, après son enfoncement maximal, le pieu devrait être éjecté hors du sol grâce à l'énergie que lui restitue le ressort que représente la base. D'autre part, lorsque l'on fait des calculs, on observe que la valeur de $u_{b,max}$ ne dépend que très peu de s pour autant que celui-ci ne soit quand même choisi trop élevé. En conséquence dans la plupart des cas, la justesse du résultat dépendra de la qualité du choix de s, qui est dès lors à considérer comme donnée empirique, au même titre que la valeur de C_3 dans la formule de Hiley (paragraphe 1.2.2.2. du chapitre I) dont d'ailleurs Smith s'est inspiré.

En dépit de ces limitations, le modèle de Smith représente un pas énorme dans la résolution rationnelle des phénomènes de battage. Il a servi et servira encore de base à des modèles plus raffinés.

3.2. Modèle "Case"

Reprenant la séparation entre terme de réaction statique et terme dû à l'effet de la vitesse, les promoteurs de la méthode "case" (Goble, Likins, Rausche (1975)) introduisent le paramètre adimensionnel d'amortissement : J_c.

$$Q_d = Q_s + J_c \cdot I_p \cdot \hat{u} \qquad (2.87)$$

Ce paramètre exprime le rapport entre l'impédance de la réaction à celle du pieu. Sa valeur est en principe fixée indépendamment de la réaction statique Q_s et de sa limite Q_u. L'impédance de la réaction est cependant proportionnelle à la section du pieu puisque $I_p = \rho v_c A$ ou $\frac{EA}{v_c}$

La signification physique de ce paramètre est mal précisée. On peut imaginer que la réaction totale est fournie par la réaction statique appliquée à la base du pieu prolongé par un pieu semi-infini dont la section vaut $J_c \cdot A$, ou alors, par un cylindre de sol dont l'impédance relative au pieu vaut J_c.

Les valeurs de J_c recommandées sont (Goble et al (1975))

J_c = 0.05 pour le sable
0.15 pour le sable limoneux
0.20 pour le limon sableux
0.3 pour le limon
0.55 pour le limon argileux et l'argile limoneuse
1.1. pour l'argile.

Il est assez étonnant de voir le terme de réaction du sol dû à la vitesse de la base dépendre des propriétés du pieu. Il faut d'ailleurs noter que les promoteurs de cet amortissement dit "naturel du pieu" ne proposent pas d'équivalent pour le frottement latéral. L'équation 2.87 est donc à comprendre globalement dans le cas des pieux flottants.

3.3. Modèle hyperbolique

Pour éviter la trop nette distinction du modèle élasto-plastique entre déplacement réversible et déplacement plastique, la loi de comportement de la réaction statique peut être adoucie par une courbe mariant progressivement le déplacement plastique au déplacement total. Holloway et al (1975) ont utilisé dans leur analyse le modèle hyperbolique intro-

duit par Kondner (1963) et popularisé dans le domaine de la mécanique des sols par Duncan et Chang (1970).
Le modèle hyperbolique s'exprime aussi bien dans un diagramme contraintes-déformations que dans le diagramme force-déplacement tel que nous le recherchons dans le cadre de réactions indépendantes sur des tronçons de pieu. Dans ce modèle, la réaction Q_s due au déplacement u s'exprime de manière adimensionnelle par :

$$\frac{Q_s}{Q_u} = \frac{1}{\frac{s}{u} + 1} \qquad (2.88)$$

où s est le déplacement pour $Q_s = Q_u$ de la loi linéaire obtenue par la tangente à l'origine. La fonction est représentée à la figure 2.13. On constate en effet que pour $u \to 0$, 2.88 se réécrit :

$$Q_s = \frac{Q_u}{s} \cdot u$$

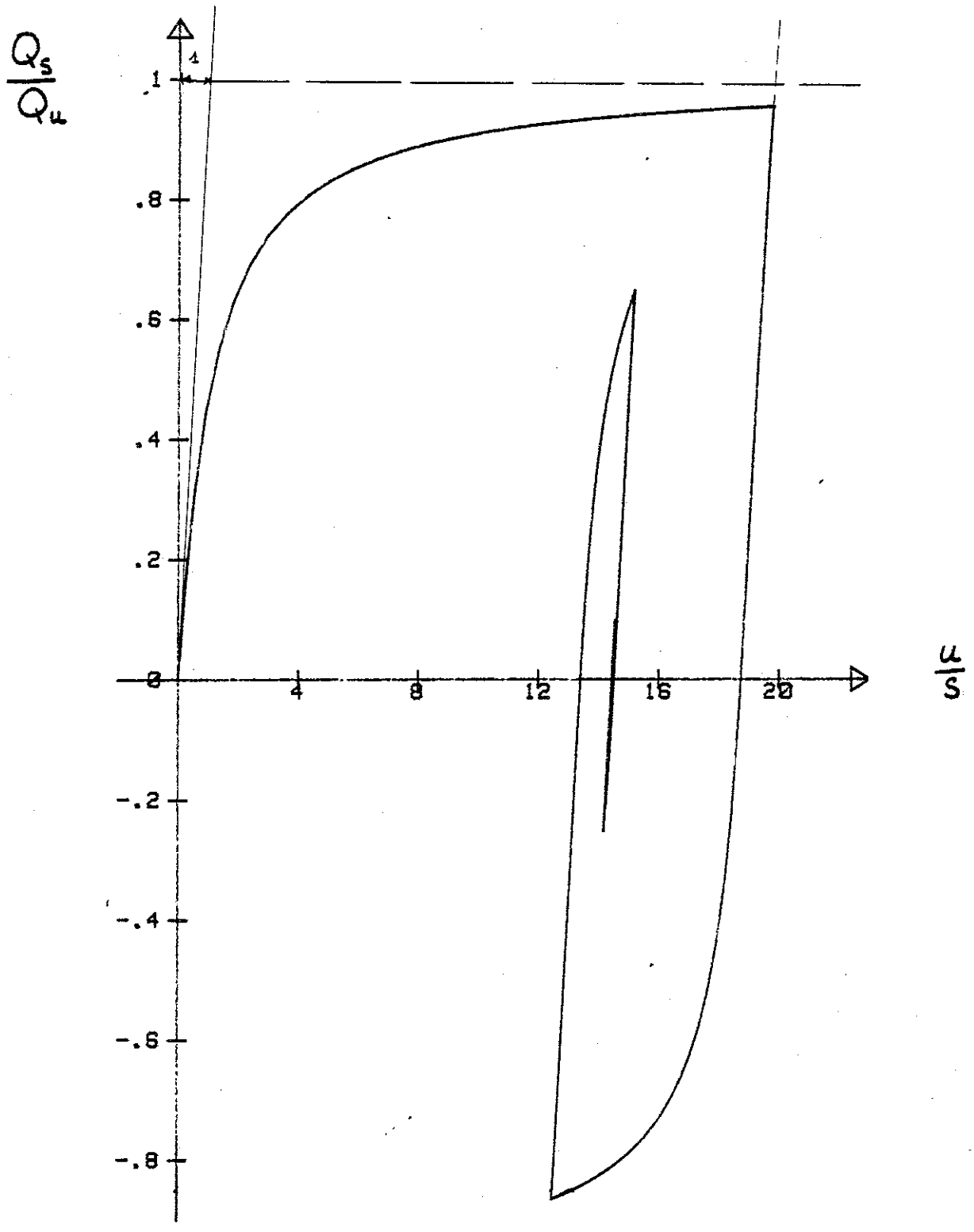
La courbe quitte la loi linéaire pour des déplacements non négligeables, et s'incurve de plus en plus pour atteindre l'asymptote horizontale $Q_s = Q_u$ pour $u \to \infty$.

L'avantage de cette loi de comportement est qu'elle ne fait intervenir que deux paramètres, soit autant que la loi élasto-plastique, et ce au bénéfice d'une plus grande souplesse. Le sens physique des paramètres est clair. s est le déplacement défini à la rupture pour la réaction supposée linéaire à faible déformation : s est donc lié à l'élasticité. Q_u est la charge ultime, obtenue pour les grandes déformations : Q_u est donc lié à l'équilibre limite. Ce qui se passe entre ces deux limites (faibles et grandes déformations) n'est pas exactement connu et est approché mathématiquement par une forme de courbe satisfaisant aux conditions, aux limites.

Il est donc fatal que cette courbe ne corresponde exactement qu'à une classe de sols. Cependant, l'approximation réalisée a été vérifiée dans de nombreux cas et des critères existent pour décider si un modèle différent doit être adopté.

Les études sur la non-linéarité (Funston et Hall (1967), Hardin et Drnevich (1972)) introduisent des modèles différents, voire plus raffinés. A titre d'exemples et sous une forme contrainte τ de cisaillement-déformation angulaire γ, nous disposons du modèle "tangente hyperbolique" :

$$\frac{\tau}{\tau_u} = \tanh\left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right) \qquad (2.83)$$



REPRESENTATION ADIMENSIONNELLE DE LA LOI DE COMPORTEMENT HYPERBOLIQUE

Cas du frottement

FIGURE 2.13

où :

τ_u : contrainte de cisaillement ultime
γ_r : déformation angulaire de référnce (équivalent de s)

Pour tenir compte de la concavité plus prononcée pour les sables que pour les argiles, on peut utiliser :

$$\frac{\tau}{\tau_u} = \frac{1}{\frac{\gamma_r}{\gamma_h} + 1} \qquad (2.90)$$

avec :

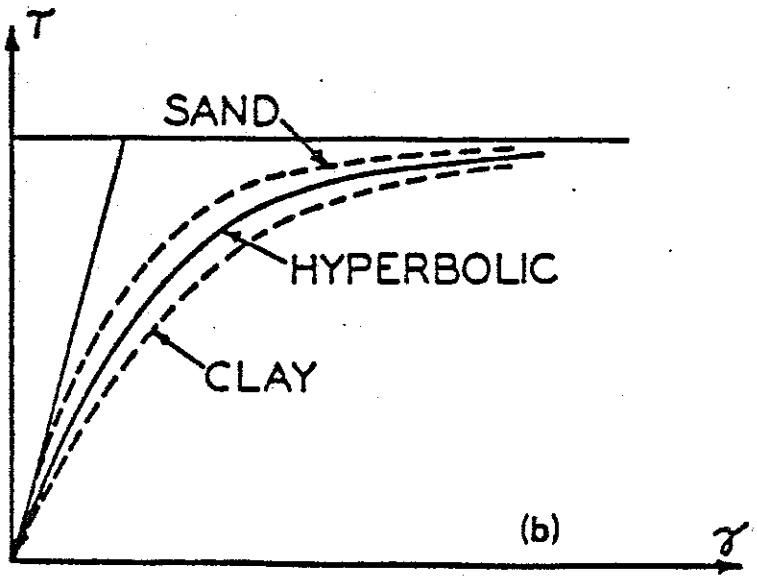
$$\gamma_h = \gamma\left[1 + a.e^{-b\ (\frac{\gamma}{\gamma_r})}\right] \qquad (2.91)$$

où :

γ_h est la déformation angulaire hyperbolique otenue par distortion exponentielle de l'échelle $\frac{\gamma}{\gamma_r}$ au moyen des coefficients a et b qui selon Hardin et Drnevich, se déterminent une fois pour toute. Pour a = 0 et b ≠ 0, on retrouve la loi hyperbolique simple (eq. 2.88). Ces différentes lois sont reproduites dans le diagramme adimensionnel de la figure 2.14.
En ce qui concerne la décharge, un modèle hyperbolique défini de manière analogue peut être utilisé. Alternativement, nous utiliserons une décharge linéaire parallèle à la tangente initiale, jusqu'à changement de sens de l'effort, auquel correspond la naissance d'une nouvelle loi hyperbolique (fig. 2.13 p. 107).

3.4. Modèle dépendant uniquement de la vitesse

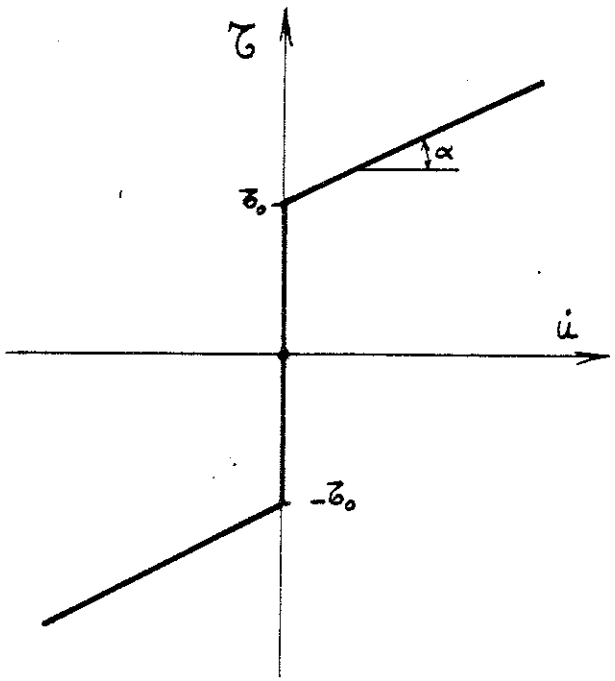
Partant de l'hypothèse que la mobilisation de la résistance en fonction du temps peut être remplacée par un diagramme trapézoidal Jansz et al (1976) en arrivent, après simplification, à un modèle de mobilisation qui ne dépend que de la vitesse. La loi de mobilisation est représentée dans le cas du frottement à la figure 2.15 où l'on peu constater que le



—HYPERBOLIC STRESS-STRAIN RELATION

Loi de comportement hyperbolique généralisée
Hardin et Drnevich (1972)

FIGURE 2.14



Loi de comportement du frottement
selon Jansz (1976)

FIGURE 2.15

diagramme symétrique par rapport à l'origine comporte une valeur initiale de la résistance au delà de laquelle la résistance varie de manière linéaire avec la vitesse.

Ce modèle, qui présente des avantages mathématiques importants dans le cas de la résolution de l'équation de l'onde par la méthode des caractéristiques ne prend donc pas en compte l'élasticité du sol : il s'agit du modèle rigide, visco-plastique. Par contre du point de vue de la recherche de l'équilibre après choc et des contraintes résiduelles, il ne convient pas à cause de l'indétermination de la réaction (entre $- \tau_o$ et $+ \tau_o$) pour $u = o$. La réaction dynamique se calcule au moyen de 2 paramètres, l'élasticité ayant été éliminée.

Nous ne retiendrons pas ce modèle en raison d'une part des hypothèses et des simplifications admises et d'autre part parce qu'il ne convient pas à l'analyse à long terme et à la recherche de la situation finale.

4. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT

4.1. Cadre de la détermination

Pour les matériaux de fonçage, les paramètres intervenant dans la modélisation de l'équation de l'onde peuvent être déterminés directement en laboratoire, par pesée et par mesure de la raideur. Lorsque ces paramètres ne dépendent que de la matière utilisée, la mesure des dimensions physiques des pièces suffit à la détermination des paramètres qui fait intervenir les valeurs acceptées de la masse volumique et du module d'élasticité. Par contre, lorsqu'il n'est pas possible de définir avec certitude le comportement du matériau au départ de son appellation, il s'avère très utile d'effectuer un essai de charge et décharge en laboratoire. Cette pratique est indispensable pour les calculs précis de simulation à postériori d'essais de battage : la raideur moyenne du casque et son coefficient de restitution doivent être déterminés sous les charges mesurées lors du battage.

Nous attirons l'attention sur la détermination exacte de paramètres fort influents dans une simulation, mais qui pour des raisons pratiques n'est pas effectuée : le mouton et le casque doivent être pesés, l'épaisseur des tubes ou profils battus peut être déterminée par ultrasons le temps de retour des ondes longitudinales peut être déterminé par petits chocs dans les conditions géométriques de mesure. La hauteur de chute et la vitesse d'impact gagnent à être mesurées directement. Dans le cadre d'analyses prévisionnelles, ce souci n'est pas de mise et les valeurs courantes tirées de tables établies expérimentalement sont adoptées.

Pour le comportement du sol, les méthodes analytiques sont inexistantes dans le domaine du battage des pieux, hormis certaines estimations de la résistance ultime. Ces méthodes analytiques ou semi-empiriques font intervenir les paramètres intrinsèques du comportement du sol, ainsi que les conditions

géométriques.

Démunis des méthodes pouvant s'appuyer sur le comportement intrinsèque du sol, nous sommes contraints dans un premier temps, d'analyser le problème in-situ au moyen de l'instrumentation décrite au paragraphe 1 du chapitre III. .
Cette approche a un grand avantage en ce sens que l'expérimentation correspond aux données exactes du problème mais est extrêmement limitée en ce qui concerne les tentatives de généralisation. Force nous est de constater, après analyse de l'abondante littérature sur la détermination expérimentale du comportement du sol, que les paramètres introduits dans les quelques lois de comportement qui ont cours sont utilisés pour ajuster à postériori le comportement aux mesures effectuées. A part quelques exceptions (Appendino et al (1979)), nous n'avons pas constaté la volonté de recherche d'un sens physique des paramètres introduits dans le modèle. A cet égard l'optique est que la loi de comportement choisie par la grande majorité des auteurs (modèle de Smith ou Case) n'est pas à remettre en question étant donné son aptitude à reproduire les expériences grâce à un nombre suffisant de paramètres d'ajustement.

Bien que nous ne souscrivions pas à cette dernière démarche, nous analyserons les méthodes actuelles de détermination des paramètres et essaierons d'en dégager le sens physique.

4.2. Résistance

Par rapport à la résistance statique ou quasi-statique telle que rendue par un essai de mise en charge sur un pieu, le battage introduit les différences suivantes :

- la sollicitation du sol est transitoire
- la sollicitation du sol est répétée.

La première différence fondamentale a des effets sur l'interaction entre le pieu et le sol environnant, lors de la charge et la décharge :

- inertie du sol à cause de l'accélération de sa masse,
- comportement peu ou prou drainé du sol en égard à la rapidité de la sollicitation et à la perméabilité dans l'échelle du problème, avec la génération de pressions ou suctions interstitielles,

- modification des caractéristiques intrinsèques du sol (c, ϕ) due aux effets de vitesse de déformation,
- mécanisme de rupture non nécessairement conforme au mécanisme statique.

La seconde différence a également ses effets :

- modification de caractéristiques intrinsèques du sol (c, ϕ) due à la répétition et à l'inversion des déformations, eu égard au nombre de cycles,
- modification des caractéristiques intrinsèques du sol (c,ϕ) dans une zone pouvant dépasser celle concernée par le mécanisme de rupture suite à la compaction engendrée par la propagation des vibrations répétées,
- création d'un champ de pressions interstitielles non hydrostatique résultant de leur génération à intervalle régulier et de leur dissipation continue. Aux endroits où la dissipation entre deux coups ne compense pas la génération à chaque cycle, le sol entre tôt ou tard en liquéfaction.

Par rapport à une mise en rupture quasi-statique d'un pieu installé par battage depuis un temps suffisant pour que le champ des contraintes effectives soit considéré comme stationnaire avant le début de l'essai, les effets mentionnés auront une influence positive ou négative sur la mise en rupture par battage :

- l'inertie augmente la résistance,
- la vitesse d'application de la déformation augmente c et ϕ,
- les pressions interstitielles positives diminuent la résistance,
- les suctions augmentent également la résistance,
- la possibilité d'obtenir un mécanisme de rupture différent est le résultat des facteurs précédents,
- la répétition des cycles a pour effet d'écrouir le sol, donc d'augmenter c et ϕ,
- la compaction a pour effet d'améliorer les caractéristiques du sol; mais ces deux facteurs sont pris en compte par l'essai de mise en charge,

- le champ non-hydrostatique des pressions interstitielles a pour effet de diminuer la résistance du sol, par application du principe des contraintes effectives.

Comme on le voit, les effets sont en sens divers et pour simplifier, il n'existe que les pressions interstitielles générées pour compenser l'augmentation provoquée par les autres effets. La différence entre la résistance du sol lors du battage et la résistance statique est selon les auteurs, tantôt positive, tantôt négative. Quand une augmentation de charge de rupture est observée en statique, on parle de "Freeze", "set-up" ou gel; c'est le cas le plus courant, observé dans des sols peu perméables. Le cas plus rare de relaxation est cité par de nombreux auteurs qui se basent sur les articles de Yang (1956, 1970).

Alors que les méthodes de détermination expérimentale au départ de mesures de chocs s'adaptent bien à la résistance lors du battage, il va sans dire qu'à cause des phénomènes mentionnés, une dose non-négligeable d'empirisme est nécessaire pour en déterminer la résistance à long terme. Dans l'attente de l'analyse fondamentale des éléments permettant d'établir cette relation, nous verrons d'abord comment les promoteurs de certaines méthodes procèdent. Ces méthodes utilisent les mesures de force et de vitesse prises en tête du pieu au cours du battage; la plus populaire dénommée méthode "Case" est celle que nous présentons ci-après. La méthode "Case" appelée d'après le nom de l'université où elle a été développée (Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio) fait usage des diagrammes de force F(t) et de vitesse v(t) et en particulier de la manière dont ils se distinguent en fonction du temps.

En effet, pour un pieu homogène et d'impédance I infiniment long, nous avons vu que l'égalité suivante était respectée, lorsque le pieu est libre :

$$v(t)\downarrow = \frac{F\downarrow(t)}{I}$$

Pour un pieu libre de longueur L limitée, la vitesse sera influencée à partir du temps $\frac{2L}{v_c}$ par l'onde de traction qui la fera doubler de valeur. On peut écrire, en généralisant pour tout temps :

$$v(t) = \frac{2}{I} \left\{ \frac{1}{2} F(t) + F\left(t - \frac{2L}{v_c}\right) + F\left(t - \frac{4L}{v_c}\right) + \quad \right\} \qquad (2.92)$$

Pour un pieu retenu latéralement en un endroit distant de Z_i du point de mesure par une force Q_i (t), 2 ondes sont générées : une de compression vers le haut et une de traction vers le bas. L'onde de vitesse qui remonte vers le point de mesure est définie par :

$$v(t)\uparrow = \frac{Q_i(t)}{2I}$$

Si on émet l'hypothèse d'un comportement de type rigide - plastique pour la mobilisation de la réaction Q_i, on peut écrire :

$$Q_i(t) = \left|Q_i\right| H\left(t - \frac{Z_i}{v_c}\right) \qquad (2.93)$$

avec $\left|Q_i\right|$: valeur plastique de la réaction

$H(t)$: fonction escalier, nulle pour $t \leq o$ et valant 1 pour $t > o$.

Pour visualiser l'hypothèse et sa conséquence directe, les fonctions $Q_i(u)$ et $Q_i(t)$ sont représentées aux figures 2.26.a et b. p. 117.

L'onde qui est générée par la réaction en Z_i au temps Z_i/v_c est ressentie au point de mesure après un délai de Z_i/v_c pour la partie directement ascendante et après un délai de $2L - Z_i/v_c$ pour la partie descendante qui s'est réfléchie sur l'extrémité. En temps compté depuis le temps initial de l'impact au point de mesure, l'onde ascendante arrive au temps de $\frac{2Z_i}{v_c}$ et de l'onde réfléchie au temps $\frac{Z_i}{v_c} + \frac{2L - Z_i}{v_c} = \frac{2L}{v_c}$, soit en même temps que l'onde motrice réfléchie.

Puisque le point de mesure est supposé se terminer à l'extrémité supérieure déclarée libre du pieu, la vitesse $v^u(t)$ de la tête du pieu due à la partie ascendant directement s'exprime par :

$$v^u(t) = -\frac{\left|Q_i\right|}{I} \left\{ H\left(t - \frac{2Z_i}{v_c}\right) + H\left(t - \frac{2Z_i + 2L}{v_c}\right) + H\left(t - \frac{2Z_i + 4L}{v_c}\right) + \ldots\ldots \right\} \qquad (2.94)$$

La vitesse $v^d(t)$ de la tête du pieu due à la partie arrivant arpès réflexion à la base s'exprime par :

$$v^d(t) = -\frac{|Q_i|}{I}\left\{H\left(t - \frac{2L}{v_c}\right) + H\left(t - \frac{4L}{v_c}\right) + H\left(t - \frac{6L}{v_c}\right) + \ldots\ldots\right\} \qquad (2.95)$$

En faisant ce raisonnement pour n réactions réparties le long du fût à des distances Z_i, et en superposant les solutions, on obtient par combinaison algébrique des différents termes de vitesse (2.92, 2.94 et 2.95), la vitesse résultante de la tête du pieu;

$$v(t) = \frac{1}{I}\left\{F(t) + 2\sum_{j=1}^{m} F_t\left(t - j\frac{2L}{v_c}\right) - \sum_{i=1}^{n}|Q_i|\left[H\left(t - \frac{2Z_i}{v_c}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{j=1}^{m} H\left(t - \frac{2Z_i}{v_c} - j\frac{2L}{v_c}\right) + \sum_{j=1}^{m} H\left(t - j\frac{2L}{v_c}\right)\right]\right. \qquad (2.96)$$

où m indique le numéro d'ordre de l'aller-retour des ondes :

$$m \cdot \frac{2L}{v_c} \leqslant t \leqslant (m+1)\frac{2L}{v_c}$$

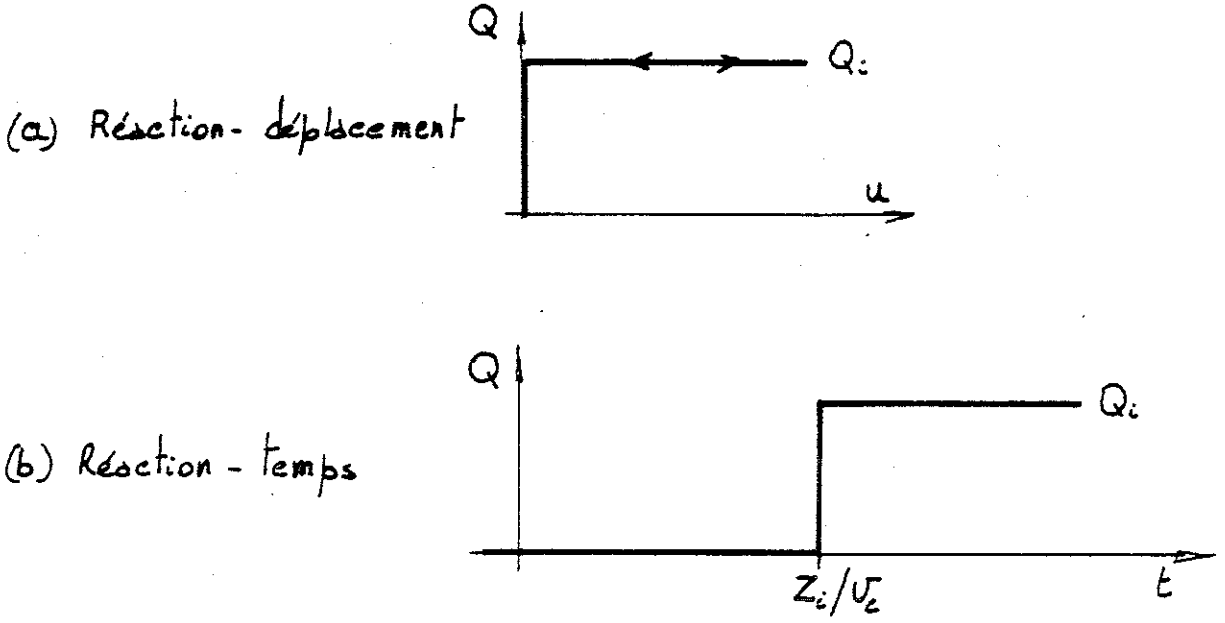
Si le pieu sur lequel les mesures ont été effectuées correspond à la distribution des Q_i supposée, alors, la vitesse mesurée v_M doit être égale à l'expression théorique utilisant la force mesurée F_M; ou :

$$I\,v_M(t) = F_M(t) + 2\sum_{j=1}^{m} F_M\left(t - j\frac{2L}{v_c}\right) - \sum_{i=1}^{n}|Q_i|\left[H\left(t - \frac{2Z_i}{v_c}\right)\right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{m} H\left(t - \frac{2Z_i}{v_c} - j\frac{2L}{v_c}\right) + \sum_{j=1}^{m} H\left(t - j\frac{2L}{v_c}\right)\right] \qquad (2.97)$$

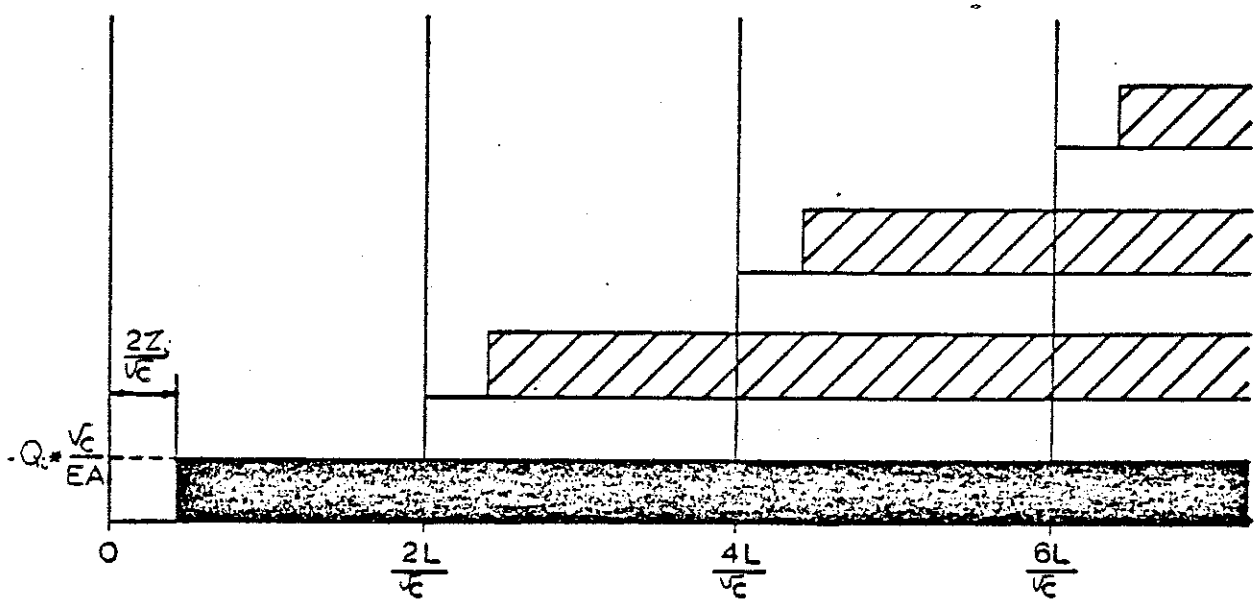
Le troisième terme de cette expression représente la sommation des effets de la réaction Q_i sur la vitesse de la tête du pieu au fur et à mesure des aller-retours de l'onde. Ce terme est représenté à la figure 2.17 p. 117 par la fonction en escalier composée tout d'abord, de l'action directe en $t = 2Z_i/v_c$, des actions cumulées avec l'onde initiale et des réflections de l'action directe. Ce terme peut se réécrire;

$$-\sum_{i=1}^{n}|Q_i|\left[2m + H\left(t - \frac{2Z_i}{v_c} - m\frac{2L}{v_c}\right)\right] \qquad (2.98)$$



HYPOTHESE DE LA METHODE "CASE" | FIGURE 2.16

$$V(t) = \frac{V_c}{EA} \sum_{j=1}^{m} Q_j \left[2m + H\left(t - \frac{2Z_i + 2mL}{V_c}\right) \right]$$



SOMMATION DES EFFETS DE LA REACTION Qi SUR LA VITESSE DE LA TETE DU PIEU (eq 2.98)

FIGURE 2.17

Si l'on estime l'expression 2.97 pour 2 valeurs de v_M séparées d'un intervalle de temps égal à $2L/v_c$, on obtient; avec t* = temps choisi pour faire la différence :

$$I\left(v_M(t^*) - v_M\left(t^* + \frac{2L}{v_c}\right)\right) = F_M(t^*) - F_M\left(t^* - \frac{2L}{v_c}\right)$$

$$+ 2\sum_{j=1}^{m} F_M\left(t^* - j\,\frac{2L}{v_c}\right) - 2\sum_{j=1}^{m+1} F_M\left(t^* - (j-1)\,\frac{2L}{v_c}\right)$$

$$- \sum_{i=1}^{n} |Q_i| \left[2m + H\left(t^* - \frac{2Z_i}{v_c} - m\,\frac{2L}{v_c}\right)\right]$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} |Q_i| \left[2(m+1) + H\left(t^* + \frac{2L}{v_c} - \frac{2Z_i}{v_c} - (m+1)\,\frac{2L}{v_c}\right)\right] \qquad (2.99)$$

qui peut se réécrire après sommation et différence :

$$I\left(v_M(t^*) - v_M\left(t^* + \frac{2L}{v_c}\right)\right) = - F_M\left(t^* + \frac{2L}{v_c}\right) - \sum_{i=1}^{n} |Q_i| (2m - 2(m+1))$$

en posant $\sum_{i=1}^{n} (Q_i) = Q_D$ et en utilisant la relation $I = \frac{M_p \cdot v_c}{L}$ où M_p est la masse du pieu, l'équation 2.99 se réécrit:

$$Q_D = \frac{1}{2}\left\{F_M(t^*) + F_M\left(t^* + \frac{2L}{2_c}\right)\right\} + M_p \cdot \frac{v_M(t^*) - v_M\left(t^* + \frac{2L}{v_c}\right)}{2L/v_c} \,. \qquad (2.100)$$

qui exprime que la résistance pendant le battage est la somme de la moyenne des efforts appliqués en tête au temps t* et au temps $t^* + 2L/v_c$ et de l'effort d'inertie du pieu dû à l'accélération moyenne de la tête du pieu pendant cet intervalle de temps. On remarque que pour $2L/v_c \to 0$, l'équation 2.100 exprime l'équilibre d'un tronçon rigide :

$$Q = F - M_p\, a \qquad (2.101)$$

Il faut être attentif au fait que Q peut être en principe évalué au départ de n'importe quelle valeur t*. Cependant l'hypothèse négligeant l'élasticité des réactions et l'amortissement impose que la vitesse mesurée en $t^* + 2L/v_c$ ne soit pas le résultat d'ondes de vitesse ayant amené les réactions $Q_i(t)$ à inverser leur sens. Les promoteurs de la méthode estiment palier à cet inconvénient en choisissant un temps t* particulier : celui où la vitesse en tête est maximale, ou une fraction de $2L/v_c$ après ce temps : c'est la "delay-time method".

Il est possible de démontrer l'équation 2.100 plus rapidement en faisant l'hypothèse d'un pieu rigide (cf. eq. 2.101). Cependant cette hypothèse n'est pas strictement nécessaire ainsi que nous le voyons par la première démonstration.

Cette méthode, qui présente une certaine élégance, ne donne qu'une estimation de la résistance mobilisée. Il est clair que si les déplacements du fût et de la base du pieu ne correspondent qu'à une fraction de la résistance ultime, la valeur de Q_D ne rendra compte que de cette fraction. On en déduit que l'hypothèse représentée par la figure 2.16 p. 117 ne sera respectée que si au temps $t^* + 2L/v_c$ la vitesse reste positive et que si les déplacements qui y correspondent le long du pieu sont supérieurs à la valeur du quake. Ces conditions conduisent également à considérer que la durée de l'impact est telle que le pieu pourrait atteindre un état d'équilibre interne et serait animé d'une accélération constante égale au déficit de la réaction du sol par rapport à la force en tête ne variant pas trop rapidement : on se retrouve dans le cas du pieu considéré rigide.

Si tel n'est pas le cas, Likins et Rausche (1981) proposent de faire une correction en tenant compte de la longueur sur laquelle la réaction s'est déchargée. Cette correction apparaît dans la formule introduisant la résistance Q'_D au départ de la résistance Q_D déterminée par l'équation (2.100).

$$Q'_D = Q_{un} + Q_D$$

dans laquelle Q_{un} est la résistance qui n'a pas été prise en compte par le calcul. Q_{un} peut être estimée par :

$$Q_{un} = \frac{F(t^*) - Iv(t^{**})}{2}$$

où $t^{**} = t^* + \frac{2L}{v_c} - t^\circ$

où t° est le temps où la vitesse de la tête du pieu s'inverse de sens.

Une conséquence étonnante du raisonnement est, hormis l'expression présentée ci-dessus, l'inaptitude de la méthode à séparer la résistance au frottement de celle de la base. La vérification ne peut s'effectuer sur un essai de charge que de manière globale. C'est une caractéristique partagée par les formules de battage.

4.3. Damping

Devant les difficultés à correler les résistances estimées par la méthode "Case", aux résultats des essais de mise en charge, besoin a été d'introduire le paramètre empirique réconciliant les 2 valeurs.

Il s'agit du Damping "Case" : J_c qui permet d'exprimer le supplément de résistance dû aux termes de vitesse par rapport à la résistance statique (cf paragraphe 2.3.2.) :

$$Q_D - Q_S = J_c \cdot I \cdot \dot{u}_b \qquad (2.102)$$

avec $\dot{u}_b$: vitesse de la base du pieu.

Cette dernière peut s'exprimer en fonction des éléments et hypothèses présentées dans le paragraphe précédent pour la détermination de la résistance Q_D :

$$\dot{u}_b\left(t^* + \frac{L}{v_c}\right) = 2v\,(t^*) - I \cdot Q_D \qquad t^* \leq \frac{L}{v_c} \qquad (2.103)$$

De 2.102 et 2.103, on tire :

$$Q_S = Q_D - J_c \left(F(t^*) + I.v\,(t^*) - Q_D\right) \qquad (2.103.a)$$

Ce qui permet d'obtenir une estimation de la résistance statique au départ de la détermination de la réaction Q_D pendant le battage et de l'adoption d'une valeur de J_c appropriée.

C'est donc sur ce coefficient J_c que les efforts se sont portés afin de déterminer la valeur en fonction du type de terrain. Lorsqu'un essai de mise en charge est effectué et donne une valeur mesurée Q_M de la résistance du sol, alors J_c se détermine par :

$$J_c = (Q_D - Q_M) \,/\, \left(F(t^*) + Iv(t^*) - Q_D\right) \qquad (2.104)$$

Les valeurs de J_c ont été ainsi déterminées au départ d'un grand nombre (une centaine) d'essais de mise en charge dont la résistance mesurée Q_M répondait sur la courbe charge-enfoncement s - Q en tête au critère de Davisson, soit :

$$s\,(Q_M) = 3{,}81\ 10^{-3} + \frac{\phi}{120} + \frac{L}{EA}\,Q_M \qquad [\text{unités SI}] \qquad (2.105)$$

avec Ø , diamètre de la base du pieu.

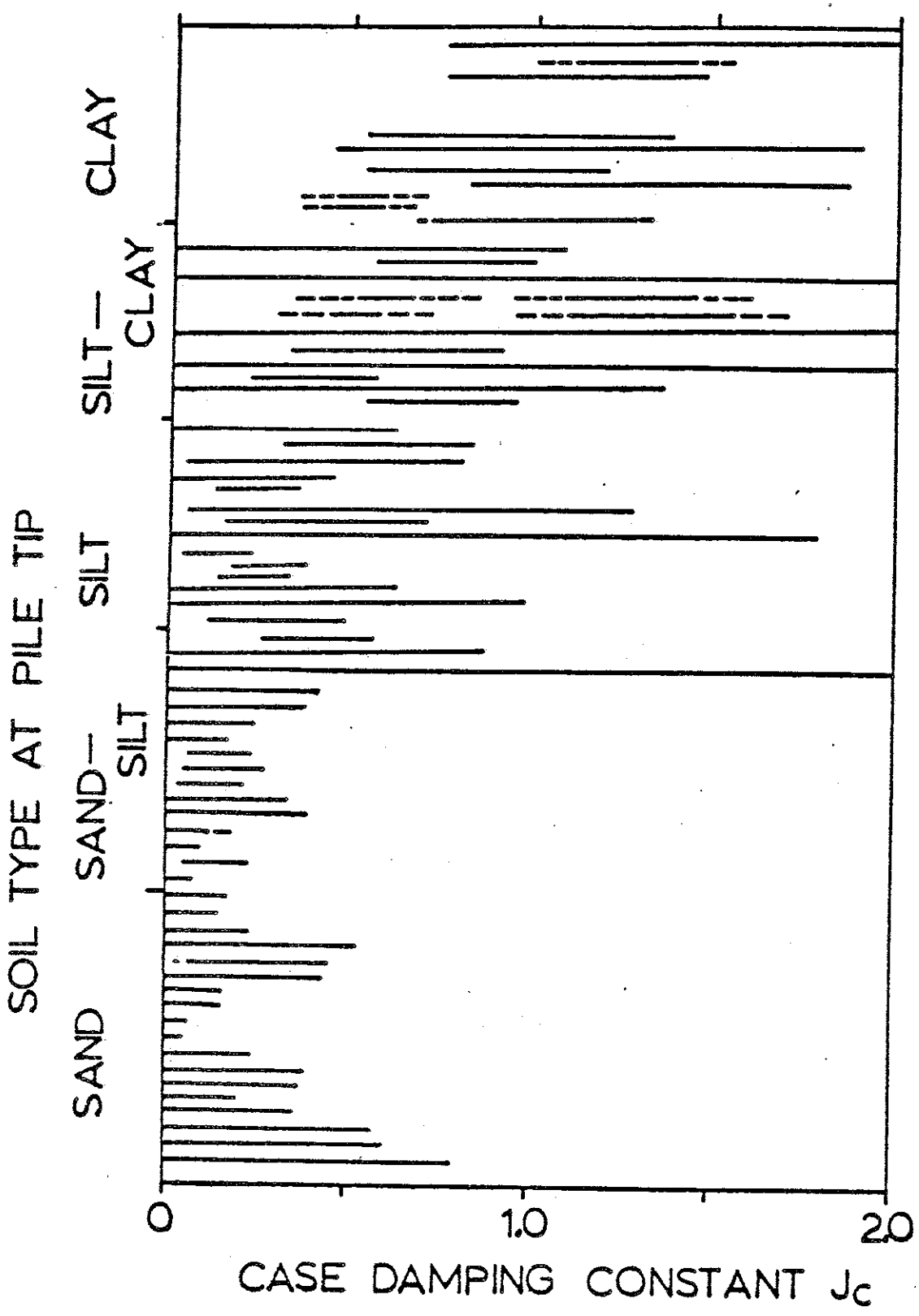
La manière de trouver la valeur Q_M satisfaisant à l'équation 2.105 est graphique (fig. 2.18 p. 123); depuis l'enfoncement $s_o = 3{,}81\ 10^{-3} + Ø/120$ on trace une droite de pente L/EA dont on localise l'intersection avec la courbe charge-enfoncement obtenue expérimentalement.

Il est important de connaître la base qui a servi à déterminer les fourchettes acceptables des valeurs de J_c car, tout comme dans la dérivation de Q_D s'était posé le problème de la mobilisation de la réaction, ici aussi la valeur de Q_M correspond à une mobilisation non-ultime de la résistance du terrain. Elle est à rapprocher d'une charge limite et est normalement inférieure à la charge de rupture conventionnelle définie par un tassement de 10 % du diamètre.

Les essais de mise en charge qui ont été utilisés par la corrélation sont ceux pour lesquels l'effet du temps sur la résistance était la plus faible possible : soit des essais pour lesquels le gel n'était pas significatif, soit des essais réalisés directement après battage, soit des essais réalisés après maturation du pieu, mais ayant subit un rebattage juste avant. Les valeurs négativges de J_c ont été délibérément écartées car, nous précise-t-on, elles n'ont pas de sens physique. Il est clair que cette optique se situe du côté de la sécurité.

Les valeurs de J_c résultant de ces restrictions et donnant une estimation de Q_M à $\pm$ 20 % sont représentées à la figure 2.19 p. 122 en fonction du type de sol, et indépendamment du pieu. On constate la grande plage de variation (de 0 à 2 dans le cadre de l'épure) et une tendance à l'augmentation avec les granulométries plus fines. Les variations plus faibles apparaissant vers les sols sableux sont à attribuer à la suppression des valeurs de J_c négatives.

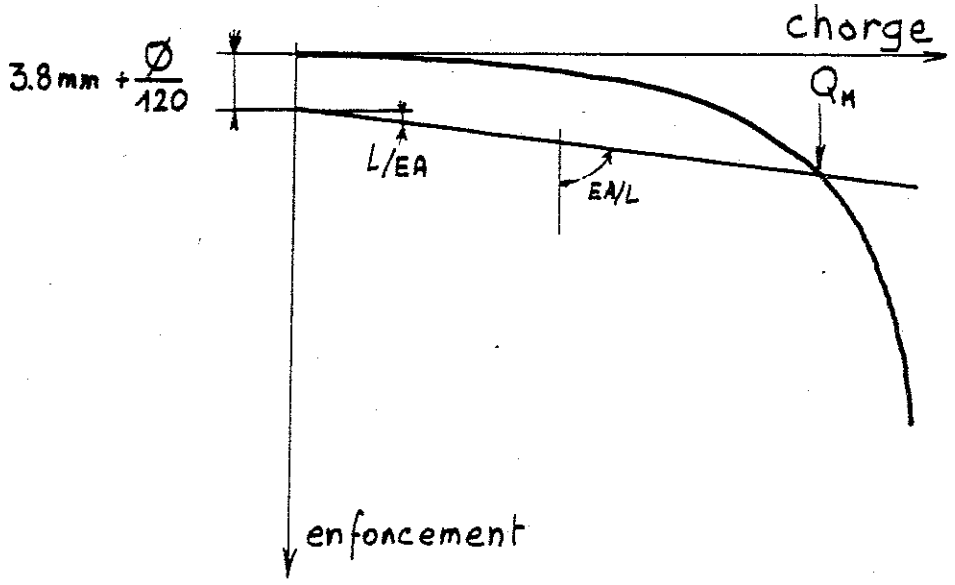
Devant de telles variations, on est en droit de se demander si l'ensemble de la méthode peut être utilisée de manière absolue. En réponse à cette interrogation, les auteurs recommandent la calibration de J_c sur un site déterminé au moyen d'un essai de mise en charge et son utilisation pour les autres pieux à battre : on en revient à la calibration des formules de battage. Si ces données n'existent pas, alors il faut se servir de la figure 2.19 comme guide, sans plus.



VALEURS DU DAMPING ADIMENSIONNEL EN FONCTION DE LA NATURE DU TERRAIN (Méthode "Case")

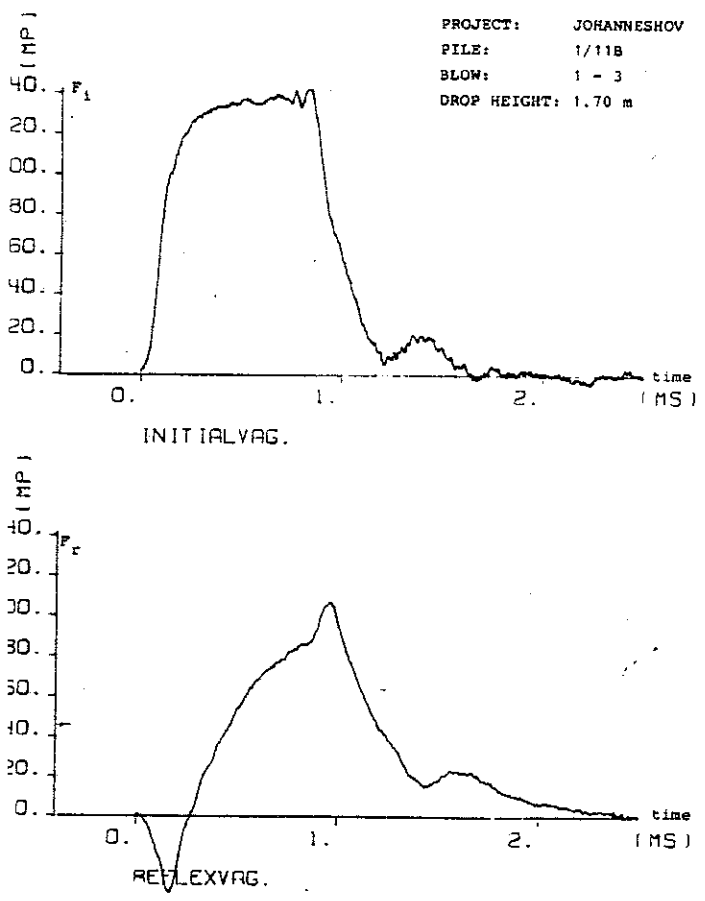
Goble et al (1975)

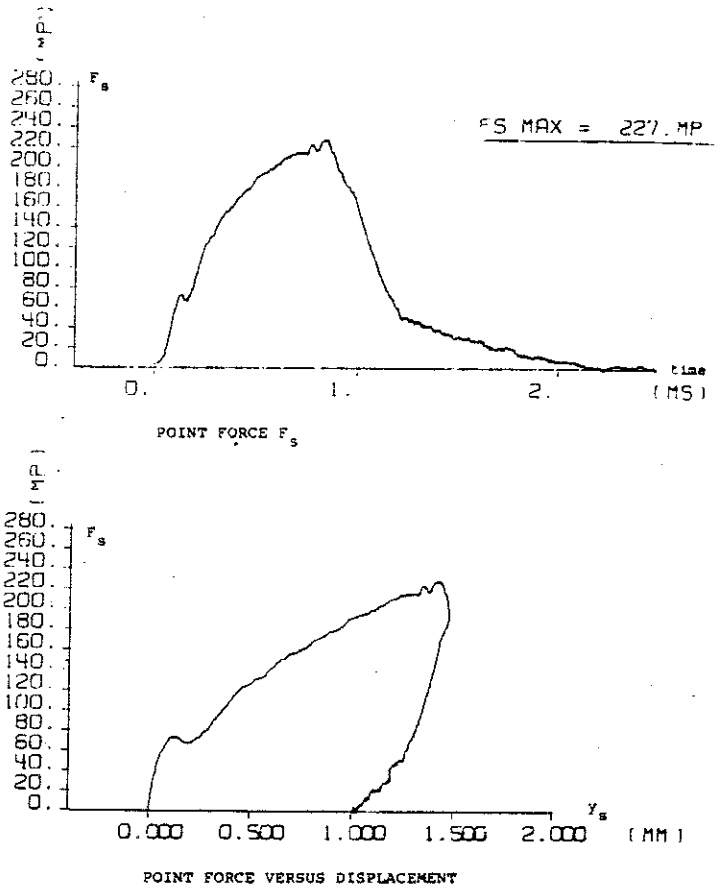
FIGURE 2.19



CRITERE DE DAVISSON

FIGURE 2.18





MOBILISATION DE LA RESISTANCE A LA BASE AU DEPART DE LA MESURE DE LA FORCE EN TETE - Bredenberg (1982)

FIGURE 2.20

4.4. Quake

Le quake qui est responsable de la mobilisation progressive de la réaction en fonction du déplacement de son point d'application ne peut être obtenu par aucune méthode simple sauf dans le cas où l'onde incidente et l'onde réfléchie peuvent être facilement distinguées (Bredenberg (1980)).

Deux situations pratiques remplissent cette condition : pieu long (offshore) ou impact de courte durée (battage sans casque) sur un pieu résistant essentiellement à la base.

Partant de l'analyse des ondes de force à la base du pieu en fonction de la réaction Q_b qu'elle génère sous l'impulsion de la force incidente mesurée en tête : F_M, Bredenberg établit:

$$Q_b(t) = \frac{1}{2}\left[F_M\left(t - \frac{L}{v_c}\right) + F_M\left(t + \frac{L}{v_c}\right)\right] + \frac{I}{2}\left[v_M\left(t - \frac{L}{v_c}\right)\right] \quad v_M\left(t + \frac{L}{v_c}\right) \qquad (2.106)$$

qui n'est autre que l'équation de la méthode "case" centrée sur l'échelle de temps de la base. Ensuite par application de la condition limite examinée au paragraphe 1.1.5, il obtient l'expression de la vitesse de la base $\dot{u}_b$, qui par intégration par rapport au temps lui donne le déplacement de la base : u_b :

$$u_b(t) = \int_o^t \dot{u}_b(\tau)\, d\tau = \frac{1}{I} \int_o^\tau \left(2F_M(\tau) - Q_b(\tau)\right) d\tau \qquad (2.107)$$

qui peut se réécrire en fonction du déplacement u(t) de la tête du pieu :

$$u_b(t) = \frac{1}{2}\left[u\left(t + \frac{L}{v_c}\right) + u\left(t - \frac{L}{v_c}\right) + \frac{1}{2I} \int_o^t \left(F_M\left(\tau - \frac{L}{v_c}\right) - F_M\left(\tau + \frac{L}{v_c}\right)\right) d\tau \right. \qquad (2.108)$$

Par application des équations 2.106 et 2.108, il est donc possible de déterminer la courbe de mise en charge à la base au départ de la mesure de v (t) et F (t) en tête du pieu ou, lorsque l'onde incidente se meurt avant que ne revienne l'onde réfléchie, au départ uniquement de F_M (t) puisque dans ce cas : $v_M = F_M/I$.

Le raisonnement postule que l'onde F_M est une onde incidente, et ne s'attache pas à déterminer les réflexions. C'est parce que l'application de la méthode s'est limitée

jusqu'à présent au cas où les ondes incidentes et réfléchies sont suffisamment distinctes dans le temps.
En effet dans ce cas, l'évaluation des termes décrits en 2.106 et 2.107 se simplifie au moyen de la seule mesure de F_M et, on établit par intégration :

$$u_b(t) = \frac{1}{I} \int_o^t \left(F_i(\tau) - F_r(\tau)\right) d\tau$$

$$Q_b(t) = F_i(t) + F_r(t) \qquad (2.109)$$

dans lesquelles :

$F_i(t)$ est la force incidente ou $F_M(t)$ pour $t \leqslant \frac{2L}{v_c}$

$F_r(t)$ est la force réfléchie ou $F_M\ (t + \frac{2L}{v_c})$ pour $t \leqslant \frac{2L}{v_c}$

La méthode a été appliquée par son auteur au cas du battage au moyen d'un mouton pneumatique de tubes en acier de faible diamètre dans le roc. Nous reproduisons à titre d'exemple à la figure 2.20 p. 123 les résultats et leur interprétation sur le site de Johanneshov : onde incidente, onde réfléchie, réaction à la base ainsi que diagramme de mobilisation.

On note que l'enfoncement de 1mm, résultant de la mise en charge de type hyperbolique jusqu'à une contrainte d'environ 220 MPa ne met pas en évidence une vraie rupture et que la décharge peut être approximée par une loi linéaire.

Le domaine d'application de la méthode proposée est restreint. Rien ne pourrait nous empêcher de l'élargir au cas du pieu résistant uniquement à la base, mais pour lequel on dispose des mesures F_M et v_M mais aussi par analogie avec le raisonnement "case" d'obtenir Q_D (t) à condition de supposer que la loi de mobilisation est uniforme le long du fût et à la base.

On peut également songer à établir une méthode faisant intervenir une mobilisation linéaire de la réaction, différente suivant les couches de terrain et établir un système d'équations linéaires grâce à l'application de l'équation du type 2.106 à plusieurs instants correspondant à plusieurs profondeurs d'action de l'onde. Les inconnues de ce système seraient les résistances aux différents niveaux ainsi que leurs quakes. En s'appuyant sur plus de points de mesure que nécessaire, on pourrait procéder à une estimation par la méthode des moindres carrés. Cet objectif que nous mentionnerons simplement, peut faire l'objet d'une étude

particulière. Nous ne nous y attarderons pas car la méthode présentée ci-après constitue une approche globale non liée à une forme mathématique particulière de la loi du comportement.

Il est une méthode plus évidente de la détermination de la mobilisation de la résistance à la base, mais qui pour des raisons pratiques n'est pas souvent appliquée, bien qu'étant la plus fiable. Il s'agit de la mesure directe de la résistance et de la vitesse à la base lors du battage.

Plusieurs raisons s'opposent en effet à son application :

- elle ne s'applique facilement qu'aux pieux creux, car il faut placer les instruments à l'abri du sol.
- elle impose le placement d'appareils supplémentaires, récupérables par extraction du pieu ainsi que l'enregistrement sur des canaux supplémentaires.

Cependant, alors que plusieurs programmes de recherche l'on utilisée, les publications ne font pas état des résultats que cette instrumentation donne. A celà, nous trouvons trois explications :

- l'instrumentation a été mal mise en oeuvre ou a été détruite
- le déplacement de la base est traditionnellement obtenu par double intégration de l'accélération mesurée et la fiabilité de cette opération est à mettre en doute.
- les résultats obtenus ne correspondent pas à l'idée que l'on se fait à priori et sont considérés comme non valides.

Nous verrons dans la partie expérimentale comment nous abordons cette question.

4.5. Méthode globale

La méthode globale de détermination des paramètres de modélisation consiste à faire le calcul de l'onde pour un système complet constitué des éléments discrets (modèle de Smith) ou continus (méthode des caractéristiques) dont on fait varier les paramètres de réaction jusqu'à obtenir la correspondance avec les mesures. Cette opération qui était entâchée d'une grande imprécision lorsque la modélisation comprenait le mouton et le casque, s'est vue gagner en fiabilité par l'introduction de la méthode dite "CAPWAP". Cette méthode consiste à ne modéliser que le système situé sous le niveau de mesure qui, pour des raisons pratiques, est proche de la

tête du pieu. En tête de ce modèle est appliquée une condition limite de force ou de vitesse en fonction du temps et qui est une des deux mesures effectuées. Le système réagit en fonction des paramètres de réactions et le calcul produit l'élément complémentaire à la condition limite choisie. Habituellement, la vitesse mesurée est imposée en tête du pieu et la force qui en résulte est comparée à la force mesurée. Les paramètres de sol sont ajustés jusqu'à ce qu'aucune amélioration supplémentaire ne puisse être réalisée.

Si l'optimalisation des paramètres de sol doit être conduite finement, cette opération peut être fastidieuse en raison du nombre de paramètres :

pour les n éléments de la résistance latérale :

Q_i $i=1 \ldots n$ Résistances ultimes de frottement,

s_{fi} quakes de frottement,

J_{fi} dampings au frottement;

pour la résistance à la base :

Q_b^u Résistance ultime à la base

s_b quake de la base

J_b damping à la base

Une certaine expérience est nécessaire pour déterminer, au départ d'une courbe non parfaitement ajustée, les paramètres à changer, dans quel sens et de combien il faut les modifier. Sur le nombre de paramètres, il est toujours possible d'approcher la courbe calculée de la courbe mesurée et ce en fonction du critère visuel de chacun. Par corollaire, rien ne garantit que la solution obtenue est la bonne en raison de l'équivalence de différentes solutions possibles. Enfin rien ne prouve que la loi de comportement est vérifiée car il serait possible de trouver des alternatives satisfaisant tout aussi imparfaitement à la condition imposée pour autant qu'elles comprennent sufisamment de paramètres d'ajustement.

Cependant, en dépit de ces reproches, la méthode est un outil puissant qui peut être utilisé pour investiguer d'autres modèles de comportement, en plus de fixer certains paramètres. Le cadre est général : si on adopte la discrétisation totale, il est possible de l'appliquer au système complet et d'en découvrir les caractéristiques réelles. Il est d'autre part possible d'appliquer toute loi de comportement pour la résistance et d'adjoindre tout élément physique ou mécanique à la modélisation uni-dimensionnelle pour atteindre l'ajustement.

Malgré l'expérience accumulée dans ce domaine, ces valeurs du quake et du damping n'ont pu être dégagées en fonction du de sol, à l'instar de ce que la méthode case avait produit pour J_c.

On en reste à commencer la procédure d'optimalisation en se laissant guider par les valeurs du quake obtenues avant l'arrivée de la méthode, par calibration sur les diagrammes de battage; avec $Q_D = Q_S\ (1 + J.\ v)$:

	s_f [mm]	J_{f_1} [sm^{-1}]	s_b [mm]	J_{b_1} [sm^{-1}]
Sable	5	1.68	10.16	0.49
Argile	2.54	0.67	2.54	.033

d'après Coyle, Lowery, Hirsh (1977)

5. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE EN DEHORS DU BATTAGE

5.1. Essais de charge rapide de pieux

Pour les plate-formes en mer, les sollicitations dues aux vagues ont poussé certains à réaliser des essais de mise en charge rapide sur des pieux offshore. Analysant les résultats de mise en charge sur des tubes de 0,355 m de diamètre fichés dans les argiles plastiques de la Gulf Coast, réalisés par Cox, Kraft et Verner ((1979, 1981)) (Fig. 2.21.a p. 130), Bea (1982) en arrive à proposer une loi du type :

$$\beta = \frac{Q_d}{Q_s} = F_1 + F_2 \log \frac{\lambda}{\lambda_s}$$

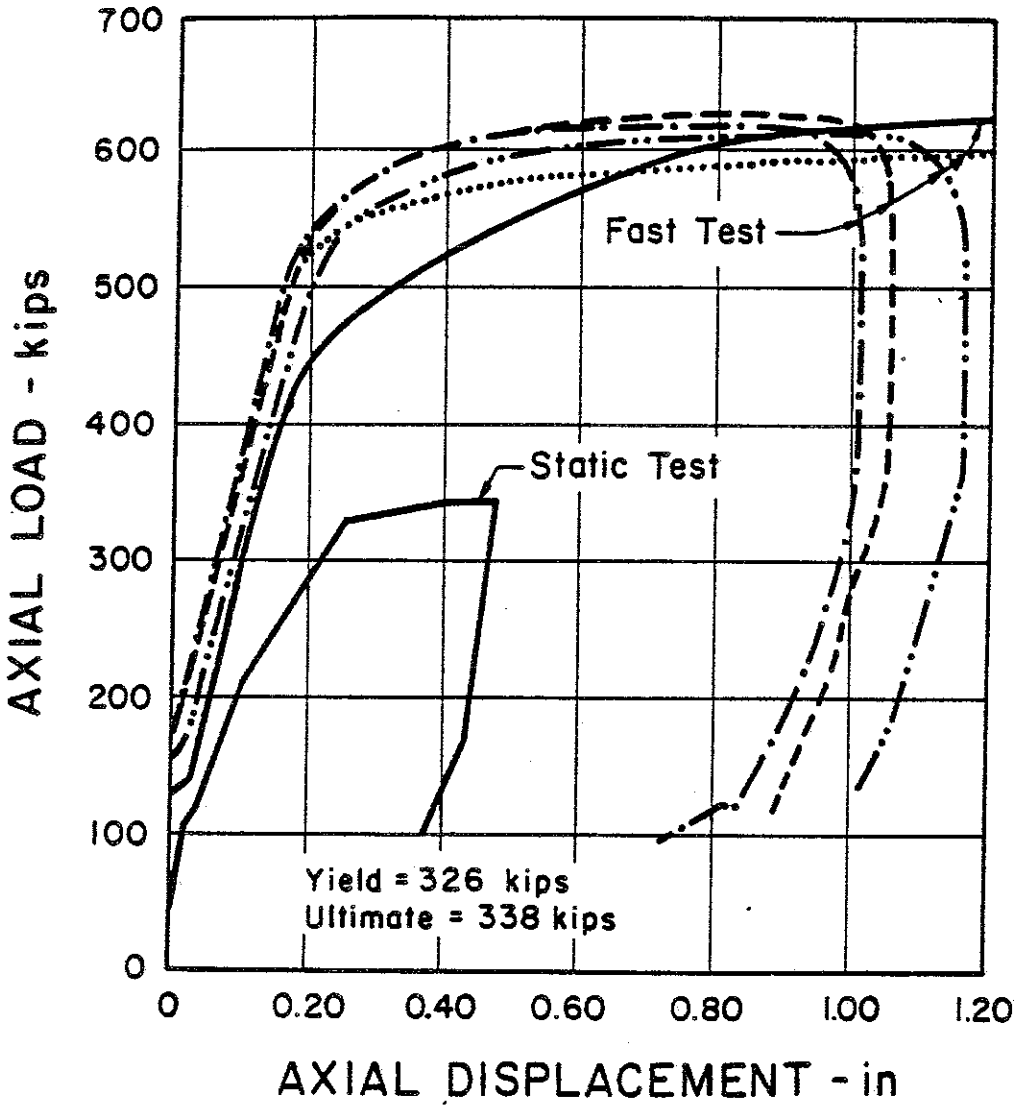
où λ_s est la vitesse de mise en charge de référence

λ la vitesse de mise en charge considérée

$F_1 \simeq 0.75 - 1.0$ et $F_2 \simeq 0.10 - 0.20$

Selon Bea, F_2 peut être relié à des caractéristiques plus fondamentales des argiles telles que le degré de surconsolidation : OCR, l'indice de liquidité LI et le rapport de la résistance en compression simple S_u à la contrainte verticale $\bar{\sigma}_v$:

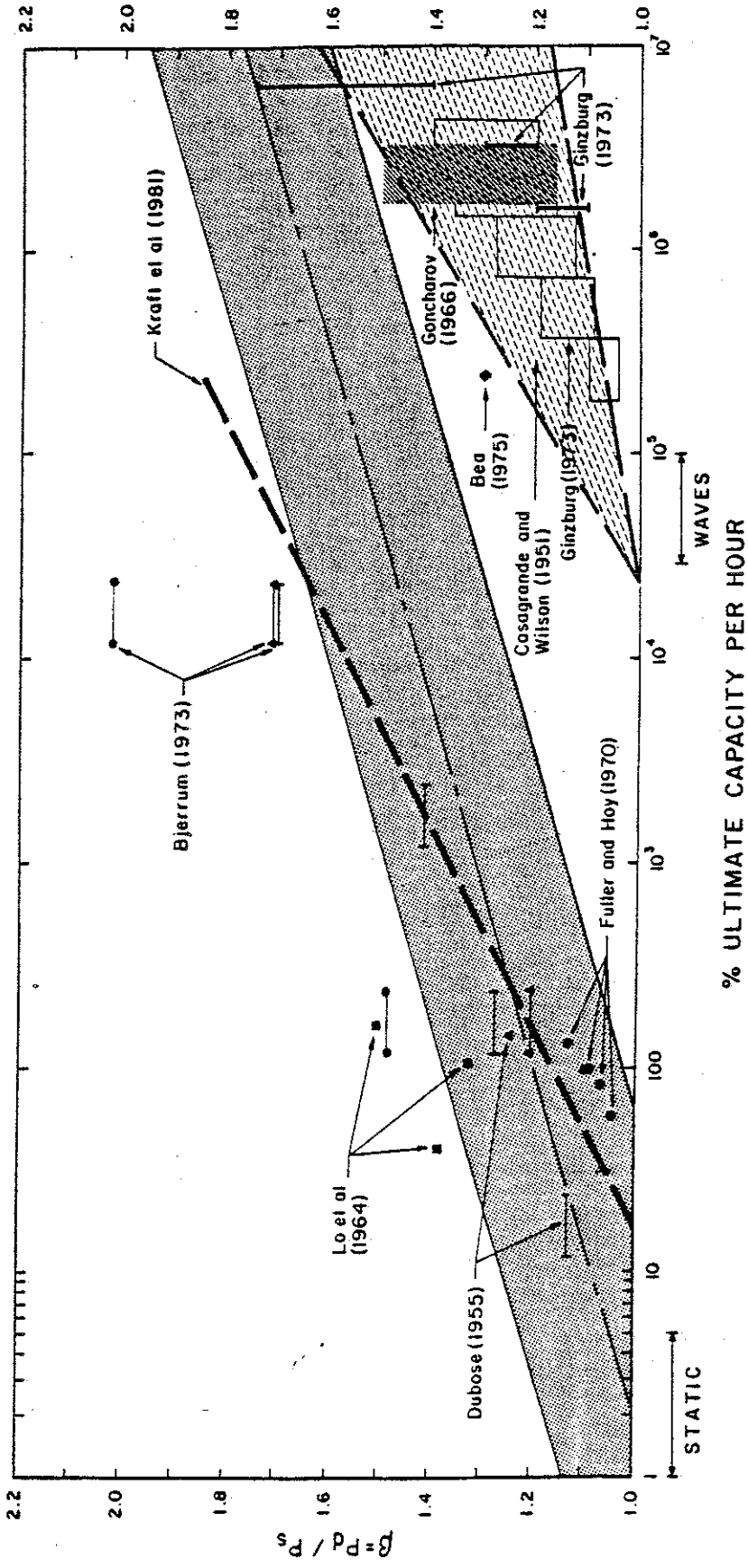
$$F_2 = \frac{OCR}{S_u / \bar{\sigma}} \exp\left(\frac{LI - 2}{0.42}\right)$$



EFFET DE LA RAPIDITE DE MISE EN CHARGE POUR UN PIEU FICHE DANS UNE ARGILE PLASTIQUE

Cox-Kraft-Verner (1979)

FIGURE 2.21a



INFLUENCE DE LA VITESSE DE MISE EN CHARGE SUR LA CHARGE DE RUPTURE DE PIEUX

Bea (1982)

FIGURE 2.21b

En comparant plusieurs essais de mise en charge et de laboratoire, Bea (1981) produit une synthèse graphique reproduite à la figure 2.21.b. p. 131 qui montre la grande dispersion des résultats.

Un concept intéressant utilisé est la vitesse de mise en charge, exprimée par rapport à la charge ultime. Dans son diagramme, Bea a exprimé cette grandeur en % par heure. Pour obtenir l'ordre de grandeur correspondant au cas du battage, il faut considérer que la rupture du sol est introduite en l'espace de quelques millisecondes; pour 3.6 ms, on obtient :

$$\lambda = \frac{100\ \%}{3.6\ 10^{-3} / 3600} = 10^{8}\ \%/\text{heure}$$

On se situe dans un domaine commençant à droite de la vitesse maximale de mise en charge considérée par Bea et par extrapollation, la valeur de β pourrait être comprise entre 1.3 et 2.0.

5.2. Expériences en laboratoire

Suite à l'empirisme inévitablement lié à une approche du problème exclusivement in-situ, certains auteurs se sont penchés sur une analyse plus fondamentale du comportement du sol sous sollicitation transitoire menant à la rupture.
Cette analyse a pour support des essais de laboratoire de type classique mais dont la vitesse de réalisation a été fortement augmentée ou des essais spécifiques sur modèles réduits.

Pour ce qui est de la résistance statique, nous mentionnerons simplement qu'il existe des essais permettant d'extraire les paramètres de résistance drainés c', ϕ' ou non drainés c, ϕ

intervenant dans les méthodes explicites du calcul de la résistance au frottement et à la base des pieux. Comme nous estimons que le problème sera avantageusement résolu au départ d'essais de reconnaissance in-situ, nous laisserons ce domaine à leurs spécialistes.

En ce qui concerne la mobilisation de la réaction en fonction du déplacement, certains auteurs ont tâché de déduire le module de réaction initial et /ou le quake par des essais mettant en jeu le frottement de corps solides sur un échantillon de sol. Ces essais sont instructifs et d'ailleurs nous permettent d'établir le type de fonction mathématique dont il faut nous servir pour établir le passage entre les déformations de faible amplitude et la rupture franche. Malheureusement, d'une part, la raideur du sol est une caractéristique extrêmement sensible au remaniement fût-il minime des échantillons et d'autre part, la mise à l'échelle des résultats, pour tenir compte de la dimension réelle des pieux sur laquelle la loi s'applique, présente de sérieuses difficultés.
Ces deux facteurs nous incitent à préférer une méthode analytique, calibrée par essai in situ pour résoudre ce problème.

Le domaine où les essais de laboratoire apportent des éléments nouveaux est celui de la comparaison des résistances obtenues de manière statique et de manière dynamique ou cinématique. Ces éléments sont en effet difficiles à assurer in-situ, à cause de la variabilité des terrains et des moyens à mettre en oeuvre. Le résultat de ces essais est donc de préciser l'influence de la vitesse de mise en charge ou de déformation sur la résistance ultime mobilisée par le sol. La vitesse de mise en charge peut être exprimée par son inverse, ou plus communément par le temps nécessaire à obtenir la rupture du sol appelé temps de rupture.

5.2.1. Premiers essais

Les premiers de l'investigation en laboratoire de l'effet de vitesse furent Casagrande et Shanon (1948) qui mirent en évidence la différence de comportement des sables et argiles. Les sables semblent peu influencés tandis que pour les argiles, il est possible de doubler la résistance. Les études subséquentes confirment ce point de vue, qu'il s'agisse d'essais triaxiaux non-drainés, d'essais de compression simple ou d'essais triaxiaux réalisés avec dépression, en précisant que pour les sables fins, une influence commence à se faire sentir (Seed et Lundgren (1954), Taylor, Whitman (1954), Whitman et Healy (1962)). Ces derniers en arrivent à

la ferme conclusion que l'angle de frottement est intrinsèquement indépendant du temps de rupture mais que la résistance non drainée du sable varie avec le temps de rupture lorsque les pressions interstitielles dépendent du temps. Au fur et à mesure du raffinement des moyens mis en oeuvre, les résultats sous des conditions plus larges devinrent accessibles.

Schiming, Hass et Saxe (1966) déterminèrent au moyen d'un essai de cisaillement direct les enveloppes définissant la rupture sous deux vitesses de mise en charge. Lors des essais "rapides statiques", la rupture était atteinte après un temps variant de 30 à 50 secondes tandis que lors des essais "dynamiques", ce temps était réduit à 1-5 ms. Les 575 tests réalisés se partageaient sur un sable lâche et un sable dense, une argile et un mélange de sable et d'argile. Eu égard aux conditions de drainage, le sable dense ou lâche, sec ou saturé ne subit pas l'influence du temps de rupture. Par contre, l'argile et le mélange sable argile, lorsqu'il contient plus de 20 % d'eau est sensible à l'action de la vitesse, la résistance valant à peu près le double de la résistance "rapide statique".
De ces expériences à 2 rythmes de mise en charge, on déduit l'importance à préciser :

- les conditions de l'essai (drainé, non-drainé, inertie des mécanismes ou de la chambre de pression, flexibilité des limites physiques de l'échantillon).

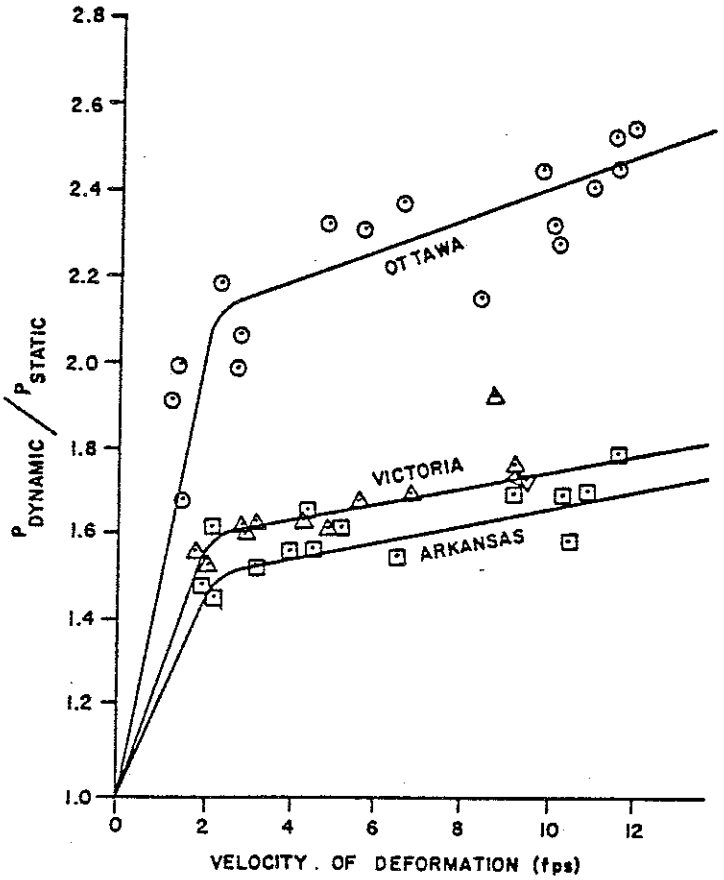
- la perméabilité du sol (ou en tout cas sa courbe granulométrique)

- l'échelle de l'essai (effets d'inertie, chemin de drainage).

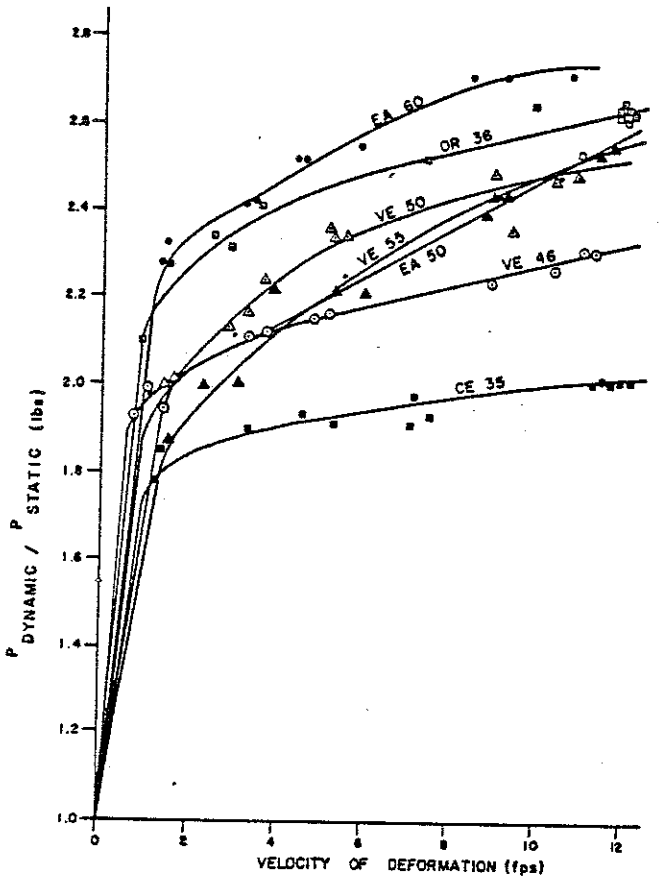
Veillant à ces détails essentiels, nous allons analyser les essais réalisés dans le cadre spécifique du battage des pieux.

5.2.2. Essais triaxiaux

La campagne la plus complète est le fruit des travaux de Gibson et Coyle (1968) qui ont utilisé une cellule triaxiale mise en charge par la chute d'une masse d'une hauteur variable. L'objectif était de relier les caractéristiques de damping aux propriétés courantes des sols.



$P_{dynamic}/P_{static}$ versus velocity of deformation for sands tested.



Ratio of dynamic to static load versus velocity of deformation for clays tested.

Sables

Argiles

INFLUENCE DE LA VITESSE D'ECRASEMENT SUR LA RESISTANCE OBTENUE A L'ESSAI TRIAXIAL

Gibson et Coyle (1968)

FIGURE 2.22

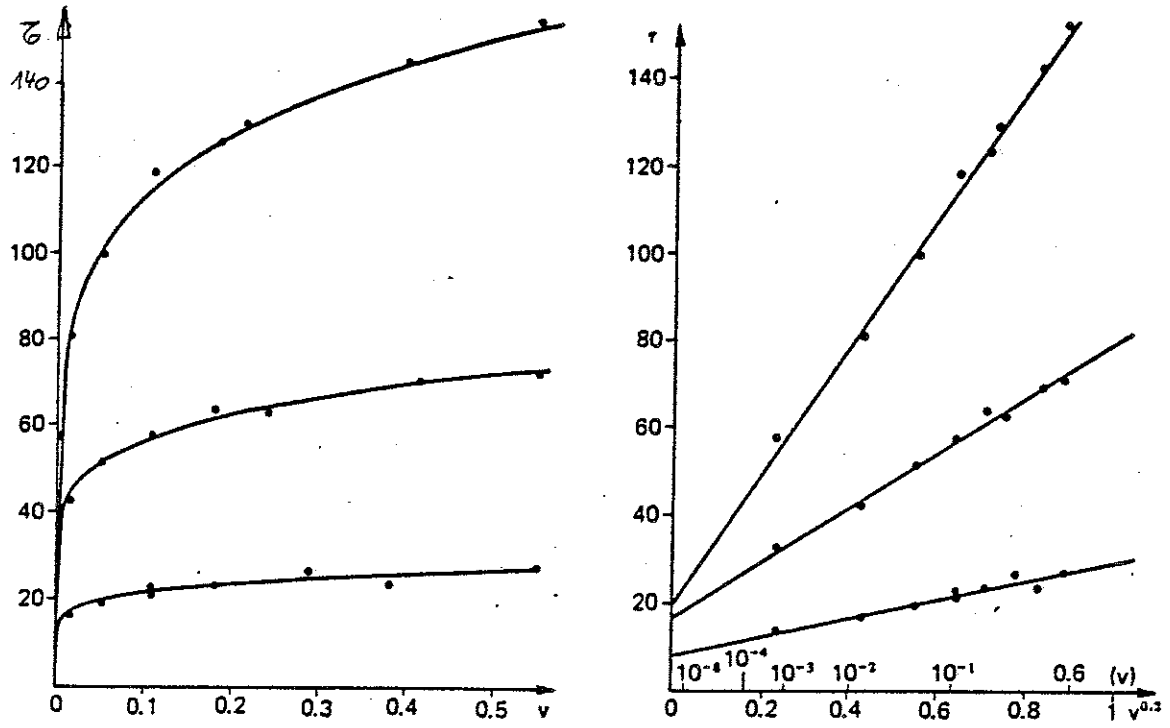
Les éprouvettes (Ø = 71.12 mm, H = 152.4 mm) de sable étaient saturées dans une cellule ne permettant pas le drainage et confinée par pression d'air. Pour mesurer la pression interstitielle au bas de l'échantillon et la force, des capteurs à haute fréquence de résonnance ont été développés. Le déplacement et les autres paramètres étaient enregistrés sur un traceur U.V. à grande vitesse. Les vitesses de déformation moyennes de l'échantillon réalisables allaient de 0.2 à 3.5 m/s pour les essais rapides, tandis que l'essai statique était effectué à une vitesse conventionnelle (supposée égale à 0). Les trois sables essayés avaient un diamètre moyen de respectivement 0.5, 0.2 et 0.1 mm. Lors des essais dynamiques, l'enregistrement de la pression interstitielle a mis en évidence la cavitation dans les sables où l'indice de vide variait de 0.5 à 0.6. Ne pouvant trouver une loi linéaire pour toute la gamme des vitesses envisagées, les auteurs ont obtenu par méthode des moindres carrés les coefficients J et N d'une loi du type :

$$Q_d = Q_s \left[1 + J \cdot v^N\right] \qquad (2.111)$$

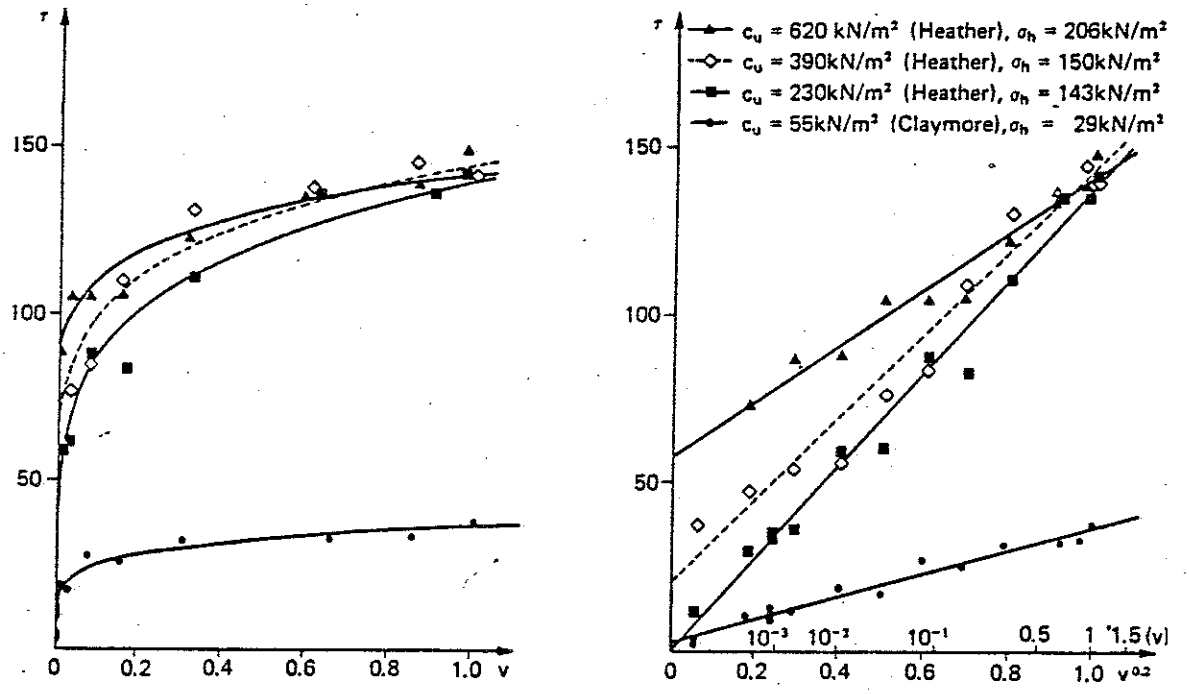
Un exemple des résultats de Q_d/Q_s en fonction de la vitesse est donné à la figure 2.22. Pour les trois types de sable, la valeur optimale de N est de 0.20 tandis que la valeur de J est corrélée avec l'angle de frottement interne effectif dans la gamme $32° \leqslant \phi' \leqslant 44°$ et l'indice de vide dans la gamme : $0.5 \leqslant e \leqslant 0.6$.

Pour les 7 argiles essayées, (hauteur d'éprouvette : H = 95.25 mm) la valeur commune optimale de l'exposant N est 0.18 tandis que la valeur de J est corrélée avec la limite de liquidité dans la gamme : $0.15 \leqslant LI \leqslant 0.45$ ou avec sa teneur en eau.

L'objectif est certainement atteint. Toutefois, on est en droit de se demander lorsque l'on regarde le diagramme de la résistance dynamique typique en fonction de la vitesse de déformation si il n'y a pas deux phénomènes : d'une part, au delà d'une certaine vitesse, une influence quasi linéaire et d'autre part entre la résistance statique et la résistance à vitesse faible l'apparition des phénomènes de cavitation. En effet, il faut noter que celle-ci n'est pas possible dans les essais statiques qui sont d'un type différent : consolidé drainé au lieu de consolidé non-drainé. On en arrive à la conclusion que la loi en puissance de la vitesse ne servirait qu'à raccorder la courbe à l'origine et tente de couvrir deux phénomènes essentiellement différents. D'autre part, la corrélation avec les propriétés courantes est louable, mais



Velocity variation tests on a clay sample c_u = 260kN/m² (Kontich); σ_h = 31.5, 87 and 184kN/m², respectively. τ in kN/m², v in m/s



. Velocity variation tests on clay samples with different shear strengths (and different applied loads). τ in kN/m², v in m/s

INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEPLACEMENT SUR LE FROTTEMENT UNITAIRE DE PLAQUES

Heerema (1979)

FIGURE 2.23

de gamme limitée non étendue par d'autres essais. Le fait que la vitesse est utilisée sous forme absolue enlève la signification intrinsèque de N et de J. La vitesse à faire intervenir est la vitesse de déformation :

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{v}{H}$$

Les gammes de $\dot{\varepsilon}_v$ dans ces essais était de 2.5 à 24 s^{-1} pour les sables et de 4 à 35 s^{-1} pour les argiles.

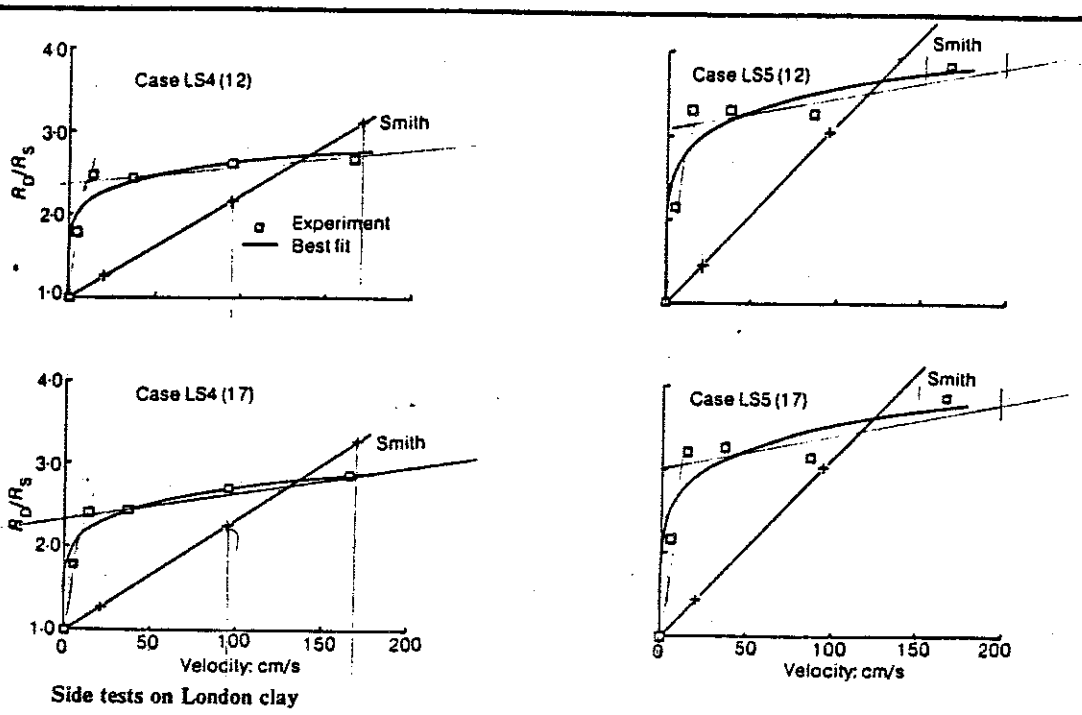
5.2.3. Essais sur modèles

En appliquant une pression normale à une plaque se mouvant en dent de scie, Heerema (1979) a analysé l'influence de la vitesse sur la friction développée. La plaque a 5 cm de large et 15 cm de haut. La vitesse qui a varié entre 7.10^{-4} et 0.6 m/s pour les essais sur le sable sec n'a montré aucune influence sur la friction à la rupture. Par contre son influence sur l'effort de rupture des argiles raides (Kontich, Heather) et molles (Claymore) s'est fortement fait sentir dans la gamme des essais ($7.810^{-7} \leq v \leq 1.04$ m/s). Un exemple des résultats de R_D/R_S en fonction de la vitesse est donné à la figure 2.23. La manière dont elle se fait sentir est analogue à l'allure observée par Gibson et Coyle. Heerema adopte la valeur de 0.2 pour le coefficient N de la formule 2.111 et ropose une corrélation entre J et la cohésion non drainée c_u :

$$J = \frac{-0.0041\ c_u + 4.44}{0.0029\ c_u - 0.32} \qquad (2.112)$$

avec c_u en KN m^{-2} et J en $s^{0.2}\ m^{0.2}$.
L'analyse de la fonction définie par 2.112 fait ressortir une valeur nulle de J pour c_u = 1083 KN m^{-2} et une valeur infinie pour c_u = 110 KN m^{2}. Les valeurs classiques de Smith peuvent être retrouvées par approximations linéaires des courbes de puissance 0.2. La gamme de vitesse de déformation concernée par ces essais est, en adoptant la demi-largeur de la plaque comme dimension caractéristique :

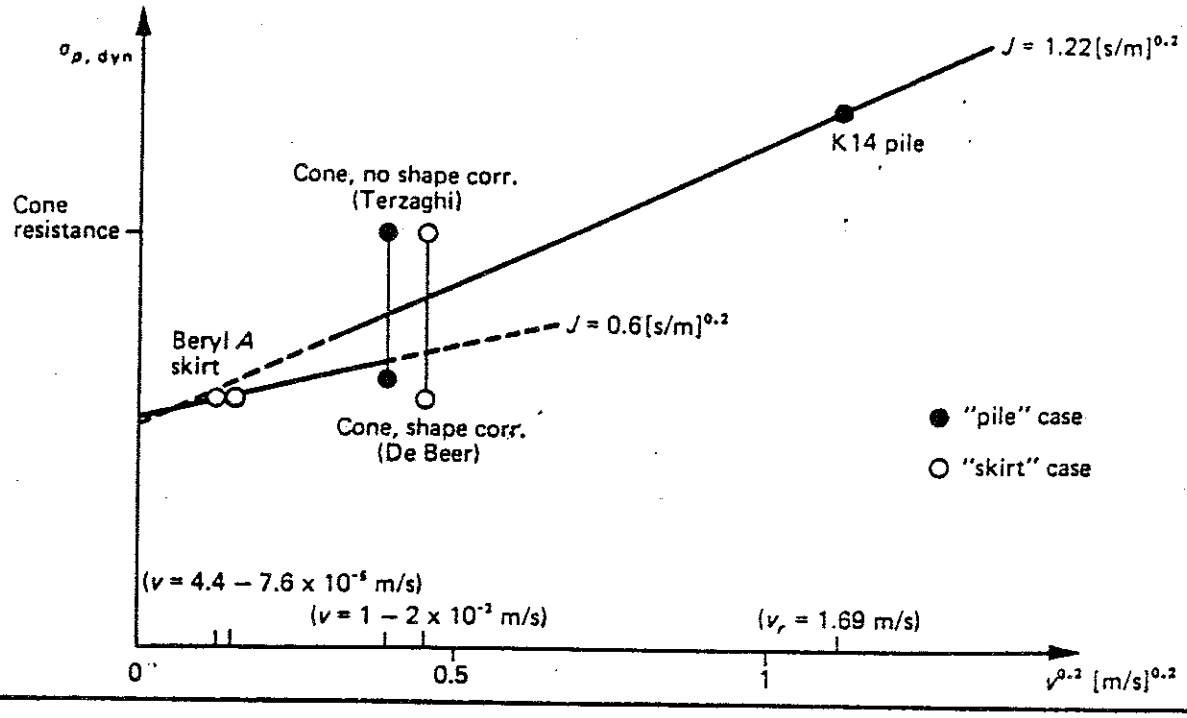
$$0.03 \leq \dot{\gamma} = \frac{v}{a} \leq 42\ s^{-1}$$



Side tests on London clay

Influence de la vitesse de pénétration sur le frottement d'un pieu miniature. Litkouhi et Poskitt (1980)

FIGURE 2.24



INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEPLACEMENT SUR LA RESISTANCE UNITAIRE A LA BASE D'UN MODELE

Heerema (1981)

FIGURE 2.25

Litkouhi et Poskitt (1980) ont réalisé des essais sur pieux miniatures de 10 mm de diamètre enfoncés de 150 à 200 mm à vitesse constante dans des échantillons non remaniés d'argile (argile de Londres, de Forties et de Magnus bien échellonnées sur l'échelle de plasticité) de 0.254 m de diamètre et de 0.254 m de haut ou remaniés et reconsolidés sous contrainte variable. Outre la vitesse, qui variait dans une plage de 0.3 mm/s (essai "statique") à 1.65 m/s, l'effort de pénétration total était mesuré. Pour séparer la résistance à la pointe, des essais ont été conduits dans les mêmes conditions mais avec une pointe de même dimension que la base des minipieux enfoncée par une tige nettement plus mince, la résistance au frottement étant déduite des deux expériences. Les auteurs ont procédé à des pénétrations dans un même échantillon et pour éviter les effets de remaniement ont limité le rapprochement des trous de perforation à 5 diamètres (5 cm). La résistance mesurée à la base est indépendante de la profondeur tandis que celle du frottement augmente de manière linéaire. Les résultats de Q_D/Q_S sont portés en graphique à la figure 2.24 qui indique encore la différence de caractère de la loi dans la zone des faibles vitesses et dans la zone des grandes vitesses. Les valeurs de N et de J de la loi 2.111 sont déterminés graphiquement dans un diagramme doublement logarithmique. En effet l'équation 2.111 peut se réécrire sous la forme :

$$\log \left(\frac{Q_D}{Q_s} - 1\right) = \log J + N \log v \qquad (2.113)$$

L'analyse des résultats suivant cette optique confirme la valeur de l'exposant N pour le frottement et pour la base autour de 0.2 pour les échantillons remaniés et reconsolidés à faible pression ($p_c \leq 200$ kN m^{-2}). Pour l'unique échantillon non remanié, la valeur de N peut s'approcher de 0.4 pour la base et de 0.6 pour le frottement. Les valeurs de J dépendent encore plus de la préparation de l'échantillon.

Pour les échantillons remaniés et reconsolidés à faible pression, si la vitesse est exprimée en cm/s, les valeurs de J oscillent de 0.20 à 0.3 $s^{-0.2} cm^{-0.2}$ tandis que pour

ceux consolidés à haute pression, ou non remaniés (c_u = 80 kN/m^2), J descend à 0.08 pour la base et 0.06 pour le frottement.
En adoptant comme dimension caractéristique des essais le rayon du pieu, la gamme des vitesses de déformation est :

$$0.06 \leqslant \frac{v}{R} \leqslant 330 \ s^{-1}$$

En dépit de certains points discutables de l'obtention des résultats (diamètre extrêmement réduit, faible espacement entre les verticales d'essai, déduction de la résistance au frottement de 2 expériences), ces résultats confirment le comportement visqueux non-linéaire du sol et le fait que les valeurs de J sont plus faibles pour le frottement que pour la base.

En utilisant une technique analogue à celle qu'il avait utilisée pour le frottement, Heerema (1981) analyse l'influence de la vitesse sur la pénétration d'une tige de forme et dimension non précisées dans un échantillon de sable soumis à contrainte initiale verticale contenu dans un cylindre de 190 mm de haut. D'après le schéma reproduisant l'installation, on peut déduire que la largeur approxiamtive de la tige est 0.4 cm. Malgré ces dimensions et l'enfoncement de la tige sur 100 mm en moyenne, l'auteur estime que le frottement dont il se fait une idée lors de l'extraction de la tige est beaucoup plus faible que la résistance à la base. Les vitesses mises en oeuvre dans cette série d'essais sur le sable provenant du champ prétrolifère de Niniam et contenant un peu de silt (ϕ' = 30°) ont varié de 2.10^{-4} à 0.16 m/s. Les résultats de la résistance à la pointe en MPa en fonction de la puissance 0.2 de la vitesse sont reproduits à la figure 2.25 p.139. En analysant les mesures faites lors de l'enfoncement d'une jupe de fondation d'une plate-forme de forage en mer (v = 5.10^{-5} m/s), des essais de pénétration (v = 2.10^{-2} m/s), et des essais de battage, Heerema en arrive à proposer la relation suivante, pour un sable dont l'angle de frottement effectif vaut 30° :

$$q_a^{dyn} = 0.55 \ q_c \ (1 + 1.3 \ v^{0.2}) \qquad (2.114)$$

où q_a^{dyn} est la résistance unitaire dite dynamique sur la surface à la base d'un pieu de forme annulaire.

q_c est la résistance au cône standard.

Pour d'autres valeurs de ϕ', (25°, 35° et 40°) le chiffre de 1.3 est remplacé par respectivement : 1.6, 1 et 0.8 $s^{0.2}$ $m^{-0.2}$.

Faisant également la synthèse des résultats disponibles pour les argiles, Heerema propose, pour un pieu de forme annulaire:

$$q_a^{dyn} = 11.5\ c_u\ (1 + J_p\ v^{0.2}) \qquad (2.115)$$

avec :

$J_p = 0.9\ s^{0.2}\ m^{-0.2}$ pour les argiles molles et/ou dont l'indice de liquidité se situe autour de 0.3

$J_p = 0.6\ s^{0.2}\ m^{-02}$ pour les argiles consistantes et/ou dont l'indice de liquidité se situe autour de 0.15.

$J_p = 0.3\ s^{0.2}\ m^{-02}$ pour les argiles raides et/ou dont dont l'indice de liquidité est proche de 0.

Moyennant l'introduction d'un facteur de forme égal à 1.3 pour tenir compte d'une section circulaire, les formules 2.114 et 2.115 sont d'un usage très pratique dès qu'un essai de pénétration est disponible. Il est cependant étonnant de constater la plus forte dépendance de la résistance dynamique des sables que celle des argiles, ce qui va à l'encontre des expériences précédentes. En particulier, compte tenu que q_c est obtenu pour une vitesse de 2 cm/s, la formule suivante adaptée de 2.114 donne pour la résistance véritablement statique q_s (v = 0 cm/s):

$$\frac{q_s}{q_c} = 0.55 \times 1.3 \times \frac{1}{1 + 1.3\ (0.02)^{0.2}} = 0.45$$

Pour une argile raide telle que celle de Boom à Kontich (De Beer et al (1977)) possèdant une valeur de c_u = 100 - 200 kN/m^2 et un indice de liquidité de :

$LI = \frac{22 \text{ à } 31 - 27}{84 - 27}$ proche de zéro

on obtiendrait :

$$\frac{q_s}{q_c} = \frac{1}{1 + 0.3\ (0.02)^{0.2}} = 0.88$$

Cette valeur n'est pas en contradiction avec les essais de relaxation réalisés dans cette argile avec le pénétromètre électrique si l'on tient compte que la décroissance rapide observée juste après retrait de la force d'enfoncement, est le résultat de l'inversion des contraintes de cisaillement le long du train de tige et est à imputer aux déformations qui en ont suivi.

5.3. Raideur du sol à grande vitesse de déformation

Peu d'expériences ont été poussées en vue de donner la relation contrainte-déformation à grande vitesse de chargement. En ce domaine également, la pression d'eau, le degré de saturation, les conditions de drainage, la perméabilité et le mode de déformation influencent les résultats.

Pour un essai triaxial, (Whitman (1954)) on note un raidissement du sable saturé en raison de l'augmentation plus rapide du déviateur suite à une augmentation plus modérée de la pression interstitielle pour les essais rapides. Dans le cas du sable sec ou partiellement saturé, aucune différence sensible n'est rapportée. Les vitesses de déformation allaient de 10^{-3} à 10 s^{-1}.

Pour un essai de type oedométrique sur des sables "relativement secs" (Jackson, Ehrgott et Rohani (1980)), le module oedométrique ne semble pas être affecté par la vitesse de mise en charge, pour autant qu'elle ne dépasse pas 10 MPa/ms. L'échantillon de sol testé a un diamètre de 95,6 mm et une hauteur de 12,7 mm et son module oedométrique est de l'ordre de 1000 MPa. Les 3 vitesses de déformation uniaxiale étaient de 2.10^{-3} (statique), 5 (dynamique), et 100 s^{-1} (explosion). On ne remarque pas de modification du module entre les expériences conduites aux deux premières vitesses de déformation. Par contre, pour la très haute vitesse, le module peut être déculpé, sa variation en est précisée par des essais supplémentaires réalisés entre ces deux vitesses extrêmes. En dépit de la proposition d'un modèle rhéologique à 3 éléments de Kolsky, les auteurs admettent ne pas bien comprendre fondamentalement le mécanisme régissant la dépendance du module vis-à-vis de la vitesse.

5.4. Expériences ballistiques

5.4.1. Pendule ballistique

La détermination de la résistance à "vitesse constante" (Screwvala et Khera (1979)) peut être effectuée au moyen d'un pendule ballistique. L'échantillon d'argile parrallélipédique (13 x 13 x 25 mm) est solidaire d'un pendule initialement à l'arrêt et est écrasé par un autre pendule, lâché d'une certaine hauteur. Par la mesure de l'accélération du pendule solidaire de l'échantillon et la connaissance de sa masse, on obtient directement la force régnant dans l'échantillon durant l'impact. De la considération de l'équilibre dynamique des deux masses, on déduit la déformation de l'échantillon au départ de la mesure de l'accélération du pendule solidaire de l'échantillon et à l'intervention d'une double intégration. Le sol essayé par les auteurs est une argile artificiellement consolidée (illite du nom commercial de "Grandite") et possèdant un caractère anisotrope marqué. Les conclusions tirées des essais réalisés avec des vitesses de déformation de 14 à 23 s^{-1} sont: la dépendance de la résistance et du module de déformation par rapport à la vitesse. Le module de déformation semble cependant être plus faible pour les échantillons dont la vitesse de déformation est perpendiculaire au plan préférentiel d'orientation des plaquettes d'argile.

5.4.2. Projectile à faible vitesse dans le sable

En dessous de 10 m/s les projectiles sont dits à faible vitesse et nombre d'études visent à déterminer leur profondeur de pénétration dans le terrain. Wang (1971) a réalisé dans le sable d'Ottawa des essais de pénétration statique et en chute libre d'objets de forme cylindrique. L'équation du mouvement d'un projectile en train de pénétrer un milieu est :

$$M \frac{\partial v}{\partial t} = R\,(v) \qquad (2.116)$$

où : M est la masse du projectile
v sa vitesse instantanée
R(v) la résistance à la pénétration, supposée traditionnellement dépendre de la vitesse instantanée.

Dans un milieu comme le sable, R(v) peut être scindé en plusieurs termes et l'équation 2.116 réécrite par rapport à la coordonnée de profondeur z :

$$d\left(\frac{1}{2} Mv^2\right) = D'Adzv^2 + \rho Adz\ f.\ v^2 + (a + cz)\ dz \qquad (2.117)$$

dans laquelle le premier terme représente l'énergie absorbée par la pulvérisation des grains

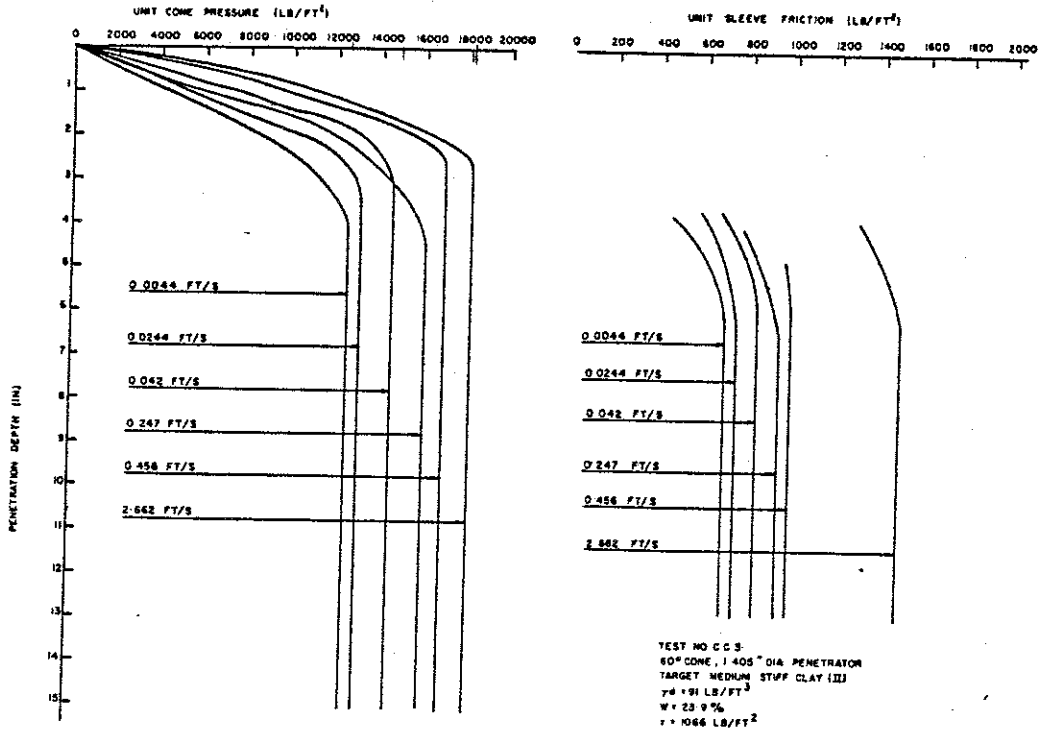
le second terme représente l'énergie communiquée à une masse ρAdz de sol

le troisième terme représente l'énergie nécessaire à vaincre la résistance du sol dont la forme en fonction de la profondeur a été simplifiée par l'expression a + cz.

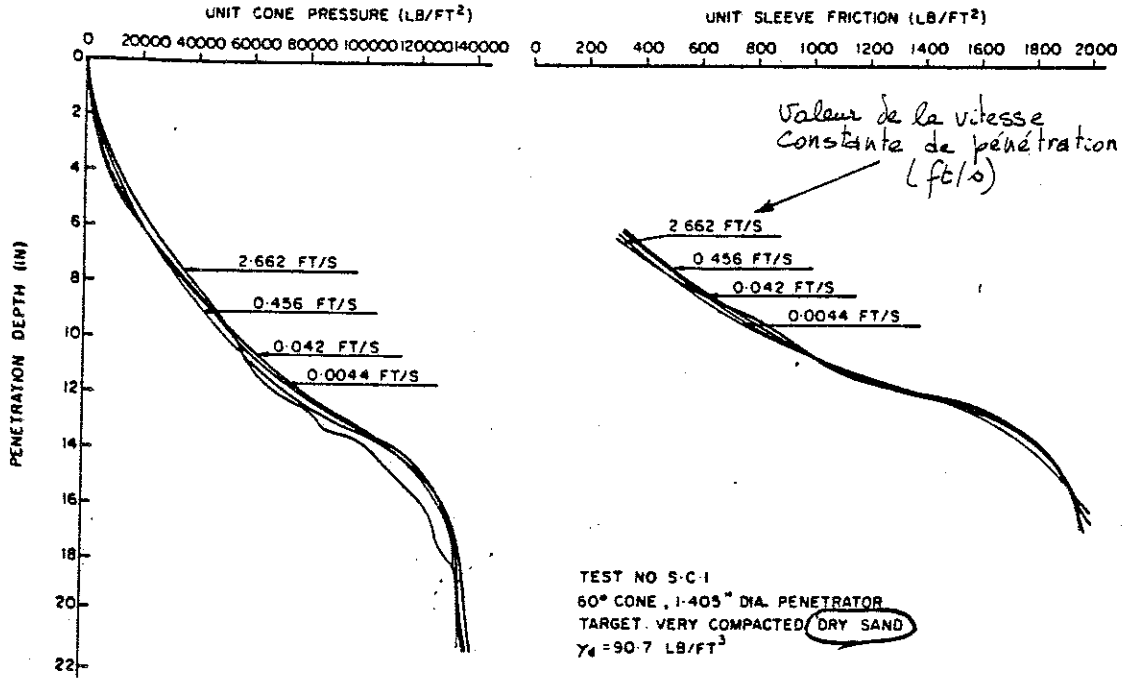
Les valeurs des paramètres D', a et c se déterminent expérimentalement. A est la secion du projectile et f = 1+e' avec e' : coefficient de restitution projectile-sol. En négligeant l'énergie de pulvérisation et en faisant e' = o, Wang trouve une expression générale de la profondeur de pénétration en fonction de la vitesse d'impact, de la masse du projectile, de ρA, ainsi que de a et c. a et c sont déterminés par la pénétration statique pour différentes valeurs de la densité du sable sec et les essais à chute libre ont amené la vitesse d'impact dans la gamme de 3 à 7.5 m/s. Pour le sable compact (indice des vides e = 0.49) les résultats se corrèlent avec les valeurs de la résistance déterminée statiquement, tandis que pour le sable lâche (e = 0.66) un terme supplémentaire doit être introduit pour tenir compte de la mise en compression de l'air emprisonné dans la zone soumise à compaction. Cette correction est estimée par la loi de Boyle et par considérations sur des volumes de sol et de dissipation de pression. On conclut de ces essais que la résitance à la pénétration des sables n'est pas intrinsèquement affectée par la vitesse, mais que les termes d'inertie et de phase non-solide doivent être introduits pour estimer une pénétration dynamique. En adoptant pour dimension caractéristique du problème, le rayon du corps cylindrique (9.5, 19 et 25.4 mm), les vitesses de déformation lors de ces expériences allaient de 118 à 790 s^{-1}. La pénétration statique ayant été effectuée par lestage, on peut considérer la vitesse comme quasi-nulle.

5.4.3 Essai de pénétration cinétique

Dayal et Allen (1973, 1974) ont mis au point une technique de pénétration à grande vitesse de l'appareil électrique standard utilisé pour les C.P.T. tests.
Outre la mesure de la résistance au cône et le long du manchon de frottement, un accéléromètre piézorésistif donne la "signature" en termes de ballistique. Une tige munie de son cône, d'une boîte d'enregistrement et lestée d'un poids approprié est lâchée en chute libre. Après récupération du projectile immobilisé, les données en fonction du temps sont visualisées et interprétées en fonction de la profondeur. En 1973 des essais furent réalisés dans divers types de sols (sables graveleux, poudre d'argile, sables secs et boue) à des vitesses d'impact comprises entre 5.22 et 5.64 m/s. En terme de vitesse de déformation par rapport au rayon du cône de pénétration, cela représente de l'ordre de 400 s^{-1} jusqu'à zéro, puisque le pénétromètre se décélère continuellement jusqu'au refus. Pour cette gamme de vitesse, l'indice de frottement ne change pas, ce qui tend à démontrer que le mécanisme de rupture est identique à celui qui prévaut en rupture statique. En 1974, le dispositif fut modifié pour permettre la pénétration à vitesse constante par des moyens pneumatiques. Les 2 types de sols utilisés dans des containers de laboratoire y sont mieux définis (limon argileux, w_L = 37 %, w_p = 21 % et sable moyen à fin à granulométrie uniforme). Les essais préliminaires ont montré qu'il était possible d'effectuer jusqu'à 5 tests reproductibles dans l'échantillon cylindrique de 61 cm de haut et de 46 cm de diamètre. Le limon argileux était compacté avec 4 méthodes : suivant l'énergie de compactage et la teneur en eau. Le sable était soit dense, soit lâche. Après une pénétration de l'odre de 4 diamètres, la résistance à grande vitesse devenait constante et pouvait être comparée à la résistance statique sous la profondeur critique. Les tendances de la variation de la profondeur critique en condition dynamique ne peuvent pas être clairement dégagées. Les diagrammes de pénétration cinématique sont donnés à la figure 2.26 dans le cas de l'argile de moyenne consistance et dans le cas du sable sec. Pour interpréter les résultats, les auteurs adoptent la loi donnée par Peck (1962) basée sur la synthèse d'essais sur les argiles :



(a)



(b)

ESSAIS DE PENETRATION CINETIQUES -Dayal et al (1974)

(a) Cas d'une argile de consistance moyenne

(b) Cas du sable compact sec

FIGURE 2.26

$$\frac{c_u^d - c_u}{c_u} = 0.1 \log \frac{\dot{\varepsilon}^d}{\dot{\varepsilon}} \qquad (2.117.a)$$

avec :

c_u^d cohésion non drainée à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}^d$

c_u cohésion non drainée à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$

Ayant constaté en 1973 que le mécanisme de rupture était semblable en statique et en dynamique, les auteurs remplacent $\dot{\varepsilon}^d/\dot{\varepsilon}$ par v/v_s où v_s est la vitesse "standard" de détermination de la propriété dite "statique" et généralisant la formule pour le CPT :

$$\frac{q_c^d - q_c}{q_c} = K_L . \log \left(\frac{v}{v_s}\right), \qquad (2.118)$$

les valeurs de K_L, "coefficient de viscosité du sol" (sans unités) pouvant être données pour plusieurs consistances du limon argileux. Les valeurs de K_L pour la pointe valent de 1.5 pour c_u = 3.2 kN/m^2 jusqu'à 0.03 pour c_u = 82 kN/m^2 en utilisant v_s = 0.0013 m/s et sont valables jusqu'à 0.8 m/s. Au delà, (v jusqu'à 5.4 m/s) une autre valeur de K_L doit être adoptée. En ce qui concerne le frottement, les valeurs de K_L sont aussi données pour deux plages de vitesses ($v < 0.15$ m/s et $v \geq 0.3$ m/s). Cependant le degré de saturation des argiles n'est pas précisé. Nous concluons que la viscosité des sols cohérents est hautement non-linéaire mais que pour le sable sec, par contre, aucun effet de la vitesse n'est constaté.

Utilisant le même schéma et la même technique, Dayal, Allen et Reddy (1980), développent un modèle de pénétration de projectile à faible vitesse ($4 \leq v \leq 6$ m/s) dans une argile de 3 consistances dont ils laissent le soin au lecteur de déterminer le degré de saturation (70, 80 et 90 % environ). Ils émettent l'hypothèse du matériau plastique incompressible pour imaginer un schéma d'expulsion d'une zone annulaire autour du cylindre pénétrant. Pour la résistance à la base, la formule de Meyerhof est utilisée avec :

$\phi = 0$ et $c_u^d = c_u (1 + K_L . \log v/v_s)$. L'équation différentielle obtenue par la considération de l'équilibre vertical est non-linéaire et résolue dans chaque cas particulier par intégration numérique suivant la méthode de Runge-Kutta. Pour rendre plus aisée leur interprétation de la cohésion à partir de la profondeur de pénétration, ils simplifient en posant $c = c_u^d + Kv$. Les valeurs de K sont obtenues dans la gamme de vitesse considérée autour de v par :

$$K = \left(\frac{c_u}{v}\right) K_L \log \left(\frac{v}{v_s}\right) \qquad (2.119)$$

Les valeurs de K/c_u obtenues sont comprises entre 0.1 et 0.15 $s\,m^{-1}$. Nous retirons comme impression de ces travaux que la loi en logarithme n'est pas particulièrement adaptée à représenter la viscosité non-linéaire du sol car il faut adapter la valeur de K_L à la gamme de vitesse considérée. D'autre part, la formule 2.117 ne peut tenir que si l'on a bien conscience du caractère conventionnel de la détermination de c_u; elle n'est pas généralisable ou transposable directement si l'on se réfère à une autre valeur de v_s. La valeur de K_L dépend donc de v_s qui dans l'étude a été prise comme la vitesse la plus faible des essais de pénétration ($1.3\ 10^{-3}$ m/s). Il est regrettable de constater que cette excellente idée du pénétromètre cinétique n'a pas été interprétée dans l'optique de la mécanique des sols mais bien dans l'optique du résultat direct qui a motivé l'initiative : la profondeur atteinte par un projectile.

On peut considérer que si cet essai pouvait être utilisé lors de nouvelles études, la mesure de la pression interstitielle au piezocone serait un élément qui gagnerait à être investigué.

5.4.4. Projectiles à grande vitesse

Les obus rapides et missiles devant pénétrer le sol sur une épaisseur suffisante pour atteindre leur objectif peuvent être animés de vitesses d'impact considérables : de 100 à 600 m/s. Certains phénomènes observés sont dûs à cette grande vitesse : frottement latéral négligeable, formation de cratère, cavitation à l'arrière du projectile. Une différence géométrique importante existe entre un obus et un pieu : c'est la forme de la base ou la pointe. En dépit de ces différences, certains enseignements peuvent être tirés de ce cas extrême analysé par de nombreux auteurs : Yew et Stirbis (1978), Yankelevsky et Adin (1980), Yankelevsky (1982).

La plupart des modèles de résistance proposés font appel à l'analogie avec l'expansion de cavités. Goodier (1961) a considéré l'expansion dynamique d'une cavité sphérique, que d'autres ont raffiné pour tenir compte de la compressibilité de sol tandis que Norwood (1974) a considéré l'expansion d'une cavité cylindrique. Bien que des études par différences finies à 2 dimensions aient un certain succès (Thiypen (1974)), certains auteurs sont toujours à la recherche de schémas plus simples faisant intervenir certains modèles unidimensionnels de pénétration. Dans celui proposé par Yew

et Stirbis (1978), une série de cavités sphériques naissent à chaque moment de la pénétration de la pointe du projectile; leur croissance est déterminée par la condition de tangeance à la surface de la pointe du projectile. Dans celui proposé par Yankelevsky et Adin (1980), le sol est remplacé par une série de disques indépendants dans lesquels l'expansion de la cavité est liée à la pénétration de la force à chaque instant.

Dans le premier cas (cavités sphériques), ces hypothèses conduisent à des expressions donnant la résistance à la base du type :

$$q_d = q_s + 2\,\rho\,\sin^2\alpha\,(B_1\,z\ddot{z} + 2\,B_2\,\dot{z}^2) \qquad (2.120)$$

avec z = profondeur atteinte par la point du projectile
ρ = masse volumique du sol (variable)

pour un projectile de forme cônique dont l'ouverture vaut 2α. B_1 et B_2 sont des constantes à déterminer. Cette expression peut être adaptée au cas où le pieu est profondément enfouit dans une couche et en considérant l'ouverture provoqué par le cône de sol dont l'angle par rapport à l'axe vaut $\alpha=\pi/4 - \phi/2$ et en limitant l'ouverture des cavités sphériques au diamètre du pieu :

$$\frac{q_d}{q_s} - 1 = 4\,\rho\,\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left[B_1\,\ddot{z}\,\frac{z_o}{3} + B_2\,\dot{z}^2\right] \qquad (2.121)$$

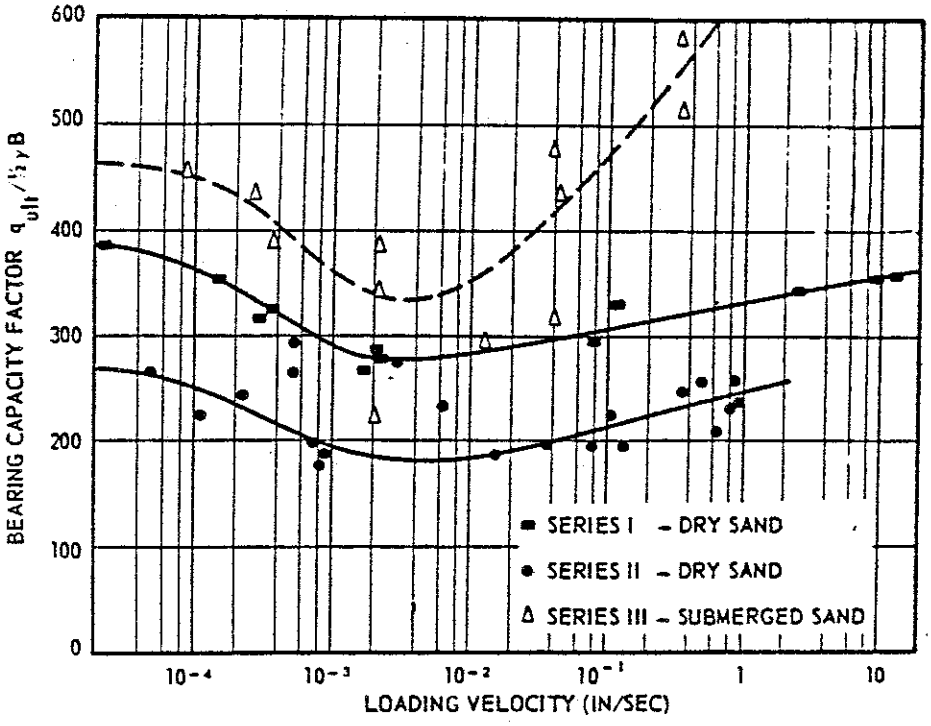
avec :

$$z_o = \frac{\emptyset}{2\,\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)}$$

avec $\emptyset$: diamètre du projectile.

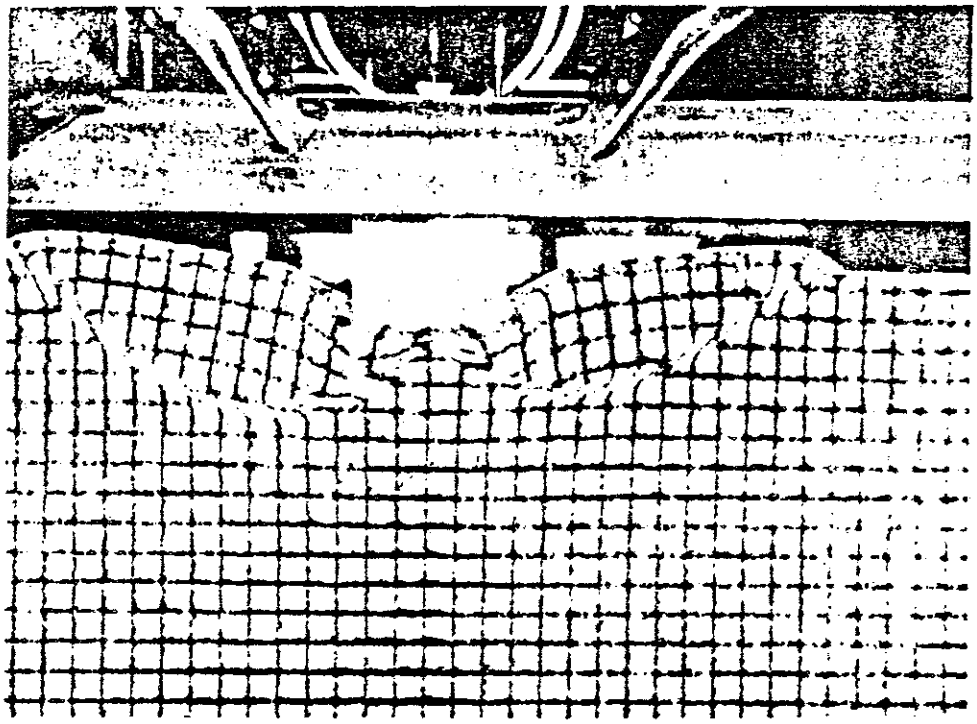
On peut constater que cette formule ne fait intervenir que l'effet de masse, puisque si l'on pose $\rho = o$, aucun terme de résistance supplémentaire n'est reconnu. Cependant, comme aucun essai n'a été effectué sur des milieux non pesants, la forme de l'équation peut inclure des termes autres que ceux dûs purement à l'inertie. Il faut également noter l'effet d'échelle par l'intermédiaire de z_o.

Dans le cas des disques superposés, l'équation donnant la pression latérale dynamique d'expansion p(t) en fonction du temps est :



Facteur de portance de fondations superficielles en fonction de la vitesse de mise en charge selon Vésič (1965)

FIGURE 2.27



MECANISMES DE RUPTURE - Selig et Mac Kee (1961)

(a) Essai statique

FIGURE 2.28

s'accompagne de la création de pressions interstitielles. L'inertie des masses qu'il faudrait mouvoir pour respecter le cisaillement généralisé a une action semblable à celle de l'encastrement de la semelle en profondeur, ce qui explique le type de mécanisme de rupture.

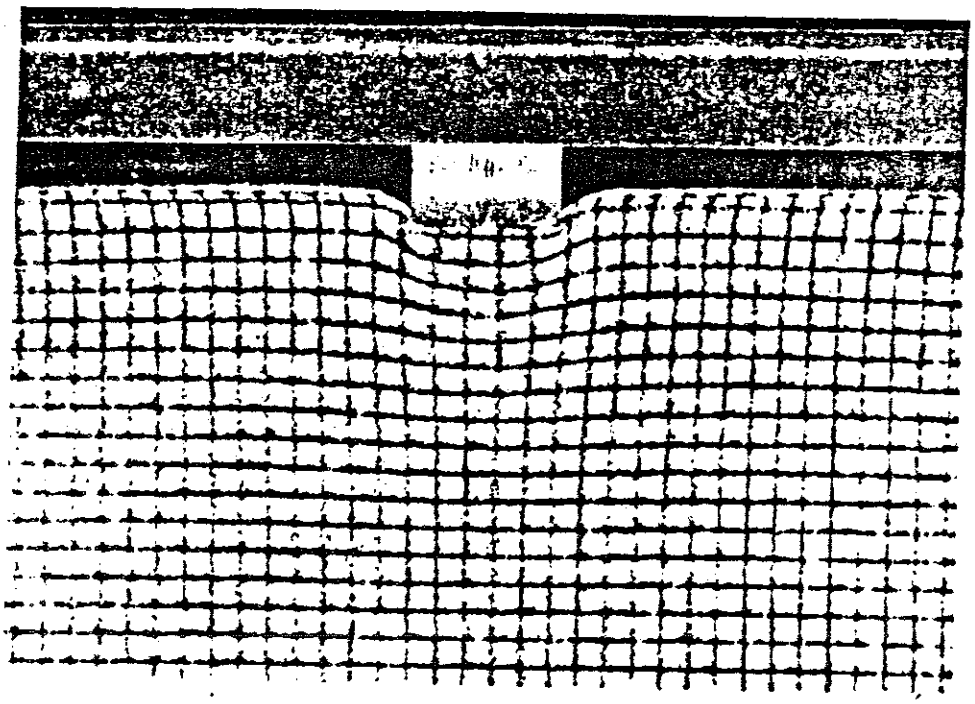
Des essais réalisés par Selig et Mc.Kee (1961) avaient déjà mis en évidence les mêmes phénomènes, mais de manière qualitative. La mise en charge dynamique s'effectuait avec un poids lâché d'une certaine hauteur et l'enfoncement final était mesuré. Hormis cette donnée quantitative, les observations sur les surfaces de rupture sont établies sur l'aspect du sable de Ottawa en surface après rupture et d'autre part sur les mouvements photographiés en profondeur grâce à un appareil à rouleaux (Appelé en France et en Belgique appareil de Schneebeli). La déformation ou les déplacements ressortent de l'analyse visuelle du quadrillage dessiné avant la mise en charge. Dans la mise en charge statique, une rupture généralisée à la Prandt modifiée par Terzaghi est observée (photo 2.28.a sable compact) tandis que dans la mise en charge dynamique, le champ de déplacement est plus diffus (fig. 2.28.b). Après plusieurs coups (fig. 2.28.c), certaines surfaces de glissement sont observables, bien que la déformée de la surface soit progressive. On note également la formation d'une zone hémi-cylindrique sous la fondation, qui semble se conserver de coup en coup.

Pour les fondations superficielles dans l'argile, Vesic (1973) résume les expériences disponibles en constatant que la variation de capacité portante n'est que positive sous l'influence de la vitesse. Dans ce cas, il est permis d'affecter la charge de rupture d'un facteur de majoration dépendant uniquement de la vitesse de déformation.

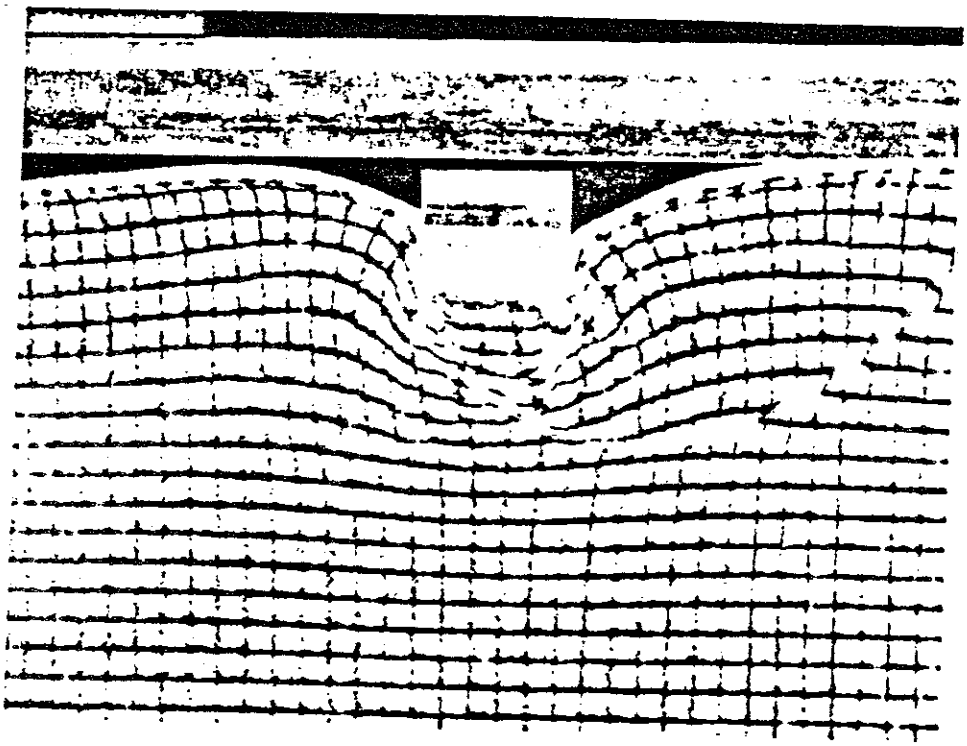
5.6 Résumé des lois déduites des expériences

Devant la diversité des approches, il nous semble indispensable d'établir un tableau résumé comparatif pour tenter de dégager une conclusion générale. Dans le tableau de la page 156 sont repris les éléments suivants :

- L'origine et l'année de la publication.
- La loi utilisée pour introduire l'effet de vitesse.
- Le domaine d'application visé et le type d'expérience mise en jeu.



(b) —DYNAMIC TEST OF 3-IN. FOOTING



(c) —DYNAMIC TEST OF 3-IN. FOOTING, THIRD DROP

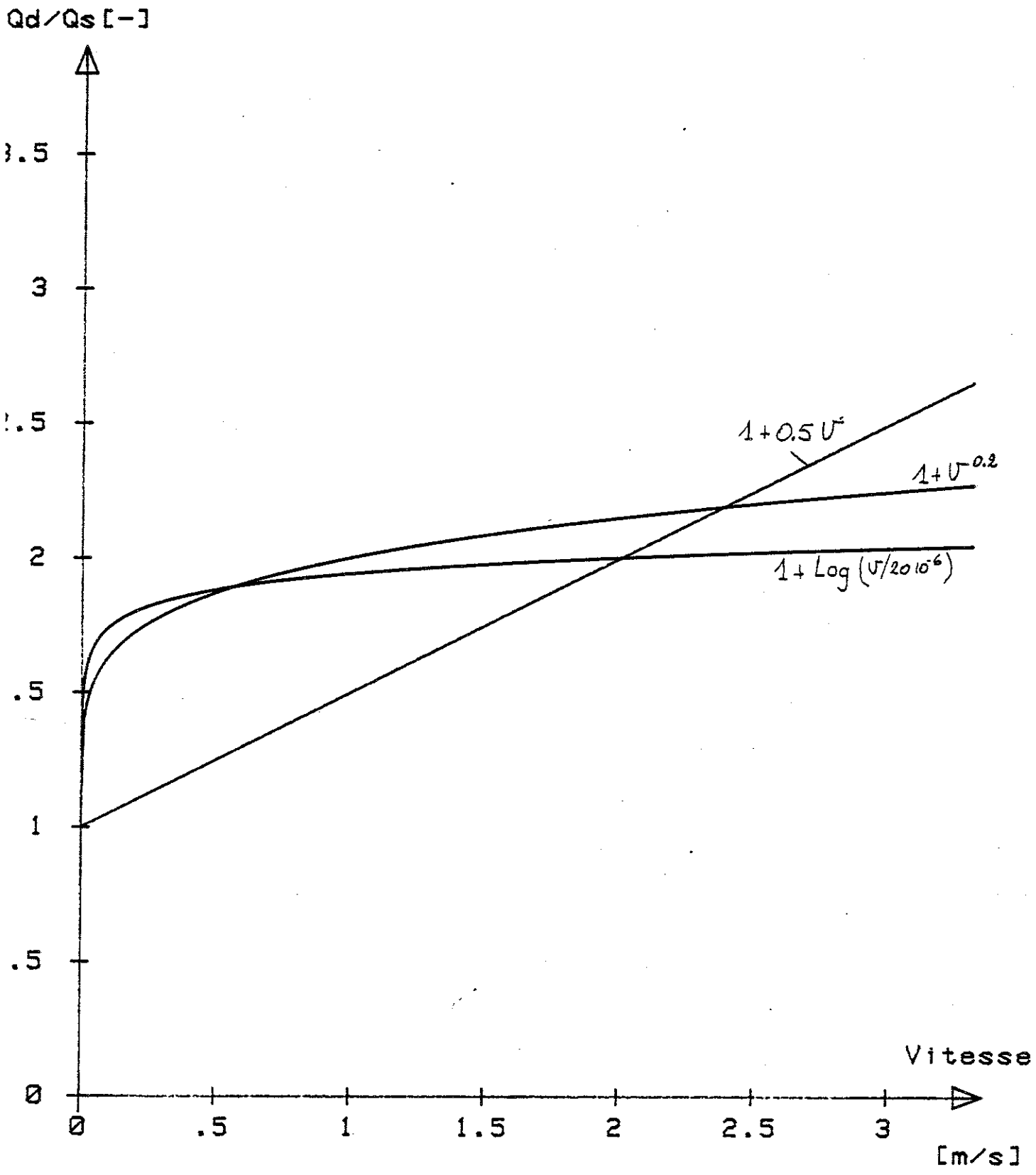
MECANISMES DE RUPTURE - Selig et Mac Kee (1961)

(b) Essai dynamique (1er coup)

(c) Essai dynamique (3eme coup)

FIGURE 2.28

ORIGINE (année)	LOI	APPLICATION/ESSAIS	DIMENSION CARACTERISTIQUE (m)	VITESSE m/s	VITESSE Dimension caractéristique s^{-1} que	λ s^{-1}	VITESSE DE REFERENCE m/s	SABLE	ARGILE
Smith (1960)	$Q_d = Q_s(1+Jv)$ $= Q_s + Q_s^u J.v$	battage pieux	0.1 – 0.3	2–10	5 – 100	100–500	10^{-5}–10^{-7}	Base : $J_b = .49 sm^{-1}$ Frottement : $J_f = 1.68 sm^{-1}$	$J_b = 0.033\ sm^{-1}$ $J_f = 0.67\ sm^{-1}$
Case (1975)	$Q_d = Q_s + LI_c v$	battage pieux 0.5–3	0.1 – 0.3	2–10	5 – 100	100–500	10^{-5}–10^{-7}	Global : $J_c = 0$–0.5	$J_c = 0.5 - 2$
Gibson (1975)	$Q_d = Q_s (1 + J_v^N)$	battage pieux essais triaxiaux	0.035	0.2–3/5	3 – 30	(20) ?	210^{-5}	Saturé: N = 0.2 J = 0.5–1.3 $s^{0.2} m^{-0.2}$ fonction de $\phi\downarrow$ et $e\downarrow$	N = 0.18 J = 0.6–1.5 $s^{0.2}\ m^{-0.2}$ fonction de LI ↑
Heerema (1979)	$Q_d = Q_s(1+J.v^{0.2})$	battage pieux offshore essais de cisaillement	0.025	7.10^{-4} – 0.6	.028–24	?	7.10^{-4}	(sec ?) $J_f = 0$	$Cu = 55 - 620$ kla $J_f = 2\text{–}10\ s^{0.2} m^{-0.2}$ pour argiles raides $J_f = 20\text{–}50\ s^{0.2} m^{0.2}$ pour argiles molles
				8.10^{-7} – 1	3.210^{-5} – 40	?	8.10^{-7}		
Litkouhi et Poskitt (1980)	$Q_d = Q_s (1 + J.v^N)$	battage – cone de pénétration miniature	0.005	3.10^{-4}–1.65	0.06 – 330	?	3.10^{-4}		N ≅ 0.2 $J_b < J_f$ J ≅ 0.02 – 0.10 $s^{0.2} m^{-0.2}$ pour les argiles, J↓ avec Cu↑
Heerema (1981)	$Q_d = \alpha\ Q_s (1 + J_v^{0.2})$	essais de cisaillement	0.025	2.10^{-4} – 0.16	.008–6.4	?	2.10^{-2}	(Sec?) $J_p = 1.3$ (ϕ'30°) $Q_s\alpha = 0.55\ q_c$	$I_p = 0.3 + 3$ LI ($s^{0.2} m^{-0.2}$)
Bea (1982)	$Q_d = Q_s(F_1 + F_2 \log \frac{\lambda}{\lambda_s})$	pieux offshore	0.18	4.10^{-3}	0.023	0.1	(4.10^{-7})		$F_1 = 0.75$–1 $F_2 = 0.1$ – 0.2
Wang (1961)	$Q_d = Q_s' + a\ v^2$	ballistique basse vitesse	0.0095–0.025	3 – 7.5	118–790	?		compact: $Q'_s = Q_s$ lâche : $Q'_s \gg Q_s$	
Dayal + Allen (1978)	$Q_d = Q_s(1 + K_L . \log \frac{v}{v_s})$	ballistique basse vitesse	0.018	0.15–6	10 – 400	?	1.3 10^{-0}	sec $K_L < 0$.	$K_{Lb} = 0.03 - 1.5\ \Xi$ avec Cu ↑ $K_{Lf} = 0.17 - 0.38$ v ∫ 0.15 m/s $= 0.38 - 0.93$ v ∫ 0.3 m/s
Yew + Stirbis (1978)	$Q_d = Q_s' + A\ z\phi + Bv^2$	ballistique haute vitesse	0.104–0.114	174 – 212	1673–1860	?	?	$Q'_s = Q_s$	A et B déterminé expérimentalement
Yankelevsky + Adin (1980)	$Q_d = Q_s' + Az\phi + B\ v^2$	ballistique haute vitesse	0.083 – 0.102	152 –610	1840–6000	?	?	A et B déduits de ϕ, c', compressibilité du terrain et de la forme du projectile	
Vesic (1965)	Graphique	fondations superficielles	0.052	$2.5\ 10^{-7}$ – 0.25	$4.8\ 10^{-6}$–4.8	20– 2.10^{-4}	$2.5\ 10^{-7}$	influence plus marquée pour les sables saturés.	



TYPES DE LOIS DE VARIATION RELATIVE DE LA RESISTANCE DYNAMIQUE AVEC LA VITESSE (échelle linéaire)

FIGURE 2.29

- La dimension caractéristique de l'essai (le rayon dans le cas de pieu circulaire).
- La gamme des vitesses mises en oeuvre.
- La vitesse adimensionnelle de déformation, obtenue par division de la vitesse par la dimension caractéristique.
- La vitesse de mise en charge, ou à défaut, l'inverse du temps de charge jusqu'à rupture.
- La vitesse de référence pour la définition de la résistance statique.
- Les valeurs numériques des coefficients déduits dans chaque cas en fonction du type de sol et pour le problème visé (base - frottement).

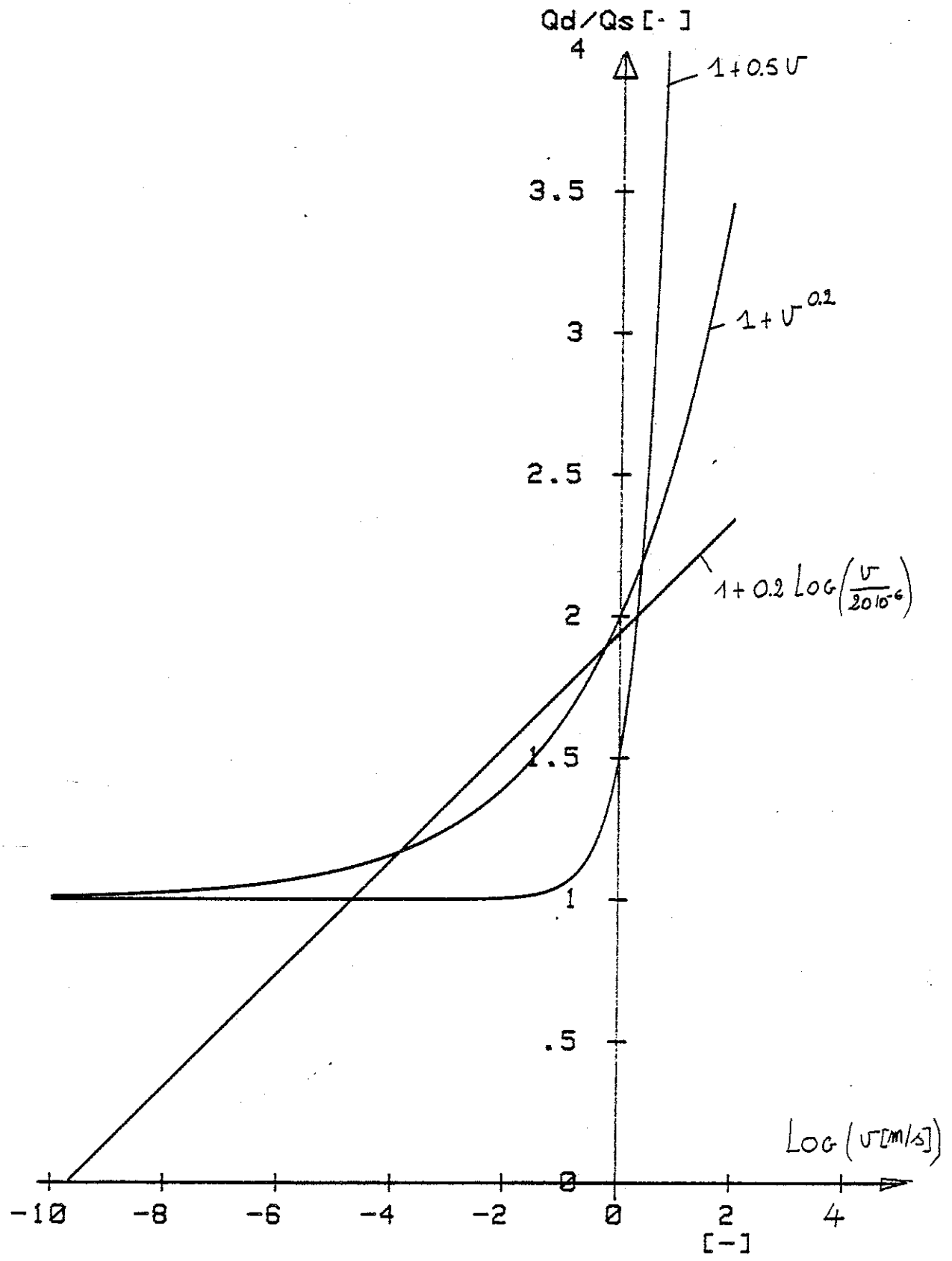
Hormis les problèmes de fluage, qui sont un problème à part, la gamme des vitesses adimensionnelles de déformation est énorme : de 510^{-6} pour les expériences de Vésic jusqu'à 6000 pour les expériences ballistiques à grande vitesse : la plage s'étend sur 9 ordres de grandeur.

Pour les grandes vitesses de projectiles ($\dot{\varepsilon} \geqslant 1000\ s^{-1}$ les termes importants sont liés à la décélération et à la vitesse. Lorsque $100 \leqslant \dot{\varepsilon} \leqslant 400$, il semble que le terme d'accélération puisse être laissé tomber. Pour ces deux premières situations, la résistance du terrain est relativement faible et l'hypothèse de son égalité avec la résistance statique n'est pas dommageable.

Pour les projectiles à faible vitesse jusqu'aux essais de battage et de leur reproduction en laboratoire ($0.04 \leqslant \dot{\varepsilon} \leqslant 400$), 4 types de lois se dégagent pour exprimer le terme supplémentaire à la résistance statique :

- viscosité linéaire de Smith : $Q_s\ Jv$
- viscosité en exposant, généralement proche de 0.2 : $Q_s.Jv^{0.2}$
- viscosité en logarithme : $Q_s \log \lambda/\lambda_S$
- viscosité linéaire, sans référence au terrain : $I.J_c.v.$

La dernière est particulière dans le sens où la résistance statique du terrain n'apparaît pas directement. Les deux premières donnent un terme toujours positif, s'annulant pour $v = o$, tandis que la troisième peut donner une valeur négative lorsque $\lambda \leqslant \lambda_S$. Cette dernière observation démontre l'importance qu'il y a à définir avec exactitude la vitesse de référence qui sert à déterminer la résistance statique.



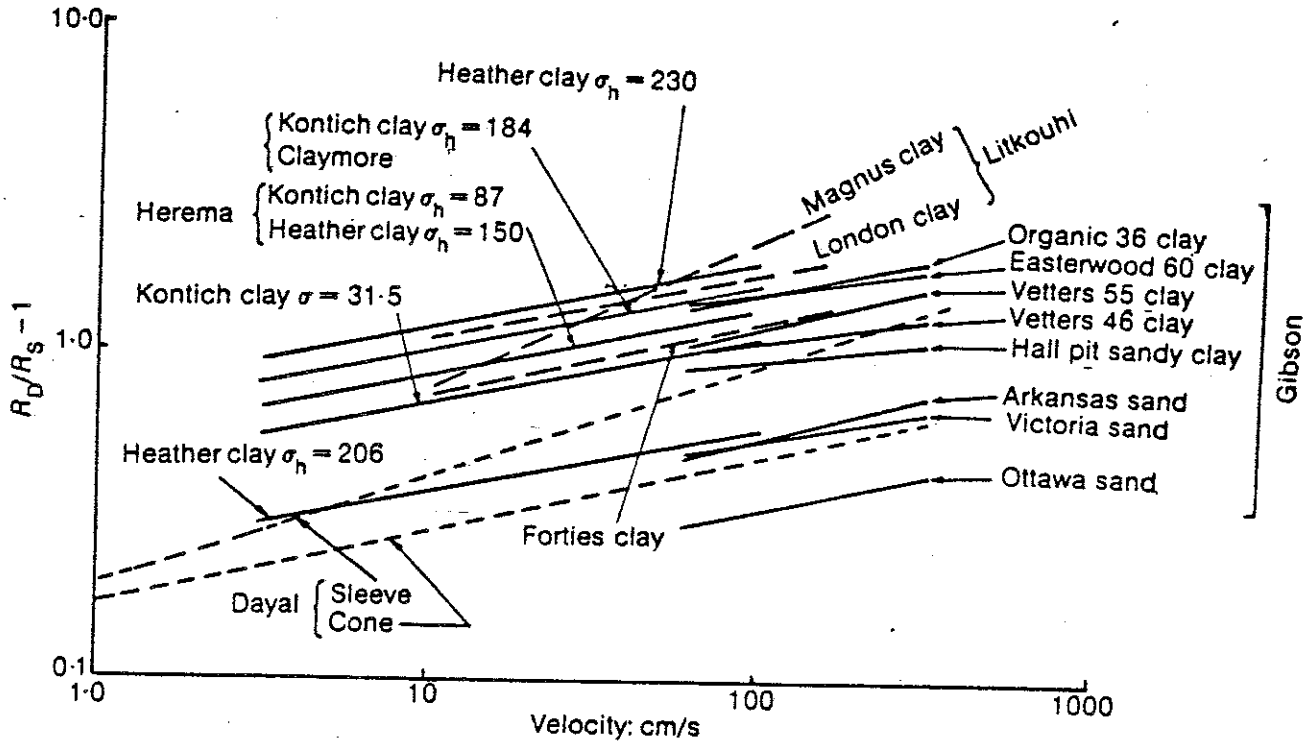
TYPES DE LOIS DE VARIATION DE LA RESISTANCE DYNAMIQUE AVEC LA VITESSE (échelle logarithnique)

FIGURE 2.30

Pour les expériences à plus faible vitesse relative ($\dot{\varepsilon} \leq 0.04$), les auteurs ont gardé la forme logarithme ou exponentielle, mais au prix, soit de variations importantes des coefficients dans la gamme de vitesse, soit de valeurs qui permettent de prendre une sécurité par rapport à la résistance "statique". Les expériences de Vésic sont significatives pour la valeur statique puisque les essais les plus lents ont été réalisés avec $\dot{\varepsilon} = 5.10^{-6}$. Elles montrent que la valeur nominale pour $\dot{\varepsilon} = 2.5\ 10^{-3}$, ($v=0.125\ 10^{-3}$ m/s) n'est pas atteinte dans les autres expériences, ce qui justifie d'une part l'allure essentiellement croissante des lois qui en sont déduites et d'autre part, la forte courbure donnée par la loi en exposant vers la zone des faibles vitesses.

On déduit que suivant les conditions d'essai et la vitesse de référence pour la détermination de la résistance statique, les lois proposées sont d'une diversité telle qu'elles mènent à une certaine confusion. Les seules choses certaines sont la faible influence de la vitesse sur la résistance du sable sec, et que le terme relatif dynamique diminue avec la consistance de l'argile.

Pour se fixer les idées, on tracera la variation de la résistance suivant plusieurs lois dans le cas d'un sable saturé à la figure 2.29 p.159 en échelle linéaire et à la figure 2.30 p.158 en échelle logarithmique. Les résultats se recoupent entre 10^{-4} - 10^{-5} m/s et aux environs de 1 m/s. En dehors de ces zones privilégiées, les différences sont énormes. En ce qui concerne les argiles, un diagramme synthétique a été établi par Litkouhi (1980), reproduit à la figure 2.31 p.160. On y remarquera les échelles bi-logarithmiques ainsi que la dispersion des résultats. La disparité des résultats pose la question de savoir s'il est justifié de faire intervenir la résistance statique dans le calcul de la résistance dynamique. Pour mettre en oeuvre cette voie, il faut disposer de données expérimentales complètes permettant d'évaluer les deux expressions indépendamment.



SYNTHESE DE LA VARIATION RELATIVE DE LA RESISTANCE DYNAMIQUE EN FONCTION DE LA VITESSE

Litkouhi et Poskitt (1980)

FIGURE 2.31

6. MANQUEMENTS MAJEURS DE LA METHODE "STATE OF THE ART"

Pour étayer par quelques exemples de calcul nos impressions sur la méthode de Smith, il nous a été indispensable d'écrire un programme permettant au minimum de simuler l'ensemble des phénomènes selon ce qui nous apparaît comme standard dans la littérature spécialisée. Après description du programme initial mis au point, nous mettrons en évidence l'influence de l'arrêt du calcul au moment où le pieu remonte, l'influence de la répartition de la résistance entre base et frottement ainsi que l'influence des contraintes résiduelles. Nous terminerons en rappellant le rôle des paramètres introduits et essayerons de clarifier certains termes et de définir la stratégie nécessaire à les mettre en lumière.

6.1. Programme "WAVEQ"

Le code "WAVEQ" (Wave Equation) a été écrit par l'auteur pour le compte de la S.A. FRANKI sur un ordinateur Hewlett-Packard 9826 en Basic étendu. Ce programme, dont le listing n'est pas diffusé dans le cadre de ce travail intègre le mouvement des masses et ressorts suivant le schéma explicite d'intégration de Smith (équations 2.48 et lois de comportements exposées aux sous-chapitres 2 et 3). Les différences par rapport au schéma général de modélisation sont :

- chaque élément physique du système possède une masse et un ressort, calculé d'après les caractéristiques des matériaux qui le composent,

- la loi de compression du casque est bi-linéaire pour pouvoir modéliser le comportement des casques mécaniques précontraints,

- le calcul se poursuit au-delà du temps où la base commence à remonter et peut être conduit jusqu'à immobilisation du pieu, pour déterminer les contraintes résiduelles,

- plusieurs coups successifs peuvent être donnés sur des pieux amenés à l'équilibre entre coups,

- une routine d'augmentation artificielle de l'amortissement suivant une loi géométrique permet de stabiliser le pieu plus rapidement vers sa position d'équilibre,

- les résistances statiques peuvent être élastiques, élasto-plastique et hyperbolique

- la résistance supplémentaire due à l'effet de la vitesse peut être linéaire visqueuse (Smith, Case), ou non linéaire (puissance, logarithme),

- le cycle thermodynamique du mouton diesel est établi suivant le schéma de Rempe.

Le listing de sortie comprend l'impression des données fournies à l'ordinateur et scindées en 4 blocs :

- comportement des couches,
- description du pieu,
- matériel de battage,
- paramètres de contrôle.

Ces blocs font l'objet de fichiers, que l'on peut aisément rappeler et modifier au cours d'un travail interactif.

La simplification des différents sigles utilisés dans le listing des données s'établit comme suit :

Paramètres de sol

Frottement latéral

I : numéro de la couche
Zℓ: profondeur de la couche
Kodesf : code de loi de comportement : 0 élastique
1 élasto-plastique
2 hyperbolique
Rf : constante de rupture dans le modèle hyperbolique
Taumx : frottement unitaire statique de référence
Quakes: quake intervenant pour définir le module de raideur vierge
Rulrl : rapport du module de déchargement au module vierge
Idymod: code de loi introduisant le terme de vitesse :
0 : pas de terme
1 : visqueux non-linéaire
2 : visqueux linéaire
Sidamp: valeur de la constante d'amortissement à faire intervenir dans la loi de vitesse.

Résistance à la base

I : numéro de la couche
Zp : profondeur de la couche (pas nécessairement les mêmes que Zℓ)
Kodept : code de loi de comportement
Rp : constante de rupture dans le modèle hyperbolique
Qptmx : résistance unitaire statique de référence à la base

Quakep : quake à la base
Rulrp : rapport du module déchargement au module vierge
Idymad : code de loi introduisant le terme de vitesse
Ptdamp : constante d'amortissement dans la loi de vitesse

Paramètres du pieu

Les sigles sont explicités sur le listing;

Equipement de battage

I : numéro de l'élément
Zb : hauteur par rapport au sommet du pieu
Aeq : section de l'élément
Gamsop : masse volumique de la matière constituant l'élément
Idytop : code de comportement visqueux
Todamp : constante d'amortissement interne
Restop : coefficient de restitution
S1 : compression en dessous de laquelle la force s'annule
E K 1 : module d'élasticité du matériau entre S1 et S2
S2 : compression au-dessus de laquelle le module devient EK2
EK2 : module d'élasticité aux grandes déformations.

Paramètres de contrôle

Parmi les éléments explicités, il y a lieu de préciser que :

Rcheck : est un niveau de force en-dessous duquel on estime ne plus devoir calculer, le pieu étant dans un état proche de l'équilibre statique.

Factor : est le nombre par lequel l'intervalle de temps critique est divisé pour définir, après arrondi, l'intervalle de temps de calcul.

Tiam : est le temps à partir duquel est introduit un amortissement, soit interne au tube , soit augmenté des réactions

Coam : est la valeur soit de l'amortissement, soit du multiplicateur de l'amortissement externe après Npam demi-périodes.

Npam : nombre de demi-périodes (aller ou un retour des ondes sur le système) après lequel la valeur de l'amortissement est réactualisée. Dans le cas de

l'amortissement extérieur, son augmentation n'est enclenchée que lorsque les déplacements oscillent autour de l'équilibre; cet artifice permet de gagner du temps de calcul pour trouver les positions d'équilibre.

Delta 2: intervalle de temps entre les coups.

Rapmas : est un rapport de masse entre les coups; au cas où Delta 2 ≤ 0.04 sec, cette option permet de modéliser un double impact provenant de deux masses distinctes.

Nmouv : permet de préciser le nombre d'éléments animés de la vitesse d'impact, indépendamment du rattachement de certains éléments aux fichiers du matériel de battage (mouton - casque) ou fichier du pieu.

Les sorties numériques comprennent, à intervalle de temps régulier, les déplacements, vitesses, accélérations, forces internes et réactions statiques et totales, ainsi que certains termes généraux permettant de juger de la stabilisation du système. A la fin du problème, les enfoncements et effets maxima sont donnés.

Les sorties graphiques, qui sont les plus instructives peuvent être de 4 types:

- pour une série de niveaux demandés : la force, et la vitesse multipliée par l'impédance du pieu en fonction du temps : ce graphe est intitulé : "FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME". La force est en trait continu tandis que la vitesse multipliée par l'impédance est en trait pointillé;

- pour une série de temps demandés : la forme de l'onde de force le long du pieu. Ce graphe qui est intitulé "FORCES ALONG THE PILE" comprend également le diagramme de l'effort maximal de compression et de traction le long du pieu;

- pour une série de niveaux demandés : la force en fonction du déplacement ou diagrammes de mise en charge dynamique. Ce graphe qui est intitulé "ENERGY DIAGRAMS", permet d'estimer visuellement l'énergie passant à travers les niveaux par l'intégration curviligne des diagrammes.

- pour un certain nombre de niveaux demandés : le déplacement en fonction du temps. Ce diagramme intitulé "DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME" permet de voir toute l'évolution du pieu, en particulier l'enfoncement et le refus stabilisé.

6.2. Programme "DYPLO"

Ce programme mis au point en Basic sur HP85 a pour but d'abord de calculer analytiquement l'onde de force générée en tête d'un pieu semi-infini d'impédance constante sous l'action d'une masse animée d'une vitesse initiale agissant à son extrémité supérieure par l'intermédiaire d'un ressort et pour ce faire, il est fait usage des équations 2.36 et 2.38. Ensuite, le programme permet d'intégrer les équations du mouvement d'un système oscillant amorti à un degré de liberté soumis à une onde de force mesurée, théorique ou calculée analytiquement en tête du pieu. Cette intégration est faite suivant le schéma de Newmark (eq. 2.52).

Le listing comprend les données (poids du mouton, constante du ressort du casque, impédance du pieu, vitesse initiale et intervalle de temps de calcul choisis; certains facteurs d'échelle de représentation graphique; pour le système à un degré de liberté : la masse, éléments définissant la réaction élasto-plastique (raideur et charge ultime) ainsi que l'impédance du pieu si nécessaire).

Les résultats numériques comprennent : l'enfoncement maximal, la vitesse maximale, la compression maximale et la traction maximale générée entre le pieu et le système ainsi que les temps auxquels ces valeurs maximales sont produites.

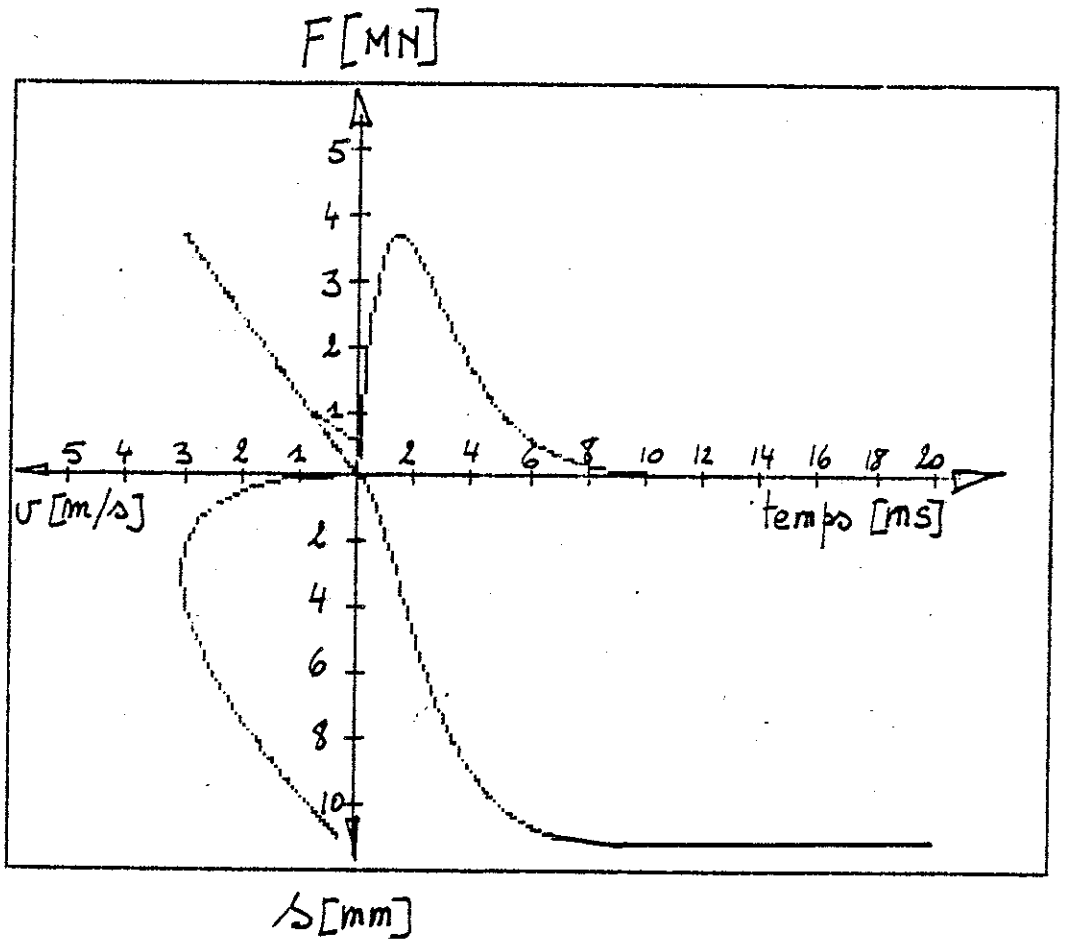
Les ondes sont représentées de la manière graphique suivante, basée sur 4 axes orthogonaux ayant la même origine :

- à droite : le temps
- vers le haut : la force
- à gauche : la vitese
- en bas : le déplacement.

Le cadran droit supérieur sert à représenter la force incidente et la force totale en fonction du temps; l'inférieur donnant l'enfoncement en fonction du temps. Le cadran gauche supérieur est un diagramme d'impédance : Force - vitesse tandis que l'inférieur est un odographe : vitesse - déplacement. Un exemple de listing est donné à la figure 2.32 p.167.

```
Impulsion calculee analytiquemen
t en tete
Mouton = 3.4 t        √o = 4,105 m/s
K cap  = 1.75 MN/mm
Z pieu = 1.218 MN/m/s
dt = .01 msNo = 0
MULTIPLICATEURS D'ECHELLES
 5   1   1   5

PARAMETRES CONSTANTS
M= 0 t          K= 0 MN/mm
C= 1.218 MN/m/s          R= 32000 kN
Force en tete  Z0= 1.218 MN/m/s
Smax= 11.428 mm pour t= 20.56 ms
Vmax= 3.021 M/s pour t= 1.36 ms
Fb max= 3679 kN pour t= 1.36 ms
Fb min= 0 kN pour t= 20.48 ms
```



SORTIE GRAPHIQUE ET NUMERIQUE DU PROGRAMME DYPLO

Cas du pieu très long terminé par un systeme à un degré de liberté

FIGURE 2.32

6.3. Arrêt du calcul suivant Smith

La raison pour laquelle Smith préconise de terminer son calcul dès que le pieu remonte est évidente si l'on modélise un pieu résistant essentiellement à la base. Prenons l'exemple suivant, qui nous servira de base pour démontrer d'autres points :

Mouton massif de 3.400 kg (Ω_M = 0.2707 m^2, H_M = 1.6 m, ρ_M = 7850 kg/m^3).

Casque : k = 1745 MN/m, M = 400 kg → H_c = 0.2 m, Ω_c = 0.2 m^2, E_c = 1745 MPa

e = 0.6

pieu en acier : A = 0.03 m^2 tube de Ø ext.: = 400 mm
L = 14.44 m χ = 1.257 m

Le choix de ces éléments nous permet de comparer aisément les résultats numériques obtenus à la résolution par intégration directe puisque :

$$I = \rho CA = 7.85\ 10^{-3} \times 5 \times 0.03 = 1.218\ \frac{MN}{m/s}$$

$$\sqrt{kM} = \sqrt{1745 \times 0.0034} = 2.436\ \frac{MN}{m/s}$$

$$\eta_I = \frac{2I}{\sqrt{KM}} = 1$$

$$\eta_p = \frac{M_p}{M} = \frac{14.44 \times 7850 \times 0.03}{3400} = 1$$

Pour comparer avec l'intégration directe, il est préférable d'éliminer l'effet de masse du casque. Cet élimination passe par la supression de l'élément de casque et le report de son élasticité dans le mouton, dont on choisi un module tel que sa demi-hauteur reproduit la constante de ressort :

$$E_m = \frac{k.H_m/2}{\Omega} = \frac{1.745 \times 0.8}{0.2707} = 5158 \text{ MPa}$$

Pour vérifier la forme complète de l'onde, il est indiqué de faire un premier calcul avec un pieu de grande longueur. Il sera alors facile de comparer la solution obtenue pour ce cas dont la solution est : (eq. 2.37)

$$\frac{F}{Iv_i} = 2\alpha t \cdot e^{-\alpha t}$$

$$\alpha = \frac{k}{2I} = \frac{1745}{2 \times 1.218} = 716 \text{ rad/sec.}$$

Le maximum est atteint pour $t = 1/\alpha = 1.4$ ms.

et vaut : $\frac{F_{max}}{Iv} = \frac{2}{e} = 0.736$

ou en en choisissant $v_i = 4.105$ m/s,
$F_{max} = 0.736 \times 1.218 \times 4.1 = 3.68$ MN.

L'expression calculée analytiquement au moyen du programme "DYPLO" donne par limite aux valeurs de η_I proches de 1 : $F_{max} = 3.68$MN pour $t = 1.36$ ms. pour une fonction calculée tous les 1/100 de ms.

L'enfoncement obtenu par intégration de la vitesse est de 11.43 mm après 20.6 ms. Le graphe résultant du calcul est donné à la figure 2.32.

La solution théorique est :

$$s_{max} = \int v dt = v_o \int \frac{v}{v_i} dt = v_i \int \frac{F}{Iv_i} dt = v_i \int_o^{\frac{1}{2}} 2\alpha t \, e^{-\alpha t} \, dt$$

$$= \frac{2v_i}{\alpha} \qquad (2.123)$$

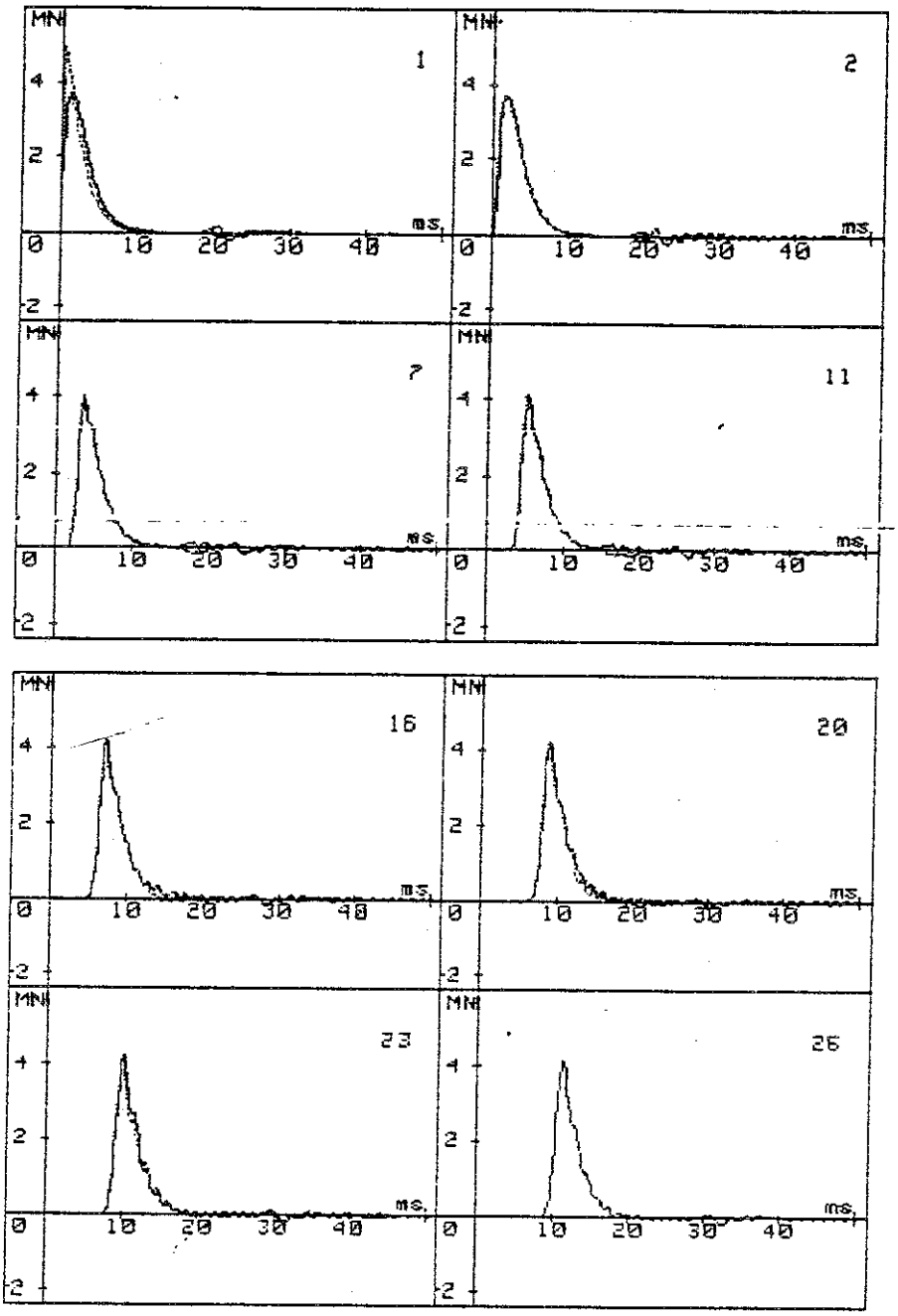
La valeur théorique dans le cas choisi est :

$$s_{max} = \frac{2 \times 4,105}{716} = 11.49 \text{ mm.}$$

Pour la modélisation suivant le schéma de Smith, on a utilisé un pieu d'une longueur de 50 m dont la base est placée sur un dashpot dont la constante équivaut l'impédance du pieu. En prenant des tronçons égaux de 2 m de long, et un facteur de division de l'intervalle critique de temps de 1.95, on calcule la solution tous les 0.2 ms. La hauteur de chute reproduisant la vitesse d'impact souhaitée est de :

$$h = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{4.105^2}{2 \times 9.81} = 0.859 \text{ m}$$

FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME



SORTIE GRAPHIQUE DU PROGRAMME WAVEQ

Pieu de 50 m terminé par un dashpot

F(t) et I.v(t)

FIGURE 2.33a

La force maximale enregistrée vaut 3.71 MN pour le septième incrément (1.4 ms). L'enfoncement maximal à la tête vaut 11.47 mm. On déduit de ces premiers calculs que les programmes "DYPLO" et WAVEQ" reproduisent les résultats théoriques avec une précision suffisante. Les sorties graphiques de la force et vitesse des points numérotés de l'ensemble du système ainsi que les déplacements en fonction du temps sont données aux figures 2.33.a p.170 et 2.33b p.172. Le numéro 1 correspond au mouton, le 2 au 1er élément et le 26 au dernier élement du pieu de 50 m. Rappelons que la force est en trait continu et la vitesse multipliée par l'impédance en traits interrompus. Outre la vérification de la précision, on constate que la modélisation d'un pieu infini par un dashpot rajouté à 50 m du point d'impact n'apporte pas de perturbation notable à la solution. Par contre, alors que théoriquement la forme de l'onde se conserve en profondeur, on constate un raidissement du flanc montant et une augmentation du maximum en profondeur (0.01 MN/m environ). Cette imprécision doit être tolérée si des calculs à faible incrément de temps et de longueur sont adoptés. Dans le cas suivant, avec des tronçons de 2 m de longueur, le temps de calcul sur ordinateur est de 12 secondes pour un système de 8 masses pendant 0.01 secondes de simulation. Le facteur multiplicatif du temps de calcul par rapport au temps simulé est de 1200.

Après ces vérifications préliminaires, revenons au problème du pieu de 14.44 m de long résistant uniquement à la base élasto-plastique avec les caractéristiques suivantes :

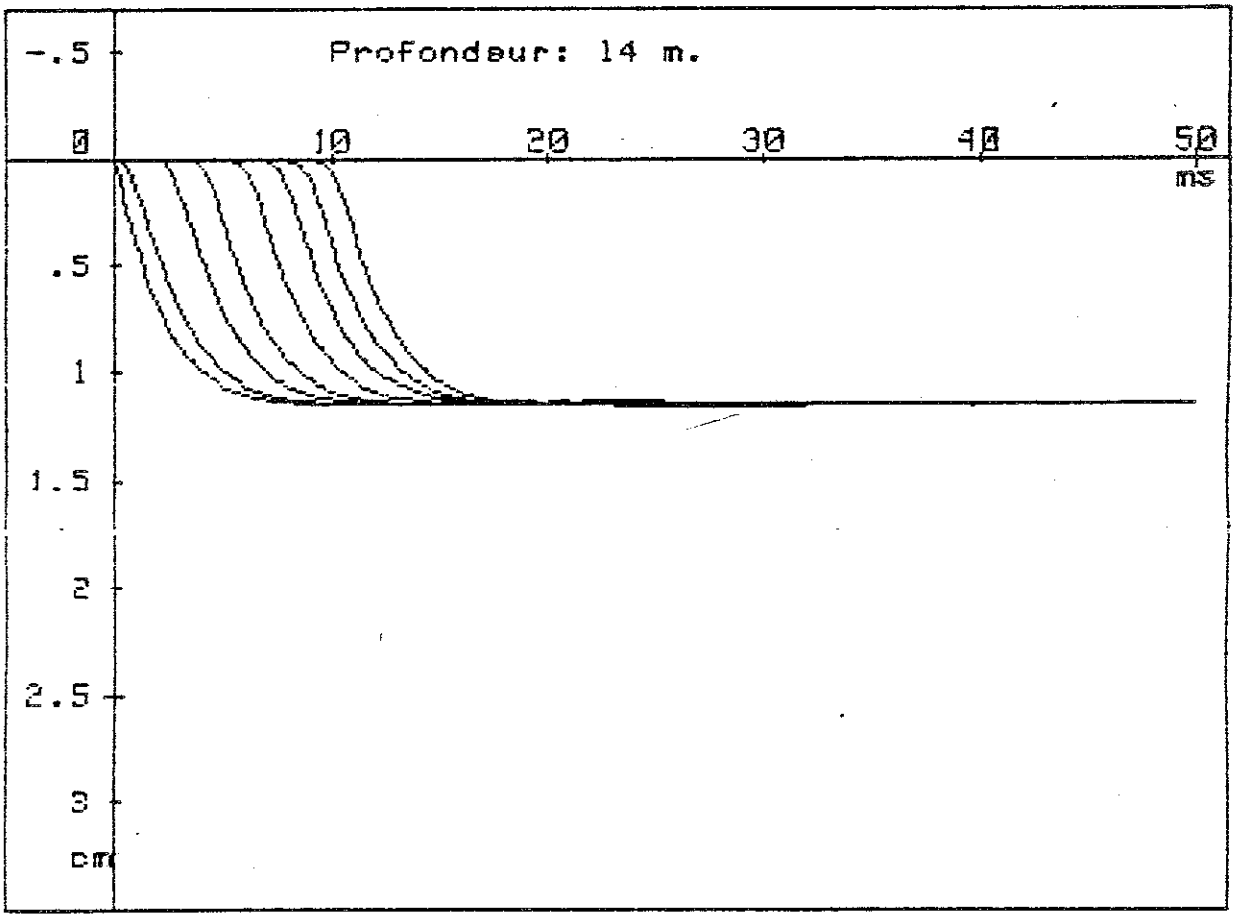
$Q_b^u = 2MN$

$s_b = 3mm$

Les déplacements du mouton (n°1)et de 3 points du pieu (sommet (n°2), milieu (n°5) et base (n°8)) sont représentés à la figure 2.34 p.174. Ils montrent clairement que le pieu, après s'être enfoncé à la base de 14.8 mm vers les 10 ms rebondit par la restitution de l'énergie W_b élastique à la base et par la conversion de son énergie propre de déformation en énergie cinétique. En effet au déplacement maximum, la base peut restituer :

$W_b = \frac{1}{2} Q_u^u s_b = 3$ kJ, ce qui est faible par rapport à l'énergie incidente de 26.65 kJ. tandis que le pieu lui-même a emmagasiné de l'énergie potentielle de déformation. Cette restitution conduit à renvoyer le mouton qui décolle du pieu vers 18 ms et à faire rebondir le pieu avec une vitesse de

DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME



SORTIE GRAPHIQUE DU PROGRAMME WAVEQ

Pieu de 50 m terminé par un dashpot

u(t) à divers niveaux

FIGURE 2.33

0.64 m/s, le mouton rebondissant avec une vitesse absolue de 1.52 m/s. Cet exemple montre clairement que le modèle ne convient pas pour le cas d'un pieu résistant uniquement à la base. C'est pour éviter cette aberration que Smith propose :

Refus = s_{max} base - s_b = 14.8 - 3 = 11.8 mm.

Pour que cette hypothèse soit vérifiée il faudrait que le pieu soit retenu de rebondir. C'est ce que nous avons simulé avec l'exemple suivant dans lequel nous avons admis que la base était capable de reprendre les efforts de traction comme les efforts de compression. Le résultat de ce calcul est donné à la figure 2.35 p.175. On remarque dans le diagramme de force à la base que la réaction reprend les efforts de traction. En fait, elle travaille sur le domaine élastique défini par la pente de décharge après avoir atteint le déplacement maximum. Au lieu de rebondir, le pieu oscille indéfiniment autour de la position d'équilibre définie par le refus selon Smith. C'est vers cette position qu'il se stabiliserait si l'on avait introduit un dissipateur d'énergie. La traction maximale exercée par cette base théorique est d'environ 70 % de la compression maximale ultime. On en déduit que pour être d'application, la détermination du refus selon Smith implique en termes physiques qu'il existe une résistance à la traction suffisante pour forcer le pieu à rester dans la zone élastique définie par le déplacement maximal. Pour le problème à priori quelque peu bizarre que nous avons calculé, le refus est calculé physiquement par :

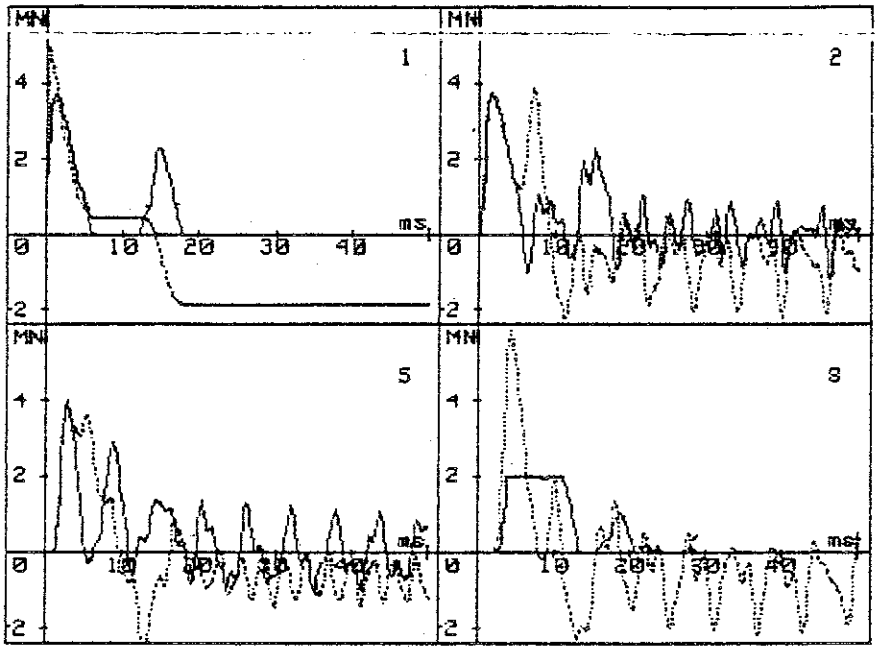
Refus = s_{max} - 3 mm = 11.8 mm.

Un mode de travail du pieu pour lequel il est normal d'obtenir une résistance à la traction est celui des pieux flottants. Pour obtenir la même résistance ultime de 2 MN sur les 20 m^2 de la surface latérale, nous avons adopté :

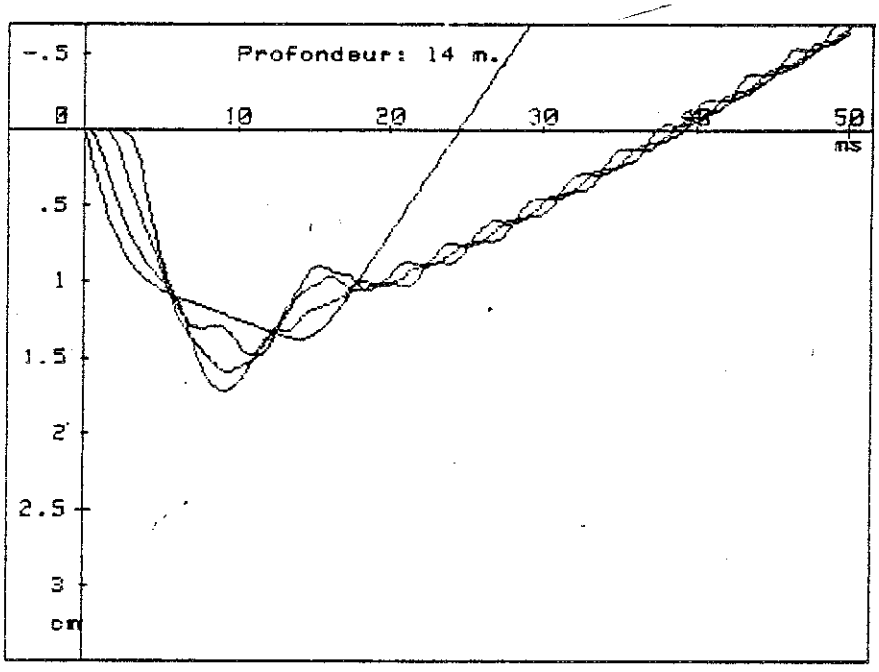
τ_u = 0.1 MPa
s_f = 3 mm,

valeur approximative en raison de l'hypothèse implicite de pieu rigide, la résistance à la base étant nulle. La figure 2.36 p.176 donne le résultat du calcul; on y remarque le même mouvement oscillant autour d'un point d'équilibre qui en raison de la faible longueur du pieu reste dans les domaines élastiques définis à chaque profondeur par l'enfoncement maximum. L'enfoncement maximum vaut 15.9 mm au sommet du pieu

 FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME



DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME

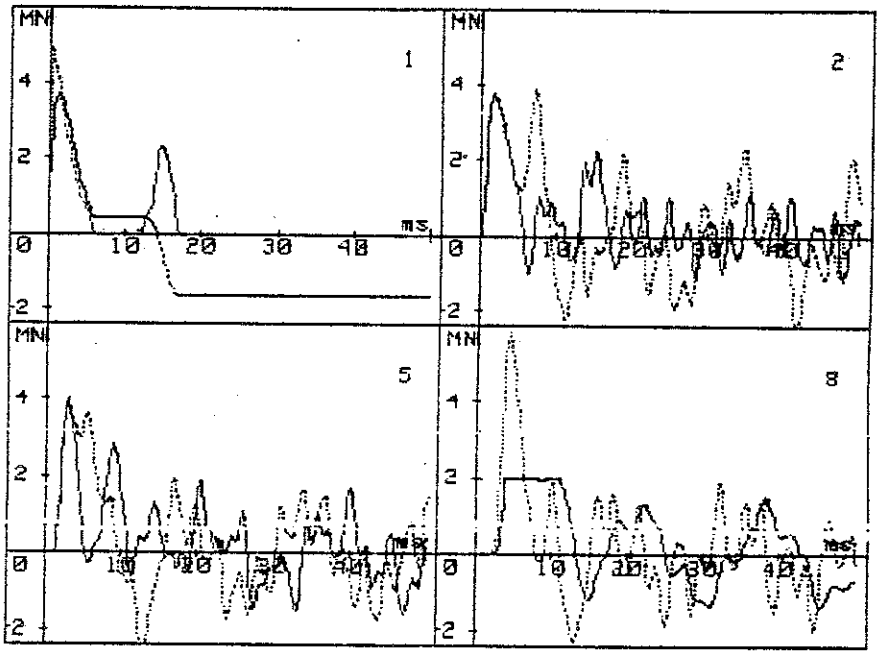


PIEU DE 14 m RESISTANT UNIQUEMENT A LA BASE

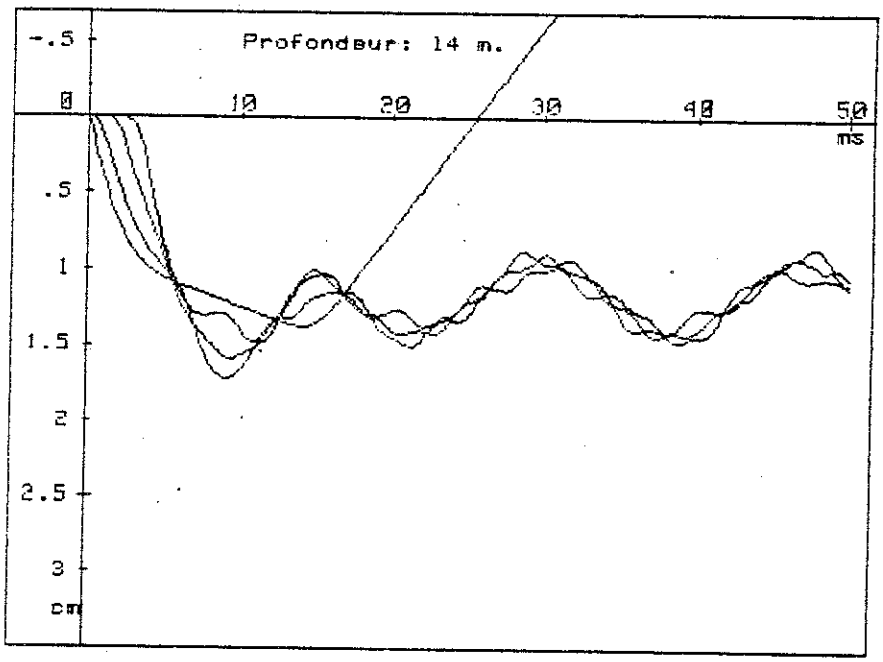
Q_b = 2 MN s_b = 3 mm

FIGURE 2.34

FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME



DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME



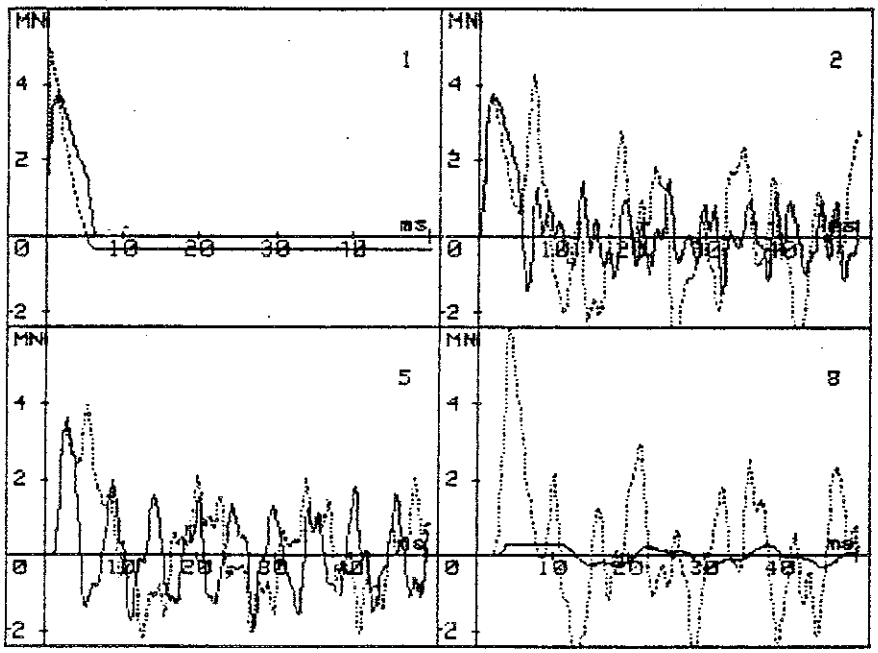
PIEU DE 14 m RESISTANT UNIQUEMENT A LA BASE

QUI REPREND LA TRACTION

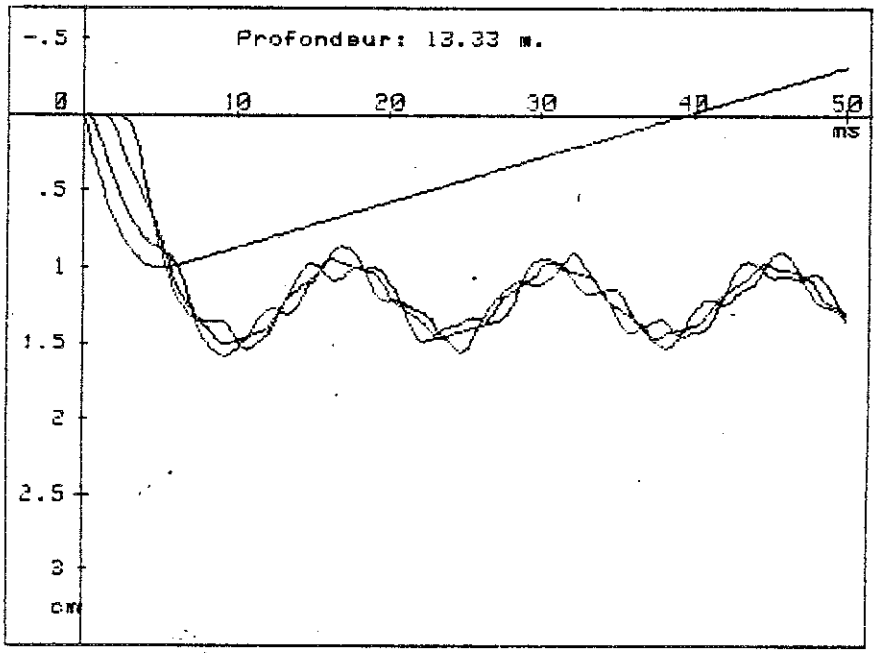
$Q_b = 2$ MN $\quad \delta_b = 3$ mm

FIGURE 2.35

176. FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME



DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME



PIEU DE 14 m RESISTANT UNIQUEMENT AU FROTTEMENT

Qf = 2 MN sf = 3 mm

FIGURE 2.36

et 15.4 mm à la base. On en déduit que le pieu se stabiliserait avec l'amortissement à une position :

$$\frac{15.9 + 15.4}{2} - 3 = 12.5 \text{ mm.}$$

On en profite pour noter que l'enfoncement est plus grand lorsque les termes de résistance sont rapprochés du point d'impact.

Pour examiner un cas plus réaliste, nous avons simulé celui du pieu résistant également à la base et au frottement. Le quake de 3 mm est conservé mais la résistance est répartie en 1MN à la base et 1 MN au frottement.
Pour trouver sans faire d'hypothèses le point de stabilisation, un amortissement égal à 0.5 Qu/m/s a été réparti au prorata des résistances locales (0.025 MPa/m/s pour le frottement et 2.5 MPa/m/s pour la base).
Les résultats du calcul sont fournis à la figure 2.37 p.177. On y remarque une stabilisation du mouvement après une oscillation amortie vers 10.4 mm. Dans le diagramme correspondant d'énergie, on remarque en effet que le rebond s'est produit jusqu'en dehors de la zone élastique définie par le déplacement maximum. Il en résulte que dans le cas courant envisagé, l'hypothèse de Smith est mise en défaut. Ici, son influence n'est que de 20 % sur le refus calculé mais on conçoit aisément les cas où cette erreur devient plus grande : faible frottement, faibles enfoncements par rapport au quake et cas des pieux longs capables d'emmagasiner une grande énergie de déformation.

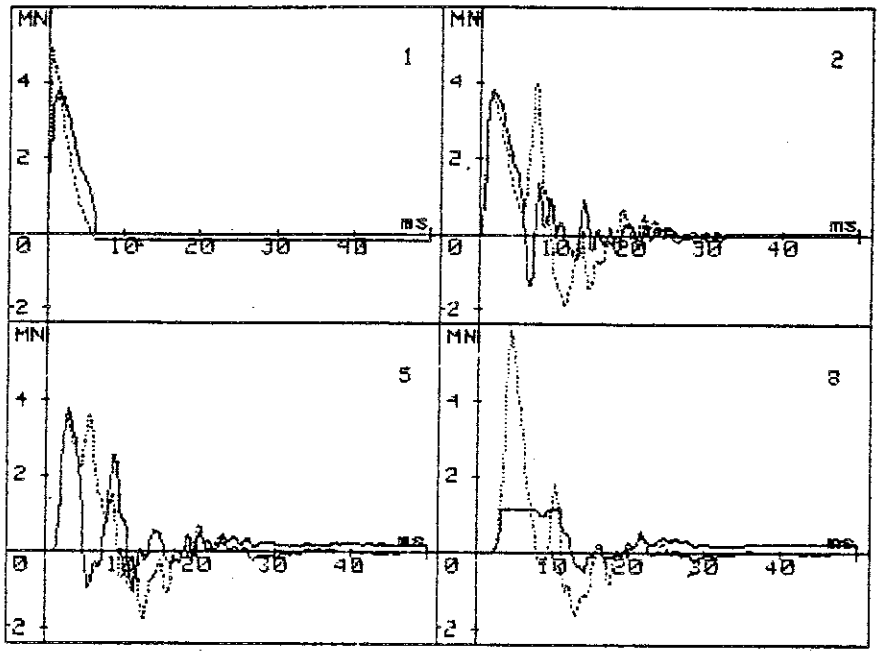
Un aspect particulier est mis en évidence par le calcul de la position d'équilibre; ce sont les contraintes résiduelles de battage. En effet, même pour le pieu court de la figure 2.37, on remarque des différences entre les déplacements finaux de certains points du pieu. Le sommet du pieu s'est enfoncé plus que la base; le pieu est comprimé sous l'action de la réaction à la base et des frottements négatifs ayant empêché le pieu de rebondir.

6.4. Contraintes résiduelles

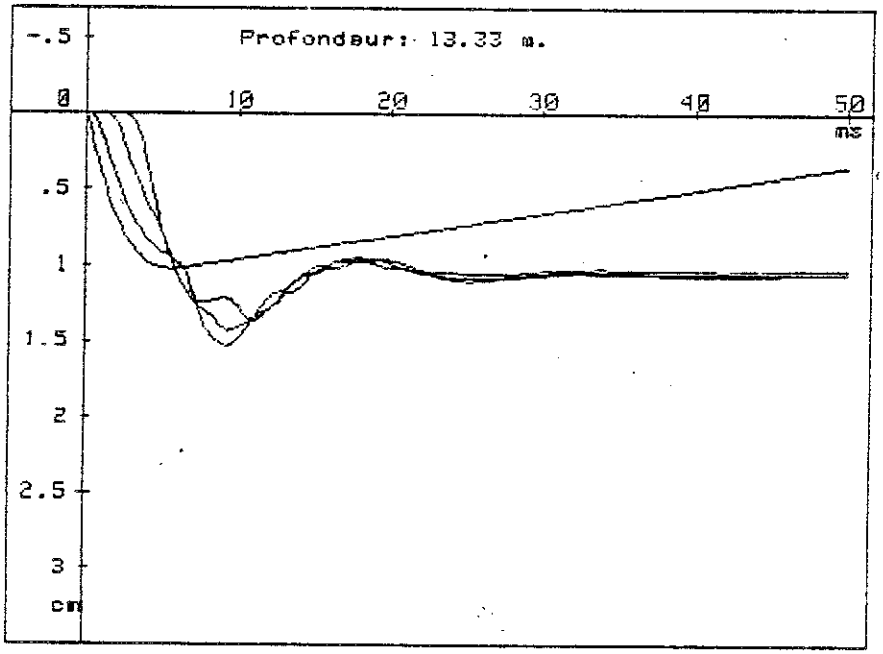
Les contraintes résultant du battage sont fonction de plusieurs paramètres :

- la longueur du pieu et sa souplesse
- la répartition de la résistance entre la base et le frottement

178. FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME



DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME



PIEU DE 14 m RESISTANT A LA BASE ET AU FROTTEMENT

Qb=Qf=1MN sb=sf=3mm

FIGURE 2.37

- les quakes de la base et du frottement
- la manière dont le pieu est battu.

Pour un pieu très court, l'énergie emmagasinée dans celui-ci à l'équilibre sera faible mais il est possible de concevoir des réactions antagonistes de la base et du frottement non négligeables. Pour un pieu ne résistant théoriquement qu'à la base, il n'est pas possible de développer le frottement négatif propre à l'établissement des contraintes résiduelles.

Pour un pieu court résistant à la base et au frottement, l'effort résiduel ne peut être qu'une compression. Pour un pieu long, il est possible d'imaginer des tractions résiduelle à la faveur d'un frottement positif dans la partie supérieure du pieu compensé en profondeur par un frottement négatif.

Le rôle primordial des contraintes résiduelles est de modifier, du point de vue de la résistance, la répartition entre base et frottement. Pour illustrer cette modification, considérons le cas d'un pieu incompressible dont la résistance est décrite par :

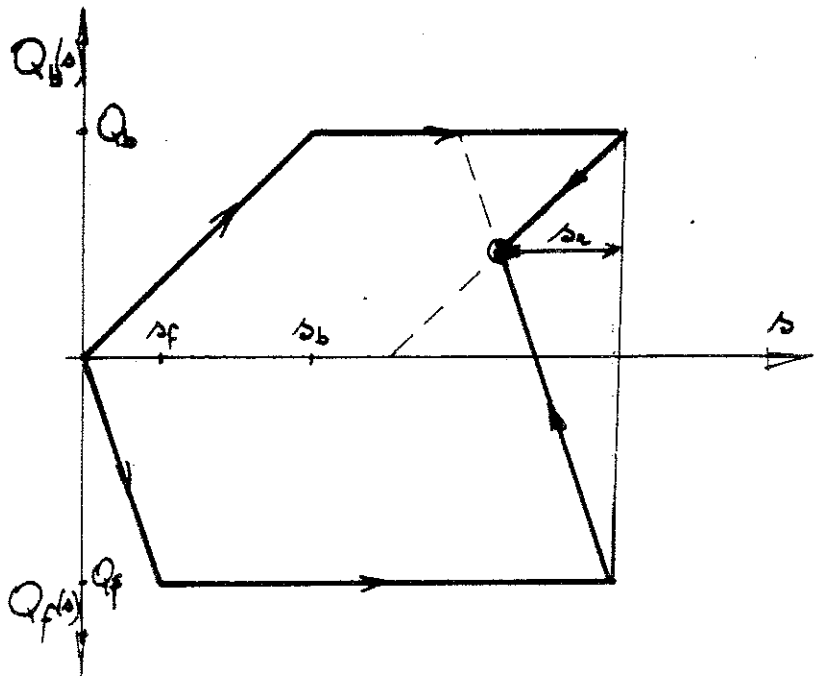
Q_b = 1 MN s_b = 3 mm
Q_f = 1 MN s_f = 3 mm

Après un enfoncement de plus de 3 mm, la résistance initiale mobilisée est de 2 MN, répartie en 1 MN pour la base et 1 MN pour le frottement. En supposant négligeable l'énergie potentielle du pieu, l'équilibre après avoir dépassé le quake sera obtenu par la position annulant la somme des efforts. Dans le cas où le comportement de la base est identique à celui du frottement comme le cas a été choisi, l'équilibre est obtenu pour un rebond de 3 mm annulant les réactions à la base et au frottement : les contraintes résiduelles sont nulles.

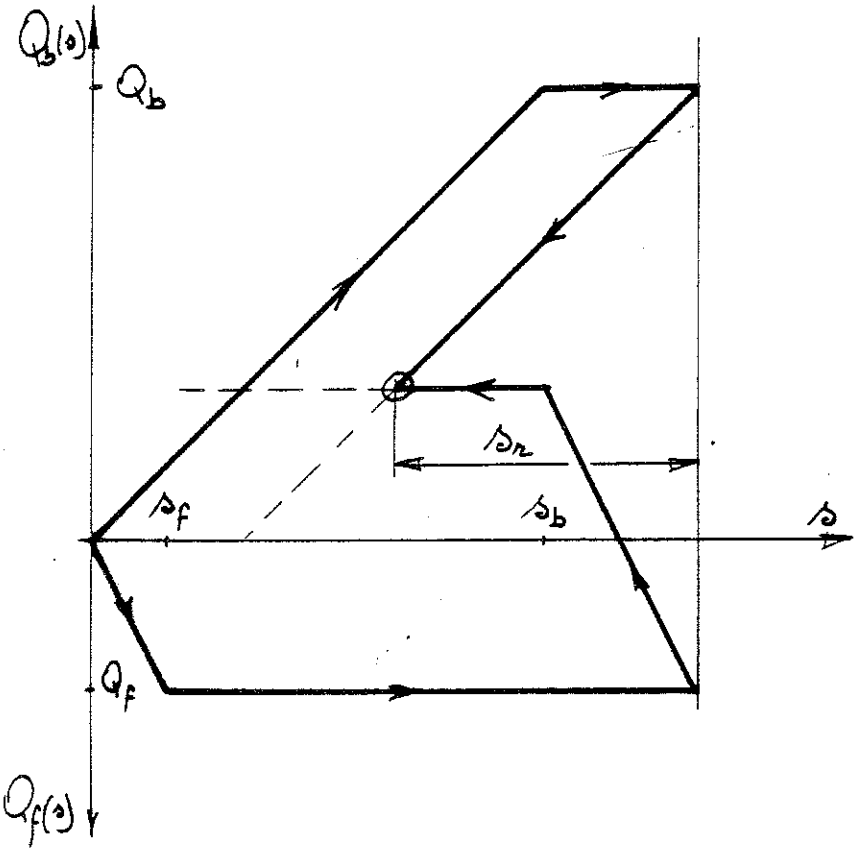
Si maintenant, on adoptait :

R_f = 1 MN s_f = 1 mm

les réactions seraient égales pour un enfoncement de 3 mm. Par contre, lors du rebond, étant donné la plus grande raideur de la réaction au frottement, le frottement s'annule alors que la base continue à pousser. Le rebond à l'équilibre s'obtient après avoir défini : $k_f = \frac{Q_f}{s_f}$ et $k_b = \frac{Q_b}{s_b}$, par :



(a)



(b)

EQUILIBRE RESIDUEL D'UN PIEU RIGIDE

(a) frottement négatif élastique

(b) frottement négatif plastique

FIGURE 2.38

$s_r = \frac{Q_b + Q_f}{k_f + k_b}$, qui dans d'hypothèse $Q_b = Q_f$ devient:

$$s_r = \frac{2\ Q_b}{k_f + k_b} = \frac{2\ s_f}{\frac{Q_f}{Q_b} + \frac{s_f}{s_b}} \qquad (2.124)$$

avec une condition : $s_r \leq 2\ s_f$.

Cet équilibre est illustré à la figure 2.38.a p.180. Dans l'exemple choisi, $\frac{Q_f}{Q_b} = 1$ et $\frac{s_f}{s_b} = \frac{1}{3}$, ce qui donne : $s_r = \frac{2}{4/3} = 1.5$ mm.

L'effort résiduel s'obtient par: $Q_r = Q_b - s_r \cdot k_b = s_r k_f - Q_f$

Sous 1.5 mm de rebond, le frottement devenu négatif vaut -0.5 MN tandis que la réaction à la base vaut + 0.5 MN. Si au départ de cette nouvelle situation un nouveau coup est donné, l'accroissement de charge est entièrement linéaire sur 1.5 mm pour atteindre 2 MN. D'une part, le quake est devenu 1.5 mm, mais la répartition des accroissements de réaction entre la base et le frottement n'est plus égale : alors que la base n'est responsable que de 0.5 MN, le frottement, qui est passé de négatif à positif est responsable de 1.5 MN. Pour ce nouveau cycle de charge jusqu'à rupture, tout se passe comme si la résistance à la base était devenue 0.5 MN et la résistance au frottement latéral 1.5 MN. On en déduit donc que la répartition des réactions se modifie au profit de celle qui est la plus raide. Comme dans les problèmes courants modélisés avec des valeurs recommandées du quake au frottement, le frottement est plus raide, c'est ce dernier qui se gonfle au détriment de la base.

Lorsque par la formule 2.124, on trouve $s_r > 2\ s_f$, ce qui est le cas pour

$$\frac{Q_b}{Q_f} > \frac{k_f + 2\ k_b}{k_f},$$

alors le frottement négatif ultime est excédé et l'équilibre ne s'obtient que lorsque la résistance élastique de la base vaut le frottement ultime : (fig. 2.38.b.)

$$s_r = s_b \left(1 - \frac{Q_f}{Q_b}\right) \qquad (2.125)$$

Danc ce cas, le pieu lors de sa recharge se conduit comme un pieu avec un frottement double et une résistance à la base de laquelle on a soustrait le frottement.
Lorsque l'on désire tenir compte de la compressibilité du pieu et de son énergie potentielle de déformation, il est nécessaire de conduire le calcul suivant la modélisation de Smith mais jusqu'au point d'équilibre. Puisque la répartition des termes de résistance disponibles est modifiée, on est en droit de se demander si cette modification n'influence pas le refus du coup suivant. C'est pourquoi nous allons ci-après examiner la question par quelques exemples de pieux sur lesquels on a simulé plusieurs coups successifs.

Considérons le même système de battage battant le même pieu, mais de 34 m de long. Ce pieu est modélisé par 17 éléments de 2 m chacun. Supposons tout d'abord les termes de résistance suivants :

q_s = 10 MPa $\quad Q_b$ = 2 MN $\quad f_s$ = 0.04 MPa

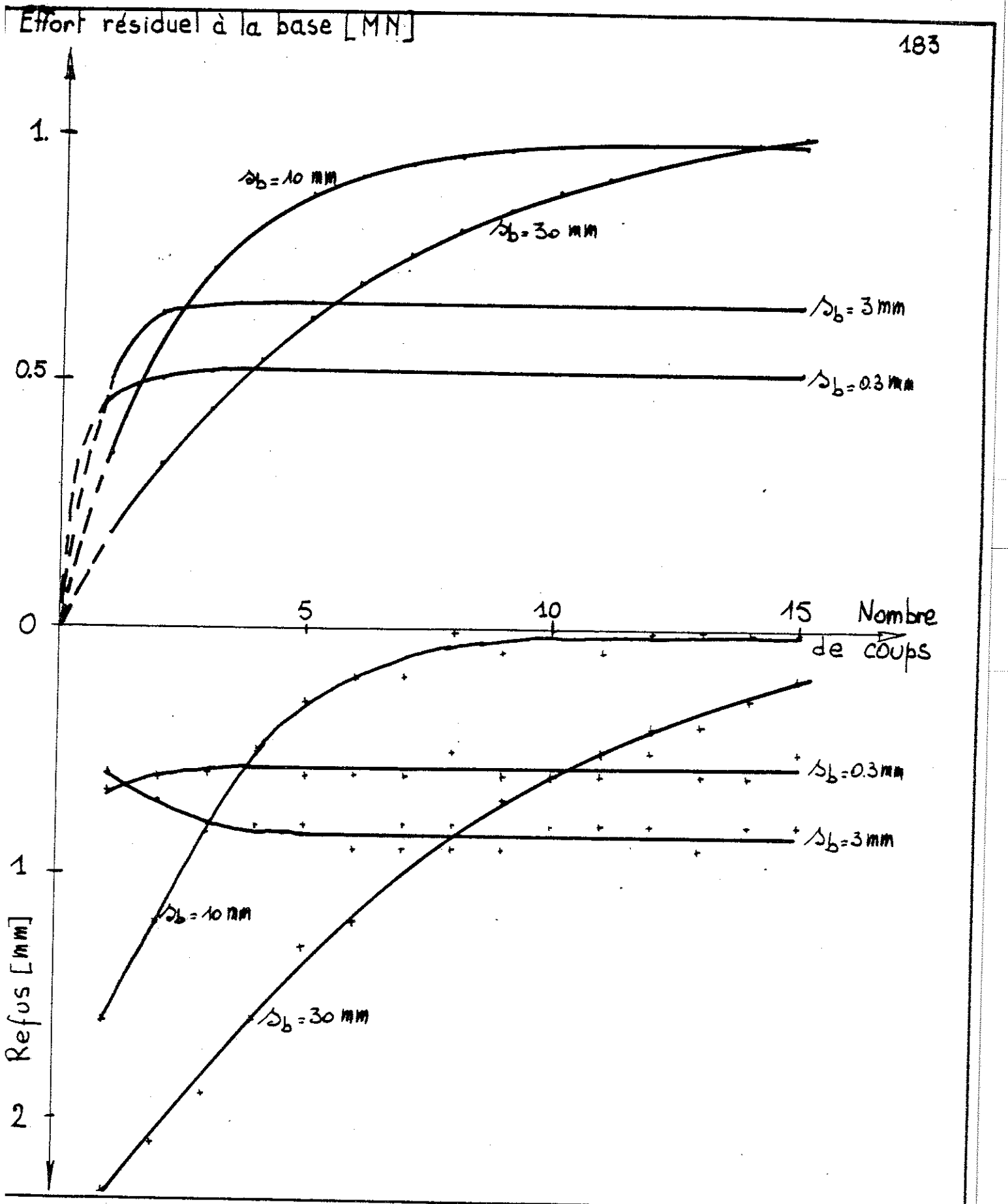
Q_f = 2 MN $\quad s_f$ = 3 mm

J_b = . 5 sm^{-1} $\quad J_f$ = .5 sm^{-1}

et étudions l'influence du quake à la base sur les résultats en lui donnant les 3 valeurs suivantes : s_b = 0.3/3/30 mm. La valeur centrale du quake au frottement a été choisi selon les recommandations d'usage; sa faible valeur est propice à mettre en évidence les éventuelles contraintes résiduelles.

A la fin de chaque coup donné, le calcul donne l'enfoncement stabilisé de la base et la force résiduelle à la base. Ces deux résultats sont portés en graphique à la figure 2.39 p.183 en fonction du nombre de coups : l'enfoncement en mm avec une résolution de 0.1 mm vers le bas et la force résiduelle en MN vers le haut. En ce qui concerne la force résiduelle, on constate que, de nulle au départ, elle ne peut que croître. Sa croissance rapide au début, s'atténue pour tendre vers une valeur asymptotique maximale. Cette force résiduelle de régime est d'autant plus élevée que le quake à la base est élevé. Par contre, le nombre de coups pour y arriver en est également plus élevé. Ainsi, pour le quake de 0.3 mm, le 3ème coup porte le système à son état d'équilibre répétitif, tandis que pour le quake de 30 mm, après les 15 coups analysés, la force résiduelle ne semble pas encore avoir atteint son palier. On remarquera au passage les valeurs non négligeables de la précontrainte du pieu : jusqu'à 50 % du frottement latéral agit en valeur négative sur le pieu.

En ce qui concerne l'enfoncement sous le coup, sa stabilisation en fonction du nombre de coups est liée à l'équilibre répétitif des forces résiduelles. Alors que pour un faible quake, sa valeur tend à augmenter, elle peut diminuer et fortement pour les quakes élevés. Dans le cas extrême où s_b = 30 mm, l'enfoncement est divisé par 10 en l'espace de 15 coups. Il est rassurant de constater que la valeur vers laquelle le refus tend de manière asymptotique est



DEVELOPEMENT DE L'EFFORT RESIDUEL ET REFUS
EN FONCTION DU NOMBRE DE COUPS SIMULES

FIGURE 2.39

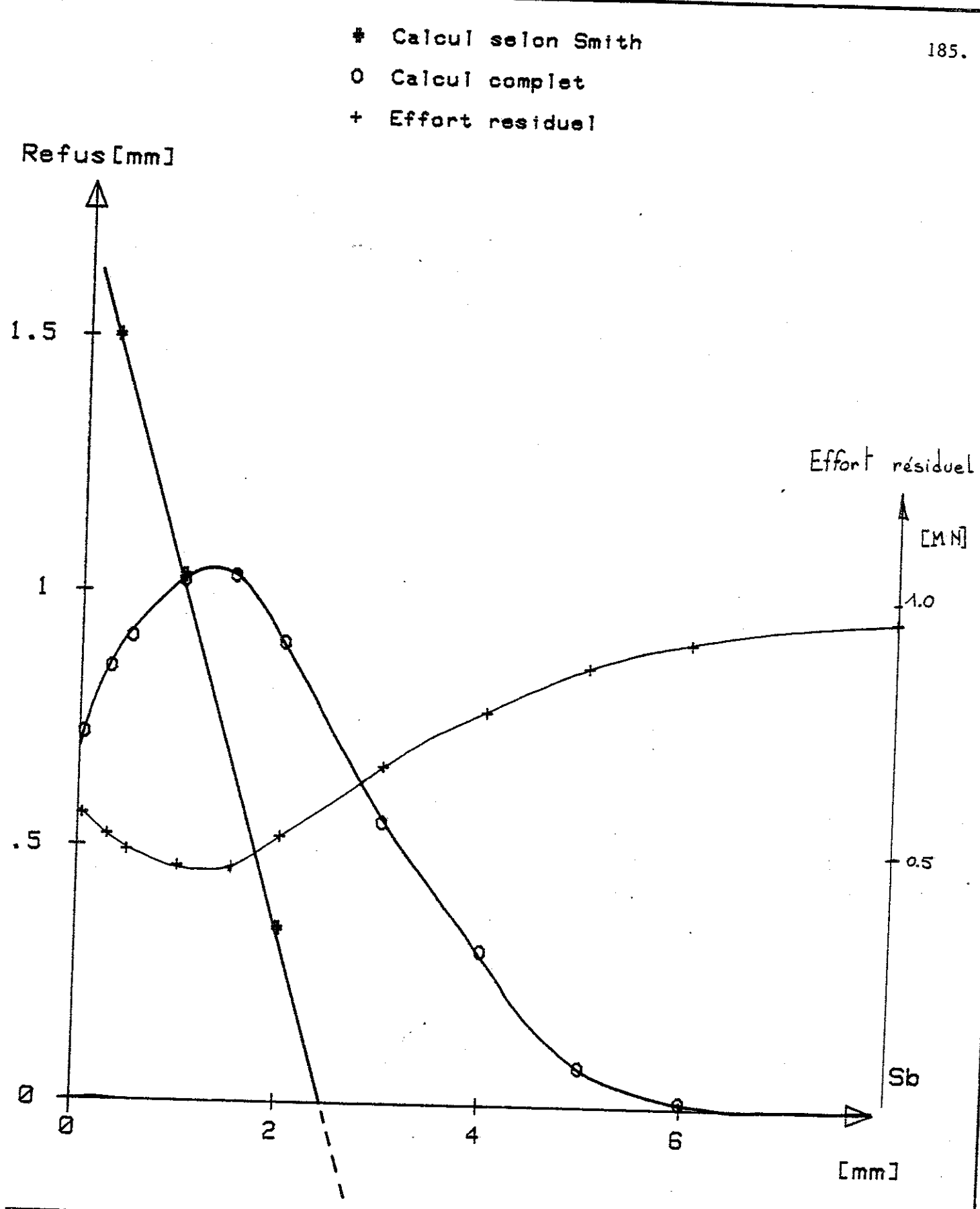
d'autant plus faible que le quake à la base est élevé. En effet, l'énergie de rebond du sol est plus grande alors que l'énergie nécessaire à mobiliser la réaction ultime est plus élevée. Par contre, on comprend l'effroi qu'ont dû éprouver ceux qui ont tâché de résoudre l'équation d'onde au-delà du temps de rebond de la base lorsqu'ils ont découvert que sous la stabilisation du coup, le seul qu'ils avaient modélisé, la conclusion était inverse. Il est apparent en effet d'après la figure 2.39 p.183 que l'ordre des enfoncements en fonction du quake à la base se renverse complètement lorsqu'on passe du 1er coup au régime après le nombre de coups suffisant. Voilà une autre justification de l'introduction du quake.

Si l'on examine ces problèmes avec le modèle strict de Smith, les enfoncements permanents sont de, respectivement, en appliquant $s = s_{max} - s_b$

1.8 - 0.3 = 1.5 mm pour s_b = 0.3 mm
2.7 - 3 = - 0.3 mm pour s_b = 3 mm
3.9 - 10 = - 6.1 mm pour s_b = 10 mm
4.4 - 30 = -25.6 mm pour s_b = 30 mm

On constate donc que la logique est saine puisque le plus faible enfoncement correspond au quake le plus élevé. Par contre il semble un peu choquant d'obtenir des valeurs négatives; comme ces dernières n'ont pas de sens, selon Smith, on adopte un refus nul. Cet escamotage se justifie difficilement car il n'est pas impossible de rencontrer des situations où le pieu rebondit plus haut que d'où il est parti. Il nous est déjà arrivé d'enfoncer un clou dans un mur et lorsque nous atteignions l'âme en béton de voir notre clou être éjecté du trou, dans la direction opposée de notre coup.

Hormis ce tour de passe-passe, quantitativement, les informations données par la simplification de Smith ne concordent pas avec le calcul plus rigoureux. Pour le quake de 3 mm, le pieu est supposé ne pas être battable alors que l'analyse plus détaillée montre qu'il s'enfonce de 0.55 mm par coup. Pour les pieux qui s'enfoncent selon le modèle de Smith, les valeurs du refus sont surestimées pour les faibles valeurs du quake. Le graphique 2.40 p.185 permet de comparer, en fonction du quake les valeurs de l'enfoncement maximal de la base, du refus selon Smith et du refus calculé avec plusieurs coups.



REFUS EN FONCTION DU QUAKE A LA BASE (Sb)
EFFORT RESIDUEL DONNE PAR LE CALCUL COMPLET
POUR UN EXEMPLE CONCRET

FIGURE 2.40

De l'observation de ce diagramme ressort immédiatement la disparité entre les résultats.

Il est assez intéressant de noter que le refus calculé rigoureusement augmente lorsque le quake à la base diminue jusqu'à environ 1.5 mm. En deçà de cette valeur optimale, refus décroît à nouveau. Cette décroissance est dûe à l'augmentation de la contrainte résiduelle qui résulte de l'équilibre atteint après le coup sur une base fortement rigide. L'optimum de la pénétration correspond à l'effort résiduel le plus faible (0.46 MN); dans ce cas en effet, l'effort à vaincre est plus concentré à la base, ce qui donne lieu à une pénétration plus forte. A la figure 2.40 sont portés les efforts résiduels en fonction du quake à la base, afin d'établir la correspondance entre le refus et cette dernière valeur. Pour les grandes valeurs du quake à la base, l'effort résiduel atteint les 50 % de la résistance à la base de manière asymptotique, tandis que le refus devient nul.

Nous retenons de cet exemple que si nous voulons obtenir une modélisation plus proche des phénomènes physiques et en particulier capable de modéliser le pieu depuis juste avant le coup jusqu'à sa position finale, il est indispensable de faire l'analyse de plusieurs coups. C'est au cours de cette séquence que la mise en place des forces résiduelles se fait pour atteindre l'équilibre répétitif. Le nombre de coups nécessaire à la mise en régime dépend non seulement des résistances à la base, et au frottement ainsi que de leurs quakes respectifs, mais aussi du numéro d'ordre du coup donné. Dans le cas de pieux longs et de quakes à la base, le nombre de coups peut aller jusqu'à une vingtaine, le refus atteignant une valeur très faible tandis que la force résiduelle atteint une bonne fraction ($\geq$ 50 %) du frottement négatif disponible.

6.5. Clarification des termes de résistance

L'analyse de la littérature et des nombreux cas calculés jusqu'à stabilisation et sous plusieurs impacts, (dont les plus parlants ont été présentés dans les paragraphes précédents) nous permettent de faire la distinction entre les faibles déformations et les grandes déformations.

Pour que le mouvement se stabilise, il est nécessaire d'introduire une dissipation d'énergie forte si l'on veut respecter les temps observés pour lesquels les mouvements deviennent imperceptibles. Il est également nécessaire de disposer d'une résistance au soulèvement, même pour les pieux cherchant leur réaction principalement à la base. Logiquement, dans le domaine des faibles déplacements, le comportement est régi par les raideurs statiques de la résistance au frottement et de la résistance à la base. Les pertes par comportement intrinsèque non-linéaire sont faibles et la perte d'énergie doit provenir de la dissipation des ondes dans le milieu entourant le pieu. Cette perte, qui est dûe à la radiation, doit pouvoir être déterminée par les conditions géométriques et les propriétés de masse et de déformabilité du milieu.

Après les faibles déplacements initiaux et avant la stabilisation, la rupture du terrain est engendrée par de grands déplacements. Pour estimer cette charge en régime de rupture lors du battage, un schéma possible consiste à séparer chacune des influences par rapport au cas statique :

- effet de la vitesse sur les caractéristiques intrinsèques,
- influence de la vitesse sur l'écoulement du sol autour du corps pénétrant,
- énergie perdue par radiation géométrique,
- appréciation des contraintes interstitielles.

Ces éléments modifient le mécanisme de rupture et la réaction ultime mobilisée aux grands déplacements. Ce sont ces effets qui, dans le chef de la plupart des auteurs, sont regroupés sous la notion de damping. Ce regroupement sous un terme unique de différentes composantes mène à la confusion que nous avons constatée. En effet, suivant les expériences réalisées, les effets d'impédance et d'inertie n'ont pas été distingués de la résistance globale.

Entre le domaine des faibles déplacements et celui de la rupture en régime, il nous semble raisonnable d'interpoler si nous possédons avec suffisamment de certitude les deux bouts du problème. Pour ce faire, nous avons recours à l'expérimentation en vraie grandeur.

7. RESUME ET STRATEGIE DE RECHERCHE

La résolution de l'équation de l'onde pour les cas complexes fait appel à une discrétisation du système. Par la seule discrétisation du mouton en une masse et du casque en un ressort, des expressions analytiques extrêmement précieuses sont dérivées. Cette résolution permet de donner un sens au rapport d'impédance entre le pieu et le système de battage :

$$\eta_I = \frac{2I}{\sqrt{kM}}$$

Nous avons poussé l'analyse un peu plus loin pour dériver une expression de l'énergie passant dans le pieu. Grâce à l'utilisation de ce rapport adimensionnel, nous avons produit le graphique 2.6.a. p. 61 dont le transfert maximum théorique ainsi que la force maximale d'impact. Des formules simples sont correlées avec des calculs existants de la force maximale d'impact (figure 2.6.d. p. 69). Par l'introduction d'un autre rapport adimensionnel (le rapport du poids du pieu à celui du mouton), nous obtenons une représentation analytique exacte de ce que les formules de battage avaient introduit empiriquement sous la forme de rendement de choc et de coefficient de restitution. L'application de ce coefficient de transfert, donné par abaque (fig. 2.6.c p. 66) pourrait apporter une amélioration dans l'application des formules de battage et dans les corrélations qui en ont été déduites.

Pour raisonner sur des cas concrets, il devient indispensable de discrétiser le système complètement. Cette discrétisation des éléments (mouton, casque et pieu) suivant le schéma unidimensionel impose également la simplification outrancière du comportement du sol. Dans le modèle de Smith, qui est la première approche à discrétisation totale en "lumped parameters", le comportement du sol est simulé par des ressorts à patin et dashpots. Ce modèle comporte suffisamment de paramètres pour reproduire mathématiquement les mesures effectuées lors du battage de pieux. Cependant leur sens physique n'a fait l'objet de pratiquement aucun effort des promoteurs et utilisateur des méthodes empiriques de détermination (case, capwap) de la valeur de ces paramètres. La résistance, le quake (déplacement élastique) et le damping sont simplement utilisés pour correler les mesures dynamiques aux mesures statiques.

De l'analyse de la littérature et du calcul de situations bien typées, besoin nous apparaît de clarifier les différents termes intervenant dans les réactions du sol lors du battage. Entre autres, il nous semble possible de distinguer les termes intervenant pour les faibles
déformations, en particulier l'amortissement géométrique, des termes intervenant pour les grandes déformations, en particulier l'amortissement de type visqueux (éventuellement non-linéaire). Pour arriver à cet objectif, il devient indispensable de disposer de mesures de première main : c'est ce que nous décrivons dans le chapitre III. Après avoir déterminé de manière empirique certains paramètres définis de manière conventionelle, nous analyserons plus en détail certaines mesures afin de faire ressortir si possible les différents termes qui les composent. Pour rattacher ces paramètres à une approche plus physique, il nous semblera utile de réexaminer fondamentalement le problème sous les aspects des déformations et des résistances. C'est ce qui sera fait dans le chapitre IV.

CHAPITRE III ANALYSE EXPERIMENTALE

TABLE DES MATIERES

	Page
1. MESURES	192
1.1. Types de mesure	192
1.2. Mouton	192
1.2.1. Mouton à chute libre	192
1.2.2. Mouton hydraulique	193
1.2.3. Mouton diesel	194
1.3. Casque	197
1.4. Pieu	198
1.4.1. Accélération	198
1.4.2. Vitesse	199
1.4.3. Déplacement	203
1.4.4. Déformation	204
1.4.5. Enregistrement	205
1.4.6. Présentation des mesures	206
1.5. Sol	211
1.5.1. Site d'Almelo	212
1.5.2. Site de Kallo	215
2. ESSAIS AU MARTEAU HYDRAULIQUE	216
2.1. Description du marteau	216
2.2. Essais réalisés	218
2.2.1. Essais de sol	219
2.2.2. Types de casque et essais	219
2.2.3. Mesures réalisées	231
3. INTERPRETATION DES ESSAIS AU MARTEAU HYDRAULIQUE	248
3.1. Modélisation du marteau et du casque	248
3.2. Etude paramétrique pour 1 m de chute	253
3.2.1. Résistance unique à la base	253
3.2.2. Rôle du frottement latéral	272
3.3. Raffinement du modèle	284
3.3.1. Tête du tube	286
3.3.2. Casque	288
3.3.3. Tube	289
3.4. Calcul d'une courbe d'étalonnage de battage	291
4. CONCLUSIONS	295

1. MESURES

1.1. Types de mesures

Les méthodes de calcul ayant démontré à suffisance que le comportement du sol était la plus grande inconnue, ce n'est que par l'instrumentation de pieux à battre que les paramètres du sol pourront être dégagés. Les mesures auxquelles nous avons procédé lors de chantiers expérimentaux se rapportent aux divers componsants en présence :

- le mouton (poids, hauteur de chute, vitesse d'impact) et son fonctionnement,
- le casque et son comportement sous essai de compression,
- le tube foncé (mesures cinématiques et dynamiques),
- le sol (investigation en vue d'identification ainsi qu'essais in-situ pour le comportement mécanique).

1.2. Mouton

Le mouton est caractérisé par ses dimensions et la matière qui le constitue. La forme étant habituellement cylindrique, on en mesure le diamètre et la hauteur. Le poids est obtenu par cubage en tenant compte que la masse volumique de l'acier qui le constitue est de 7850 kg/m^3 mais gagne à être vérifié par pesée directe.

Les paramètres de fonctionnement dont la mesure est décrite ci-après sont adaptés au type de mouton.

1.2.1. Mouton à chute libre

Pour décrire le coup donné, la mesure de la vitesse d'impact est la plus essentielle. Cependant, après avoir déduit par mesures le rendement de la chute, et connaissant la manière dont l'opérateur active le treuil, on peut déduire la vitesse d'impact de la mesure de la hauteur de chute. Cette seconde méthode est moins fiable. Toute autre méthode ne peut être admise dans le cadre d'essais, car une erreur sur l'énergie de l'impact amènera une déduction erronée du comportement du sol.

Pour la mesure de la vitesse d'impact, on a fait appel à des capteurs fixes de proximité activés par le passage de doigts formant une couronne solidaire du tambour. Si R_T est le rayon du tambour et N le nombre de doigts de la couronne, le

passage d'un doigt à l'autre par rotation du tambour correspond à un déplacement du mouton de :

$$\Delta h = \frac{2\pi R_T}{N} \qquad (3.1.)$$

Par comptage du nombre de passages des doigts à proximité des capteurs, on obtient la position du mouton à tout moment. En particulier, on peut extraire de la courbe de la position du mouton en fonction du temps : h_c la hauteur de chute ainsi que la vitesse au moment de l'impact par dérivation par rapport au temps. Une seconde dérivation donne l'accélération effective.

1.2.2. Mouton hydraulique

Pour le mouton hydraulique qui nous a servi à réaliser certains essais, il a été nécessaire d'utiliser un capteur de déplacement à longue course. Cette mesure directe permet en effet de connaître à tout moment la position du mouton. Comme le mouton était théoriquement actionné sur 1 m par des vérins hydrauliques, nous avons entreposé entre le châssis de levage et le mouton un capteur de type inductif dont l'axe était parallèle aux axes des deux vérins. La photo 3.1 p. 194 montre le corps du capteur fixé au châssis de levage traversé par le câble porteur du noyau et tendu entre les deux supports attachés en haut et en bas du mouton.

Lors de la mise en oeuvre de tels capteurs, il y a lieu en effet de veiller à ce que la partie la plus lourde subisse le moins de chocs et que la partie mobile soit aussi légère que possible. A cet égard le capteur inductif comporte deux parties : un corps contenant un bobinage fixe et un noyau de fer doux mobile. Le capteur utilise le principe de l'induction de force électromotrice depuis un bobinage primaire activé par un courant alternatif vers un bobinage secondaire réceptif par l'intermédiaire d'un noyau de fer doux. Le nombre de spires également espacées induites est lié à la pénétration de l'extrémité du noyau dans le bobinage récepteur tandis que le nombre de spires inductrices actives est constant. Il en résulte que la force électromotrice induite est une fonction linéaire de la position relative du noyau par rapport au corps. Pour mesurer les déplacements dans les 2 sens, le corps est constitué d'une bobine primaire centrale et de 2 bobines secondaires de part et d'autre. On les dénomme par le sigle "LVDT" d'après leur appelation en anglais : Linear Variable Differential Transformer.

Le capteur inductif utilisé était de marque Shaevitz et de type : 25002 XS-D, activé par une alimentation de 10 V oscillant à 2.5 kHz et dont la réponse était démodulée par un conditionneur de signal de type LPM210. D'une course de mesure de 1250 mm, et de résolution théoriquement infinie, le constructeur garantit 2 % de linéarité et une sensibilité de 14 mv/mm pour les 10 V d'alimentation. Le corps a une longueur de 1588 mm et pèse 1200 gr. tandis que le noyau ne mesure que 305 mm et ne pèse que 65 gr. Ce capteur fait l'objet d'une conception spéciale en raison du grand rapport entre la course et le noyau. L'étalonnage du capteur a permis de garantir une précision supérieure à 5 mm sur la position du noyau, tout en utilisant un facteur de conversion linéaire. L'erreur de linéarité étant progressive, on déduit que l'estimation de la vitesse par dérivation est faite à moins de 0.5 %.

1.2.3. Mouton diesel

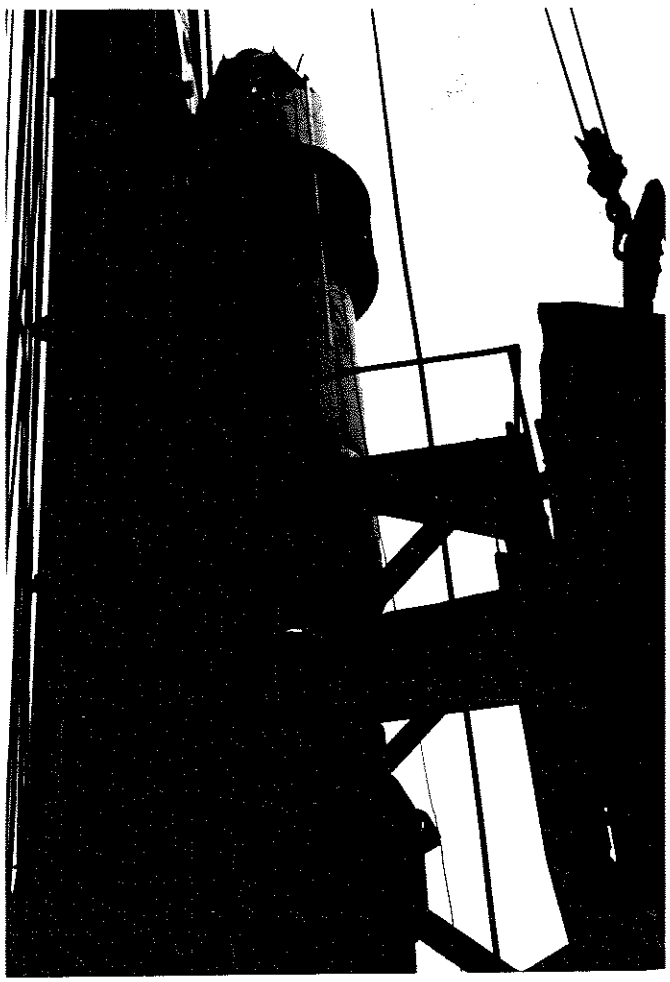
Outre les poids et dimensions de l'enclume, pour analyser le fonctionnement d'un mouton diesel, il y a lieu de mesurer en atelier ou de déduire par mesures les grandeurs physiques suivantes :

- les caractéristiques de l'enclume (poids, longueur, section)
- l'alésage du cylindre
- la hauteur à partir de laquelle les lumières d'admission d'air sont obturées (pour déduire le volume initial de compression des gaz)
- le volume de la chambre d'explosion
- la quantité de mazout injectée (au banc de réglage de la pompe d'injection).

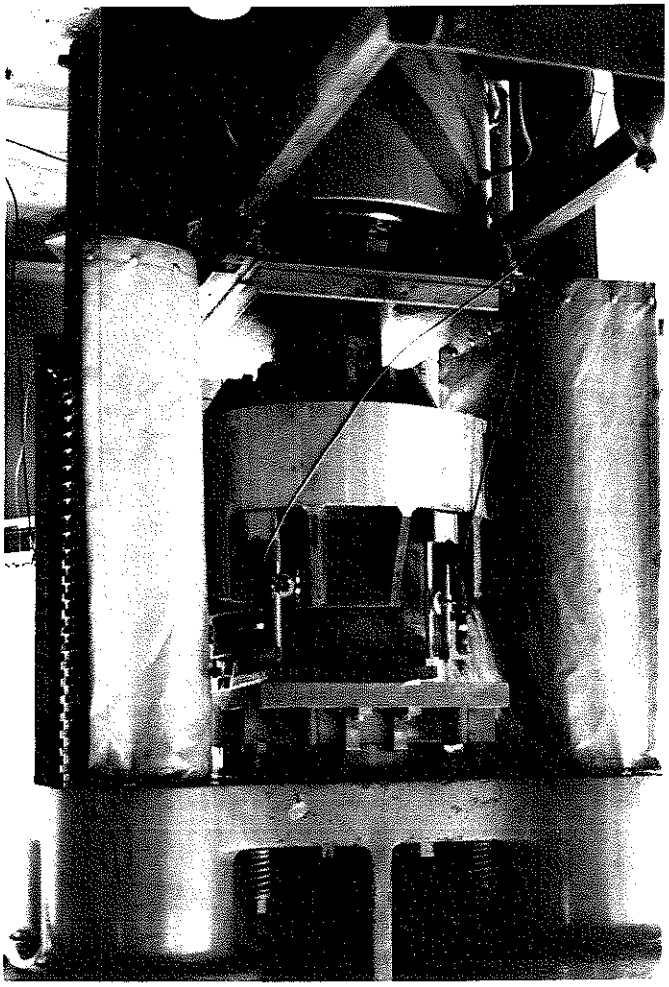
Sur le chantier, lors du fonctionnement du diesel, on peut procéder à la mesure :

- du mouvement du mouton,
- de la pression des gaz,
- de la température du cylindre,
- de la cadence de battage.

La mesure du mouvement du mouton est ardue étant donné la grande course (il faut prévoir 3 m), la faible accessibilité et la violence de l'impact du mouton sur l'enclume. Un procédé analogue à celui décrit pour le mouton hydraulique a été mis en oeuvre sur le Hera 3500. Le corps du capteur



1.



3.

2.



3.1 - Capteur de deplacement du marteau hydraulique

3.2 - Capteur de pression et temperature

3.3 - Mise en charge de casque

PHOTOS

1.4. Pieu

Les expériences réalisées sur chantier ont mis en oeuvre essentiellement des tubes en acier. Les techniques de mesure utilisées leur sont adaptées.

Un tube en acier (ρ_p = 7850 kg/m^3, E = 210.000 MPa, ν = 0.3) est caractérisé par ses dimensions physiques: longueurs et sections des différents tronçons qui le composent y compris les éléments de guidage. Alors que la mesure de la longueur et du diamètre extérieur ne posent pas de problème, la détermination de l'épaisseur peut être ardue en raison de l'inaccessibilité du diamètre intérieur, des tolérances de production des tubes, ainsi que de l'usure de la surface provoqué par des battages répétés dans des sols abrasifs.

Pour éviter les imprécisions, la mesure de l'épaisseur des tubes peut être faite localement par méthode ultrasonique. Cette mesure est particulièrement importante pour la section où la mesure de la déformation est effectuée. Un contrôle global peut être effectué par mesure des réactions du tube reposant sur deux supports.

Pendant le battage, les mouvements et efforts animant le tube sont obtenus par la mesure en un ou plusieurs niveaux de :

- l'accélération
- la vitesse
- le déplacement
- la déformation.

1.4.1. Accélération

La mesure de l'accélération est réalisée à l'aide d'un accéléromètre serti dans un dé en acier soudé sur la paroi du tube. L'axe de mesure est réglé parallèle à l'axe du pieu par un positionnement soigneux du dé de support.

Les accéléromètres sélectionnés pour le battage des tubes en acier sont de marque PCB et de type 305 A05.

Le fonctionnement de ce capteur est basé sur la charge électrique que prennent les extrémités d'un quartz piézoélectrique sous la force résultant de l'accélération d'une masse calibrée. Un amplificateur de charge incorporé permet de sortir au départ d'une alimentation de 15 V/DC un signal ayant une sensibilité de l'ordre de 2mV/g. Ce modèle qui pèse

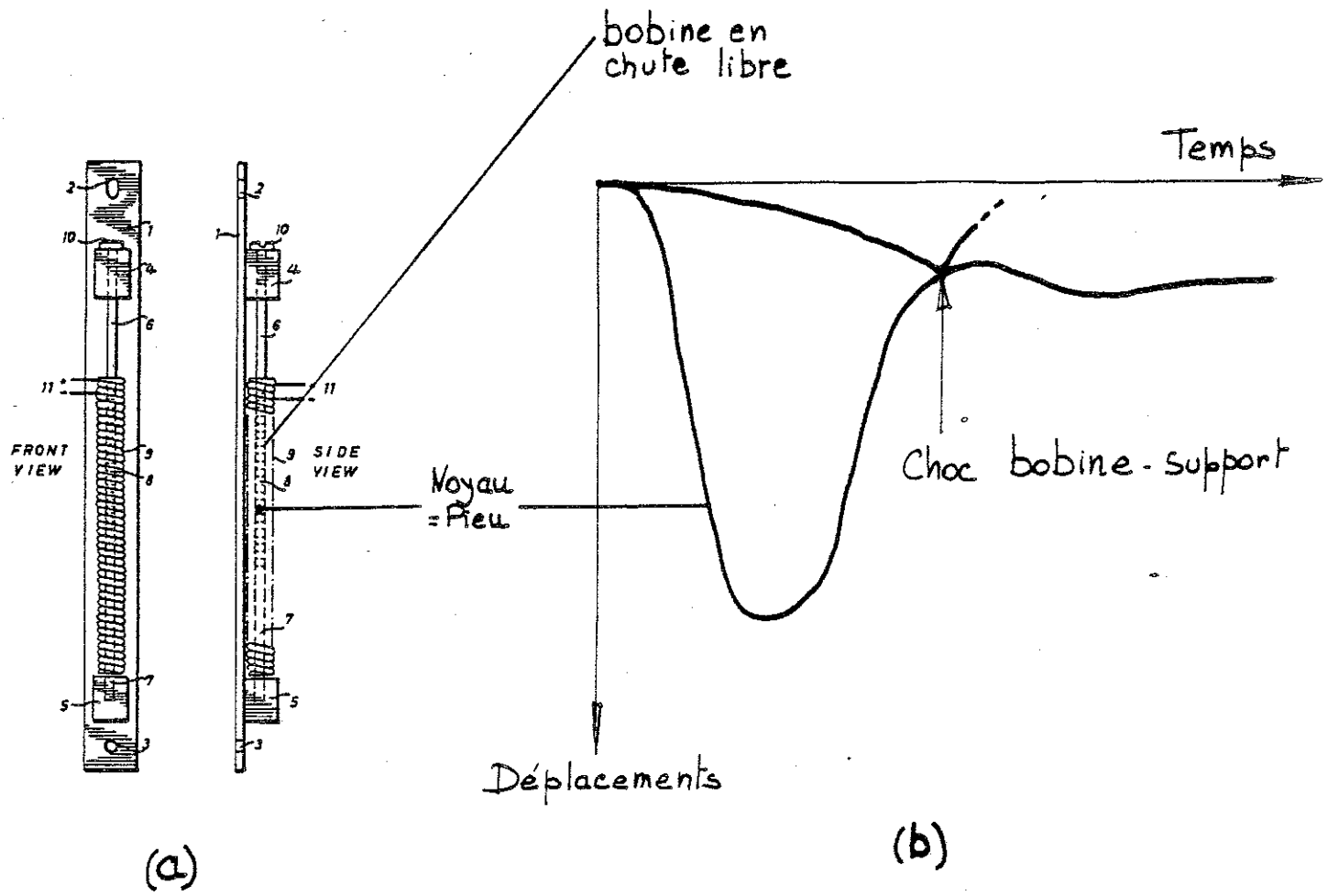
4.5 grammes a une gamme de + et - 2500 g. Les capteurs sont livrés avec une courbe d'étalonnage donnant la sensibilité avec précision et sa déviation en fonction de la fréquence. Comme la fréquence de résonance est de l'ordre de 50 kHz, la réponse à ± 5 % s'étale en fréquence de 0.25 à 8000 Hz. Vu ses faibles dimensions, le support soudé au tube est également miniature (10 x 10 x 20 mm) ce qui rend négligeable la perturbation due à la masse du système par rapport à la rigidité de la liaison avec le tube. La sensibilité transversale peut atteindre 2 % maximum de celle suivant la direction théorique de mesure.

Ces capteurs, que l'on a soin d'isoler de la masse du tube si on en utilise plusieurs, sont alimentés par des blocs indépendants de type PCB-480 B06 fonctionnant sur batteries. La connection est assurée par un câble coaxial qui rend la mesure insensible aux parasites.

1.4.2. Vitesse

Pour éviter de recourrir à une intégration pour obtenir la vitesse et assurer une meilleure fiabilité de la déduction du déplacement, il s'avère intéressant de mesurer la vitesse du tube directement.

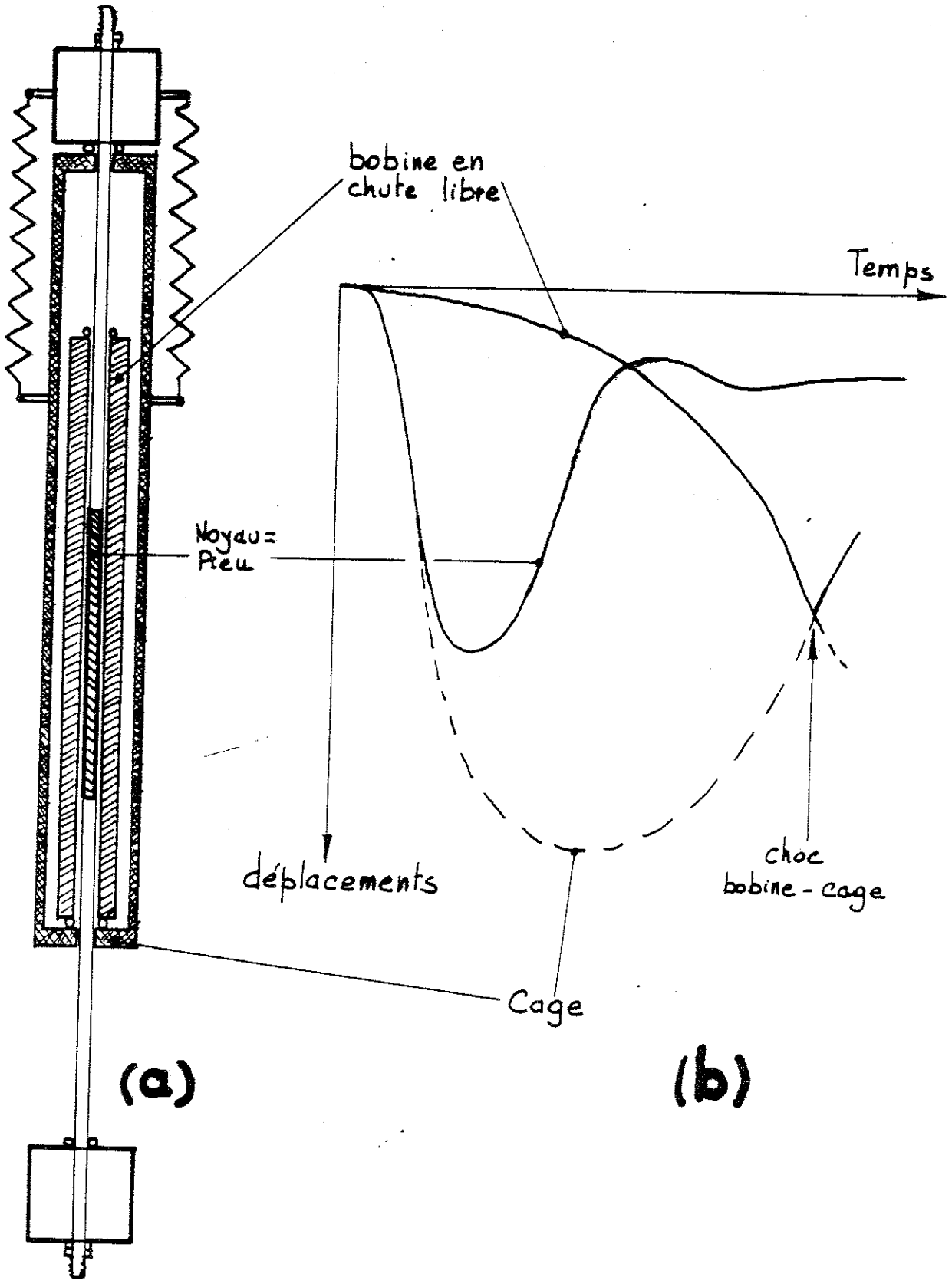
Le capteur de vitesse linéaire utilisé fonctionne sur le principe de l'induction. Un bobinage reçoit une force électromotrice proportionnelle à la vitesse de déplacement d'un noyau constitué d'un aimant permanent. L'appareil choisi est de marque Shaevitz, de type 7L6VT-Z. Il possède une course de 30 cm et sa sensibilité est de 8V/m/s. Son aimant est en "Cunife", la résistance de la bobine est de 2.2 kΩ et son inductance totale de 0.5 Henry. L'avantage de cet appareil est qu'il produit son signal de manière autonome, qui doit être réduit par pont diviseur pour rentrer dans la gamme de mesure du voltmètre enregistreur.
La difficulté de la solution est due au fait que le capteur comporte 2 pièces : un corps cylindrique contenant la bobine et un noyau plus léger (40 gr). Comme c'est le corps léger et robuste qui doit subir les chocs, c'est celui-là qu'il faut solidariser au tube. Le corps peut être maintenu fixe par un support extérieur, non influencé par le battage. Comme ce dispositif ne peut se faire en pratique que pour un instrument situé à hauteur d'homme, son application semble à priori illusoire. Cependant, Marchetti (1979) a imaginé de mettre en oeuvre le corps de la manière suivante. Le corps est libre de se mouvoir verticalement entre les 2 supports du noyau qui



a) Montage du capteur de vitesse (Marchetti 1979)

b) Mouvements des 2 corps

FIGURE 3.4



MONTAGE AMMELIORE DU CAPTEUR DE VITESSE

a) Dispositif avec cage

b) Mouvements des 3 corps

FIGURE 3.5

sont solidaires du tube (fig. 3.4a). Lorsque le tube est au repos, le corps repose par gravité sur le support inférieur. Au moment de l'impact, le tube est violemment accéléré vers le bas, dérobant dans sa descente le support sur lequel reposait le corps. Celui-ci n'est dès lors soumis qu'aux effets de la gravité et commence à tomber en chute libre. La mesure effectuée correspond alors à la vitesse relative du tube par rapport à un corps en chute libre. La vitesse absolue du tube est alors rétablie par addition d'une vitesse égale à g.t, g étant l'accélération terrestre et t le temps compté depuis la séparation du corps et de son support. Il est clair qu'avec ce dispositif, la mesure ne peut se poursuivre que jusqu'au moment où le corps en chute libre revient en contact avec son support mobile. Lors du rebond du pieu en effet un choc se produit, (fig. 3.4.b) au-delà duquel la mesure est difficile à interpréter. Toutefois, si l'impact du corps sur le support est de courte durée, le diagramme enregistré de la vitesse en fonction du temps fait apparaître des discontinuités qu'il est possible d'effacer. Le signal est corrigé en supprimant les escaliers de l'enregistrement correspondant aux rebonds du corps sur le support. Cette correction nécessite une interprétation particulière et donc, c'est ce choc qui a limité le domaine d'application de ce dispositif.

Nous avons introduit un perfectionnement à ce dispositif dont le principe est au départ excellent : il s'agit d'un support mobile par rapport au tube (fig. 3.5a). Ce troisième corps que nous appellerons cage est lié par un ressort prétendu au tube. Lorsque le tube est au repos, la cage est maintenue en contact avec le support supérieur par le ressort reliant ces deux éléments. Dans cette situation, le corps du capteur repose sur la base de la cage dont la longueur est inférieure à la distance séparant les deux supports. Sous l'effet de l'impact, le tube pousse par l'intermédiaire du support supérieur la cage vers le bas dont la base se dérobe sous le corps du capteur. Ce dernier entre en chute libre comme précédemment. Cependant (fig. 3.5b), du fait que la cage n'est plus solidaire du tube lorsqu'il remonte, elle continue par inertie sa course vers le bas, soumise à la gravité et à l'effort de rappel généré par le ressort reliant la cage au tube. Ce mouvement prolongé permet au corps de continuer sa chute libre sans rencontrer d'obstacle et donc de fournir la mesure pour un temps postérieur au rebond du pieu, voire jusqu'à sa quasi-stabilisation. Pour que le temps de mesure soit prolongé de manière significative, il y a lieu de dimensionner soigneusement le système quant à la masse de la cage, la constante de rappel du ressort et sa précontrainte, eu égard à la vitesse maximum attendue au niveau de mesure.

Bien que les systèmes que nous ayons utilisés aient fait l'objet d'une étude particulière, il nous semble possible de concevoir un capteur intégrant ces diverses composantes pour fonctionner dans des conditions courantes de battage. Le détail du dimensionnement qui n'est pas repris ici gravite autour de l'analyse d'un système oscillant à un degré de liberté dont le support subit un déplacement transitoire.

Grâce à ce dispositif, il nous est possible de produire des mesures directes de la vitesse et par simple intégration, de donner le déplacement absolu du tube en fonction du temps jusqu'à une situation approchant la stabilisation après impact.

1.4.3. Déplacement

Bien que nous n'ayons pas utilisé directement des capteurs de déplacement, LVDT ils peuvent être utilisés dans les mêmes dispositifs que ceux mentionnés pour les capteurs de vitesse. Leur utilisation est peu courante,(Housel 1965), mais sert de calibration aux autres mesures.

Par contre l'enfoncement au cours du coup peut être pris manuellement. La technique consiste à attacher une feuille de papier au tube et à tracer une ligne absolue horizontale lors du choc. Du point de vue pratique, la solidarisation du support peut se faire par bandes adhésives ou par aimantation. Un procédé relativement simple et efficace consiste à disposer d'une feuille contenant une matière magnétisée : la fixation peut se faire à tout niveau et n'est pas empêchée par de mauvaises conditions climatiques ou par le sol adhérant encore au tube. Le mouvement du marqueur est guidé par une latte horizontale. Pour arriver à prendre des tracés valables, il faut prendre une certaine habitude et synchroniser son mouvement de plume à la cadence de battage. De cette mesure qui est réalisée à quelques décimètres du niveau du sol ressort l'enfoncement maximum, l'enfoncement permanent ainsi qu'une idée des oscillations du tube.

Outre cette mesure ponctuelle, le diagramme de battage est obtenu sur toute la pénétration du tube. Ce dernier est préalablement marqué de traits horizontaux tous les 20 cm qui permettent de compter le nombre de coups nécessaires à l'enfoncement du tube sur cette distance. C'est ce qui est symbolisé par "N_{20}". Il est en effet utile de disposer de cette mesure sur des intervalles suffisamment faibles, et non tous les mètres, afin de dégager l'influence des couches,

même fines de terrain ainsi que les transitions entre couches de nature différente. Lorsque le nombre de coups devient trop élevé pour être compté sur 20 cm, le refus est alors pris de manière classique : un repère est marqué sur le tube et 10, 20, 50 ou 100 coups après, on mesure de combien il est descendu par rapport à la référence.

Toutes ces opérations se résument sur un diagramme de battage ou le diagramme des "N_{20}" en fonction de la profondeur.

1.4.4. Déformation

Pour respecter la réalité des éléments introduits par l'équation de l'onde, il y a lieu de compléter la mesure cinématique de vitesse par une mesure dynamique de force. Celle-ci n'est accessible, si l'on veut respecter la constitution du système battu, que par la mesure de la déformation d'une section du pieu à un niveau choisi. Pour ce faire, il est indispensable de connaître avec suffisamment de précision le module de raideur EA intervennant dans la formule :

$$F = EA.\varepsilon \qquad (3.2)$$

donnant la force F en fonction de la déformation ε. Puisque les tubes sont en acier, E peut être pris égal à 210000 MPa. Par contre, la valeur de A doit être minutieusement établie sur base des dimensions physiques de la section du tube au niveau de mesure.

La déformation ε est déterminée par jauges de contrainte collées directement à même la paroi extérieure du tube, préalablement apprêtée à cet effet. Pour éviter les effets de flexion sur la mesure, on dispose 2 jauges en positions diamétralement opposées. Le montage est de type demi-pont les jauges actives étant opposées dans le schéma de Wheastone. Si les jauges passives font partie de l'installation fixe, la compension de température n'est pas assurée et seule la partie transitoire du signal peut être utilisée. S'il est nécessaire de compenser thermiquement le point, pour déterminer par exemple des contraintes résiduelles, le montage à adopter est un pont complet où toutes les jauges sont collées au tube. Les jauges paires sont alignées sur l'axe du tube tandis que les jauges impaires leur sont perpendiculaires. Le facteur de jauge de l'ensemble du pont tient alors compte de la déformation des jauges horizontales suite à l'effet de Poisson (ν=0.3 pour les tubes en acier).
Les jauges utilisées sont de marque TML et de la série WF,

moulées d'un film plastique évitant de faire la soudure des fils sur le tube. Pour un montage en demi-pont, elles sont du type LA-6 tandis que pour un montage en pont complet, elles sont préassemblées en unités de 2 jauges perpendiculaires : type CA-6. Leur longueur active est de 6 mm et leur résistance nominale de 120 Ω ($\pm$ 0.5 Ω). Le facteur de jauge qui est donné par le fabricant au demi-pourcent près est de l'ordre de 2.1.

Pour les essais de battage sur un tube et dans le cadre de leur utilisation, (une journée) la préparation de la surface par disqueuse mettant l'acier à vif et l'utilisation immédiate d'une colle ultra-rapide (Cyanolite) ont donné pleine satisfaction.

Les fils des jauges collées sur le tube aboutissent à un élément de connection solidaire du tube, duquel part un câble torsadé et blindé vers la boîte et l'ampli en surface. Le câblage est établi de manière à équilibrer les résistances de ligne dont les différences sont de toutes façons réduites grâce à l'utilisation de câbles de 20 m dont les fils ont une résistance spécifique de 12 10^{-3} Ω/m.

L'alimentation et l'amplification du signal fourni par les jauges sont assurés par un ampli dynamique de marque San-ei et de type 6M71. Fonctionnant sur secteur, il alimente un pont en courant continu (2 V ou 6 V pour les appareils qui s'y raccordent) et son équilibrage est manuel. Ayant une courbe de réponse de 0 à 50 kHz il peut monter jusqu'à une sensibilité de 0.5 V/µstr. N'étant équipé nous-mêmes que de deux de ces amplis, nous avons utilisé pour certains chantiers 2 autres appareils de même marque et de spécifications semblables qui nous ont été bienveillamment mis à disposition par l'Ecole Royale Militaire (Service du Professeur Bourgois).

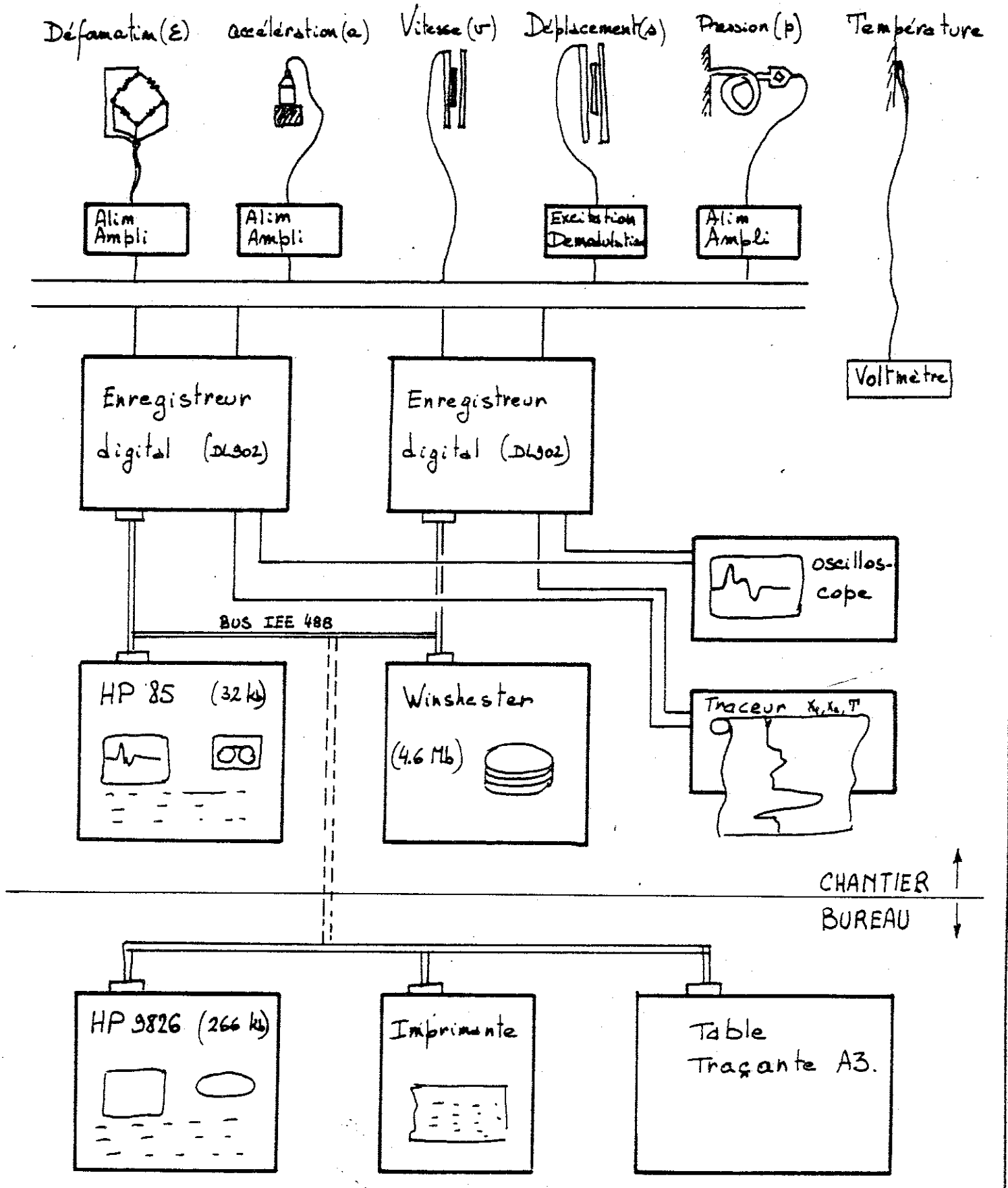
1.4.5. Enregistrement

Pour fixer de manière permanente l'évolution des signaux électriques transmis par les différents appareils de mesure, nous avons opté pour un enregistrement digital in-situ. En effet, pour nous donner la possibilité d'examiner sur chantier certaines parties de signaux en grand détail ainsi que d'analyser le comportement à haute fréquence de nos chaînes de mesure, il nous a apparu intéressant de disposer d'un appareil capable de scruter les hautes fréquences qui, selon la littérature, ne sont pas à priori significatives.

Cette spécification, ajoutée au fait qu'il ne nous semble pas essentiel d'enregistrer absolument tous les coups, nous a orienté vers un enregistreur digital dont la réponse en fréquence s'étale de 0 à 400 kHz. L'enregistrement de tous les coups ne nous apparaît pas comme indispensable, étant donné la répétabilité des enregistrements effectués sur bande magnétique. L'unique cas où elle nous semble intéressante est le cas de la surveillance de pieux préfabriqués en béton sujets à rupture lors de battage. Par contre, l'objectif du perfectionnement des engins de battage ne peut être rempli que si la chaîne est capable d'analyser la vibration de pièces mécaniques résonnant à haute fréquence.

Les 2 appareils choisis sont de marque Data Lab et de type DL902 à 2 canaux. L'entrée à fond d'échelle va de 0.1 à 5 V, ce qui impose des ponts diviseurs pour les signaux plus élevés. L'avantage du voltmètre digital à mémoire est sa haute impédance : 1MΩ et 47pF. La conversion du signal en données digitales s'effectue à un rythme pouvant aller de 1 µs à 50 ms. la résolution de la conversion de la valeur lue en un mot de 8 bits est donc de 1/256 ou 0.39 % du fond d'échelle. La taille de la mémoire détermine la durée du signal enregistré, eu égard au rythme d'échantillonnage : elle est de 2.048 mots par canal, soit par exemple de 102 ms pour un rythme de 50 µs. L'enclenchement du processus de conversion est réglé pour un niveau du signal et la durée du signal déjà écoulé préalablement peut être aussi réglé (Pré-triggering).

Une fois qu'un signal a été mémorisé, il peut être reproduit via les différentes sorties dont est muni l'appareil. Une première visualisation peut être donnée par une sortie rapide de l'enregistreur. Cette visualisation est effectuée pour les 2 voies sur un même canal de l'oscilloscope. Au moyen de l'oscilloscope à 2 canaux de marque Gould, type OS255 (15MHz), il est possible de visualiser simultanément les 4 voies des 2 enregistreurs. Si de cette visualisation il ressort que les signaux sont dignes d'intérêt, deux supports permanents peuvent être utilisés. D'une part, en branchant un traceur 2 plumes x,t sur la sortie lente de l'enregistreur il est possible d'obtenir un tracé dont les échelles peuvent être choisies. D'autre part, au moyen de la sortie digitale assurée par l'interface IEE-488, il est possible de transférer en bloc (± 2 secondes) le contenu de la mémoire de l'enregistreur dans la mémoire d'un ordinateur de chantier (HP 85) appuyé par une unité de disque Winchester de 4.6 mégabytes. Ces données sont alors relues et interprétées plus en profondeur par un ordinateur de bureau compatible (HP9826) possédant une imprimante rapide et une table traçante. Il en



CHAINE DE MESURES ET D'INTERPRETATION

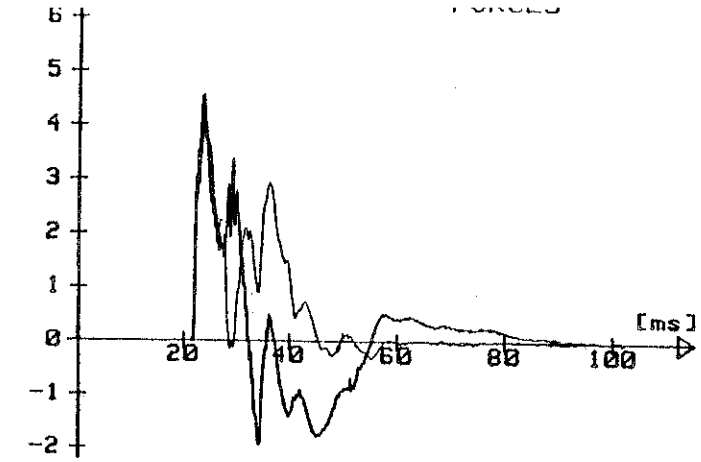
FIGURE 3.6

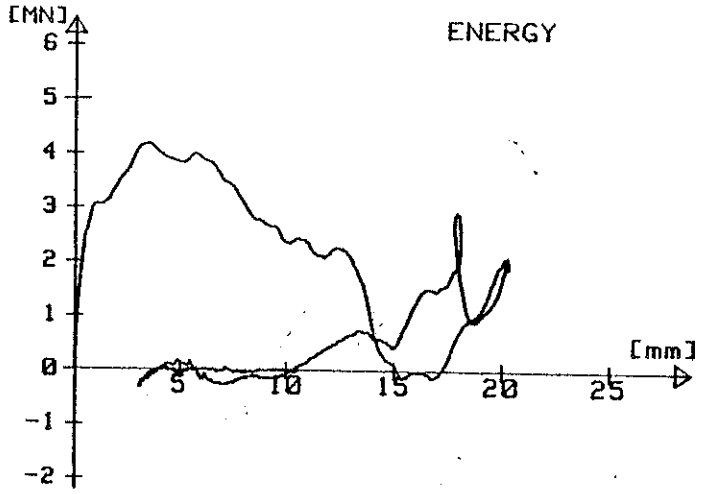
résulte que les mesures sont vérifiées in-situ avant d'être enregistrées et que leur conversion définitive peut être faite directement moyennant l'introduction des données servant à définir les facteurs de conversion de chacune des mesures, et qui sont notées sur chantier ainsi que de l'interprétation de signaux caractéristiques de calibration. Leur interprétation est alors assurée par traitement des données au moyen d'un programme écrit en language BASIC. L'ensemble des appareils concernés est repris dans le schéma du dispositif à la figure 3.6 p. 207.
Lors de chantiers nécessitant la mesure simultanée sur plus de 4 canaux, nous avons fait appel à un matériel ayant des performances au moins égales, opéré par l'équipe du service d'électricité de l'Institut Montefiore (ULg).

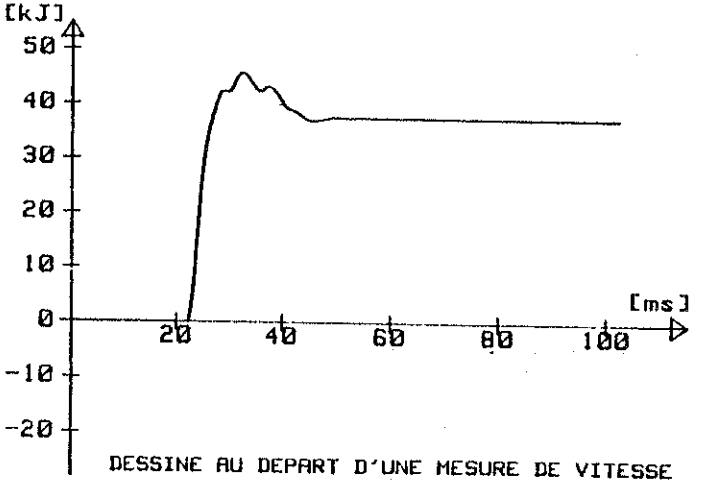
1.4.6. Présentation des mesures

Pour interpréter visuellement les résultats des mesures de battage, on se servira de deux grandeurs essentielles qui gagnent à être présentées de manière adimensionnelle. Ces grandeurs mises en évidence par la théorie sont d'une part l'onde de force, d'autre part l'onde de vitesse; toutes deux reliées dans les premiers instants par l'impédance. La mise en coordonnée adimensionnelle permet de présenter les résultats aussi bruts que possible, la seule hypothèse d'interprétation étant la valeur prise pour la vitesse de propagation des ondes. La première grandeur adimensionnelle est la déformation en fonction du temps. La seconde est appellée "vitesse adimensionnelle" : c'est le rapport de la vitesse mesurée directement, ou obtenue par intégration de l'accélération, à la vitesse de propagation des ondes dans le milieu constituant le pieu. Dans le cas des tubes en acier on adopte 5.2 m/ms.

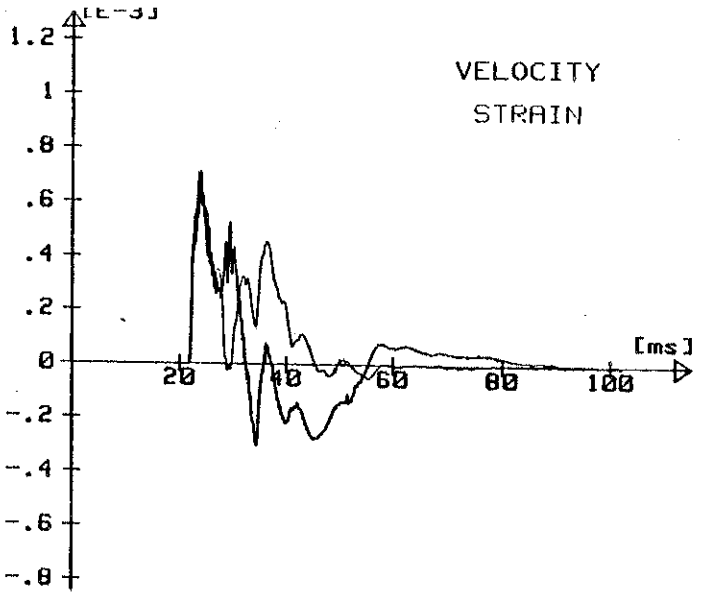
Ces deux données adimensionnelles sont représentées dans le coin supérieur droit de notre disposition standard de présentation (voir figure 3.7 p. 209) : ce diagramme intitulé "VELOCITY" et "STRAIN" présente, en fonction du temps, exprimé en ms d'une part, la valeur de déformation (en 10^{-3} 1000 µstr) dans la même couleur que celle utilisée pour le texte "STRAIN" (généralement verte sur l'original) et d'autre-part, la valeur de la vitesse adimensionnelle (en 10^{-3}) dans la même couleur que celle utilisée pour le texte "VELOCITY" (généralement rouge). L'échelle horizontale du temps est de 1 mm par ms tandis que la verticale est de 50 ou de 100 mm par 10^{-3}. Du fait que les graphiques sont tracés sur format A3, il a été nécessaire de les réduire en A4 pour

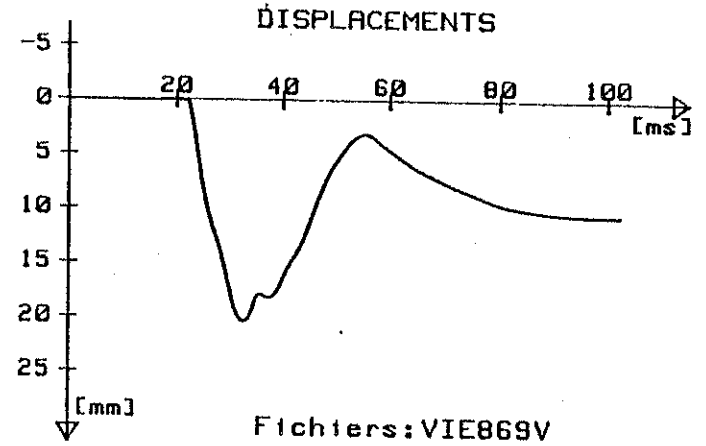






DESSINE AU DEPART D'UNE MESURE DE VITESSE





Fichiers: VIE869V
DFE869E
VIE869D

FIGURE 3.7
Mesures à 13.2 m

FRANKI
RESEARCH AND DEVELOPMENT
08.10.82
ALMELO
MAGNUS

les inclure de manière pratique dans ce travail. Il en résulte que les échelles des copies ne peuvent être lues en reprenant ces principes, le facteur d'échelle étant à diviser par un chiffre proche de 1.6.

Ces deux mesures sont reproduites dans le coin supérieur gauche du format A3 sous le label "Forces". L'échelle de temps est la même tandis que selon l'axe vertical sont représentées les forces obtenues par multiplication des données adimensionnelles par le module de raideur. L'unité est le MN qui est habituellement représenté par 10 ou 20 mm. La déformation multipliée par le module de raideur représente bien l'effort qui est tracé en fonction du temps. La vitesse adimensionnelle multipliée par le module de raideur n'est autre que le produit de la vitesse par l'impédance $\rho v_c A = EA/v_c$ du pieu. Pour arriver à cette première interprétation, il est nécessaire de disposer d'une valeur fiable du module de raideur. Une surestimation de l'épaisseur du tube à ce stade impliquera une erreur dans les diagrammes de force et une surestimation des résistances du sol et de l'énergie traversant la section de mesure.

Revenant à la partie droite du format A3, sous le diagramme des mesures adimensionnelles a été représenté le déplacement en fonction du temps. L'échelle du temps est identique à celle utilisée pour les autres diagrammes. Le déplacement qui est porté vers le bas, pour le comparer aisément à une lecture obtenue par tracé direct, est gradué en mm et a une échelle qui s'adapte à l'enfoncement maximum. Cette fonction est obtenue par intégration directe du signal de vitesse au cours du temps. Le signal de vitesse qui est intégré a été préalablement corrigé pour tenir compte du mouvement en chute libre du corps du capteur ainsi que des éventuels rebonds lorsqu'une cage n'a pas été utilisée. Lorsque la mesure directe de la vitesse n'est pas disponible, le déplacement tracé est obtenu par double intégration du signal d'accélération. L'expérience montre que la double intégration est rendue difficile, voire irréaliseable à cause de problèmes de zéro initial, de parasites, ou de dérive.

Grâce à la détermination du déplacement en fonction du temps ainsi qu'au diagramme de la force en fonction du temps, il est possible de tracer la courbe de mise en charge dynamique. Celle-ci qui est placée au milieu à gauche du format A3 est intitulé "ENERGY". L'axe horizontal est celui du déplacement gradué en mm tandis que l'axe vertical est celui de la force graduée en MN. Le diagramme est intitulé "ENERGY" car c'est ce diagramme d'état permet de dégager, par intégration curviligne l'énergie traversant la section. Cette intégrale,

qui n'est autre que l'intégration par rapport au temps du produit de la force et de la vitesse est représenté juste en dessous.
En fonction du temps,toujours exprimé en ms est portée l'énergie se trouvant sous le niveau de mesure, exprimée en kJ ou kNm. Il est intéressant d'en relever le maximum, qui n'est autre que le "Enthru", mais aussi la restitution avant d'atteindre le niveau de stabilisation correspondant à l'énergie dissipée.
Ces niveaux doivent alors être comparées à l'énergie incidente.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que le format des figures a dû être réduit et que, quand on parle de format A3, on se réfère à l'original obtenu à la table traçante.

1.5. SOL

Pour l'ensemble des essais de reconnaissance, in situ et de laboratoire disponibles en géotechnique, ceux qui ont été réalisés sur les 2 sites expérimentaux sont ceux qui sont habituellement exécutés dans le cadre d'une campagne de reconaissance en vue de déterminer le type de fondation d'un ouvrage et plus particulièrement ceux exécutés pour dimensionner les fondations profondes. Outre les forages nécessaires à l'identification des différentes couches de sol, l'emphase a été placée sur les essais de pénétration. Ces essais de rupture détaillent assez finement le sous-sol pour espérer corréler certains paramètres avec les mesures de battage effectuées. D'autre part, nous avons voulu utiliser les données habituellement disponibles dans le cadre d'une prévision et non prendre l'optique de recourir systématiquement à des essais spécialisés. Dans le cadre des chantiers de recherche, on a cependant imposé que ces essais soient exécutés au droit des pieux à fonçer et ce pour s'affranchir des effets de la dispersion des caractéristiques du sous-sol d'une verticale à l'autre.

Puisque les expériences ont été conduites sur 2 sites distincts, nous profiterons de ce sous-chapitre consacré à la description des mesures effectuées pour préciser les investigations géotechniques conduites et introduire le premier site d'essai du point de vue général.

1.5.1. Site d'Almelo

En bordure du terrain d'implantation du nouvel hôpital d'Almelo (Pays-Bas), a été sélectionné un site destiné à réaliser des expériences de battage en vue d'établir les mérites respectifs de divers systèmes sur des conditions uniformes. Au-delà de cette motivation première, existe dans le chef de l'auteur qui a exécuté ces essais, l'espoir de mieux cerner les paramètres physiques déterminant l'efficacité du battage et ce, dans le but d'être à même d'émettre des prévisions dans des situations non directement comparables.

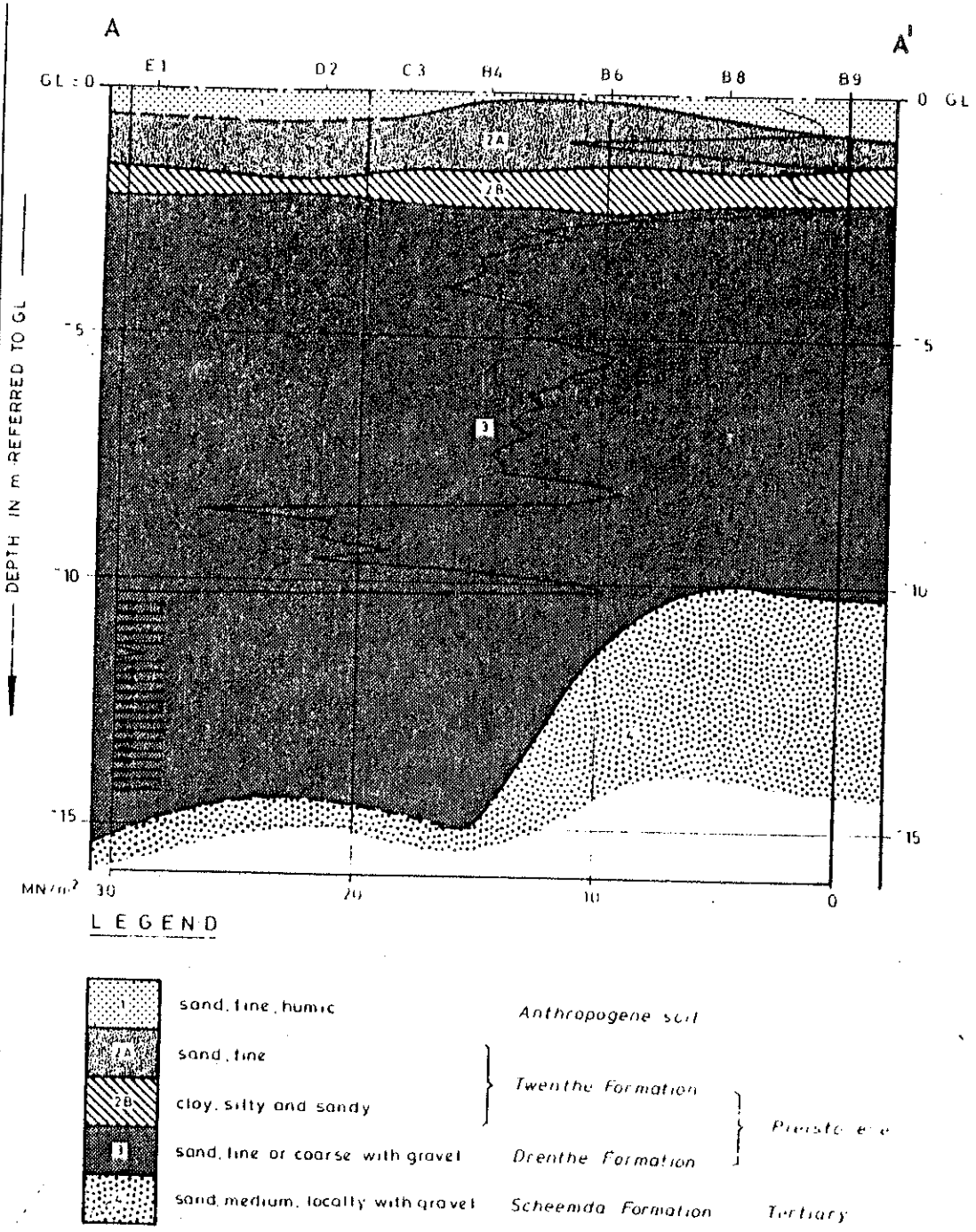
La campagne de reconnaissance géotechnique réalisée par le Laboratorium voor Grondmechanica (LGM) dans le courant du mois de septembre 1982 s'est composée de 8 CPT avec mesure du frottement total, de 12 CPT avec mesure du frottement local et de 4 CPT avec mesure des pressions interstitielles (piezocone); tous ces essais étant réalisés au cône électrique. Un forage a été exécuté avec SPT tous les mètres et a servi à l'installation d'un piézomètre à 6 m de profondeur. Un essai de pénétration dynamique suivant la technique DPA a été également exécuté. L'ensemble du sous-sol peut être synthétisé par la photo prise de la carotte continue au moyen de la technique de prélèvement au diamètre de 66 m mise au point par le L.G.M.. Ces essais qui atteignaient les 15 m de profondeur au minimum servaient à définir avec précision les données locales sur les verticales des tubes à battre dont une appréciation était déjà possible grâce à la campagne d'investigation conduite par l'hôpital. L'implantation des essais ainsi que la coupe géologique sont fournies à la figure 3.10 p. 213. Sous un sable fin organique, de faible épaisseur (0.5m) et appporté par l'homme se distinguent les 3 formations géologiques suivantes :

- La formation de Twenthe, datant du pléistocène supérieur est constituée de dépôts formés sous des conditions périglaciales pendant la période "Weichsel". Elle peut être divisée en une couche supérieure d'environ 1 m d'épaisseur de sable d'origine éolienne (sable de couverture, $d_{50} \simeq 0{,}15$ mm avec d_{50} : diamètres des tamis pour 50 % de passant dans la courbe granulomètrique) et en une mince couche ($\simeq$ 0.5 m) d'argile sableuse et limoneuse. Cette dernière s'identifie aisément au moyen de l'essai de pénétration par les faibles valeurs de la résistance au cône ainsi qu'à l'indice de frottement élevé (F.R. $\geq$ 1 %)

- La formation de Drenthe, datant du pléistocène moyen est constituée de Sill et d'autres dépôts fluvio-glaciaux en rapport avec l'avance du glacier scandinave. Variant sur une épaisseur de 8 à 13 m sur le site, cette couche résulte

IMPLANTATION DES ESSAIS A ALMELO

COUPE GEOLOGIQUE ET GEOTECHNIQUE



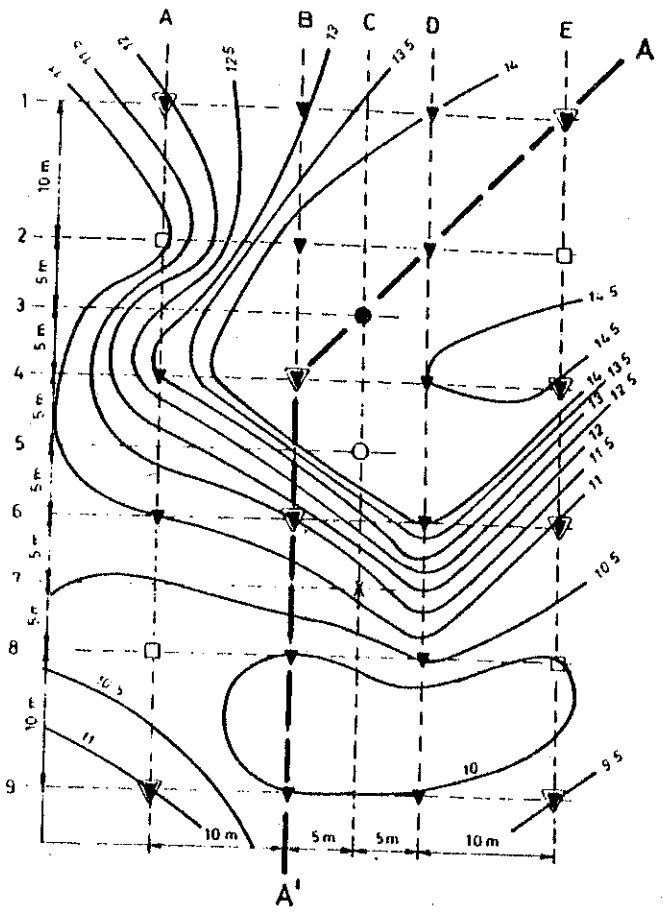


Figure represents the depth contours in metres referred to GL of the top surface of the Scheemda Formation

- CPT test with total shaft friction (q_c and F)
- CPT test with local skin friction (q_c and f_s)
- CPT test with piezocone (q_c + u)
- Continuous sampling ø 66 mm
- SPT + Placement of a piezometer
- X DPA test (Dynamic Penetration Test)

GL : ground level

FIGURE 3.10

de la superposition d'horizons de sable fin et grossier compact (d50 ≈ 0.5 mm) avec des épisodes graveleux. La valeur de la résistance à la pointe se situe en général entre 10 et 20 MPa tandis que l'indice de frottement est extrêmement faible : 0.2 - 0.4 %. Les épisodes graveleux peuvent faire monter localement la résistance au cône jusqu'à 28 MPa.

- La formation de Scheemda, datant du pliocène supérieur est constituée selon la littérature de dépôts fournis par un ancien réseau de rivières drainant le basin baltique et l'Allemagne du nord. Compte tenu de la morphologie de surface, cette hypothèse semble plausible. Dans cette couche constituée de sables moyens très compacts, accompagnés de graviers fins la résistance au cône monte rapidement au delà de 40 MPa, alors que la valeur typique de l'indice de frottement s'établit à 0.6 %.

L'essai de pénétration dynamique SPT se compare fort bien aux essais de pénétration statique environnants jusqu'à 10 m de profondeur où le rapport q_c (en kg/cm^2) à N_{SPT} est d'environ 10. Pour les profondeurs supérieures la valeur augmente fortement pour s'établir entre 20 et 30. Etant donné que le niveau de la nappe s'établit à 3.2 m sous le niveau du terrain, l'exécution du forage dans les zones de sable fin au clapet peut avoir eu pour effet de décomprimer le terrain et de donner des valeurs pessimistes du SPT. Par extrapollation de la partie linéaire de la pression donnée par le piézocone, on obtient un niveau de nappe de 1.8 m, qui est supérieur au niveau mesuré dans le piézomètre (3.2 m). Cette différence peut être attribuée à la pression interstitielle positive créée lors de l'enfoncement régulier du piézorcone dans le sable. Dans la couche argileuse, cette surpression est amplifiée tandis que lors de la perforation d'horizons de sable plus compact ou plus graveleux, elle disparaît.

L'essai de pénétration dynamique DPA, converti au moyen de la formule de battage hollandaise en résistance dynamique au cône colle assez bien au diagramme de la résistance au cône quasi statique. Dans la couche de sable où q_c vaut de 10 à 16 MPa, les valeurs de la "résistance dynamique" q_{da} obtenues sont de 20 à 40 MPa, le rapport moyen s'établissant à 14/25 = 0.56 . Ce rapport plus ou moins constant n'est plus vérifié lors de la pénétration dans la couche de sable et gravier fin très compacte; en effet il devient : 40/200 ≈ 0.2. On en déduit que pour cette couche très résistante, l'énergie de battage de la sonde dynamique n'est plus suffisante pour permettre une mise en lumière proportionnelle des

caractéristiques du terrain : on se situe dans les limites d'application du procédé avec une vingtaine de coups par cm d'enfoncement.

Cette description générale de l'ensemble des données sera précisée selon les besoins pour illustrer les différents essais réalisés et leur corrélation avec le calcul.

1.5.2. Site de Kallo

Le site de Kallo, dont les résultats ne seront utilisés qu'au chapitre V, sera introduit à cet endroit.

2. ESSAIS AU MARTEAU HYDRAULIQUE

2.1. Description du marteau

Le marteau utilisé est du type hydraulique à simple effet. De marque MAGNUS et de type 456, il est caractérisé par les grandeurs suivantes, publiées par le fabricant :

- Masse frappante : 6.000 kg
- Masse totale : 7.400 kg
- Energie de frappe : 60 kJ
- Cadence de battage : 30 c/min. (0,5 Hz)
- Puissance hydraulique : 75-85 kW
- Pression hydraulique de fonctionnement : 33 MPa

Le mouton est représenté à la figure 3.8 p. 217. La masse frappante, d'une hauteur de 2,5 m est soulevée par 2 vérins latéraux. La hauteur de relevage est liée au volume d'huile admise dans les vérins. Ce volume d'huile est estimé par le nombre de révolutions de l'axe de la pompe hydraulique.

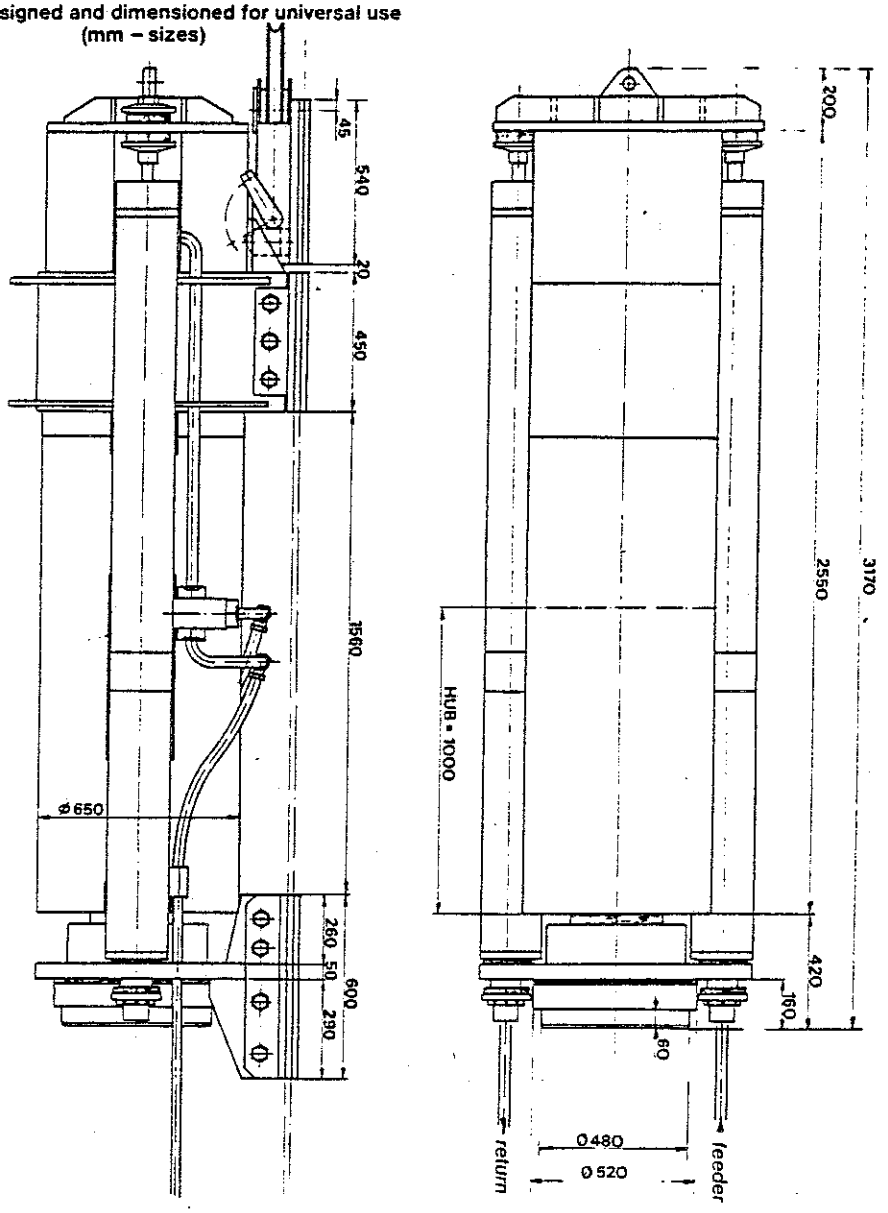
Un compteur de révolutions permet d'enclencher la commutation d'une vanne hydraulique lorsque le nombre de révolutions devient égal à une valeur choisie prédéterminée. Un coffret électronique permet de fixer la hauteur de chute parmi 5 valeurs disponibles, que l'opérateur sélectionne au moyen d'un commutateur indépendant.

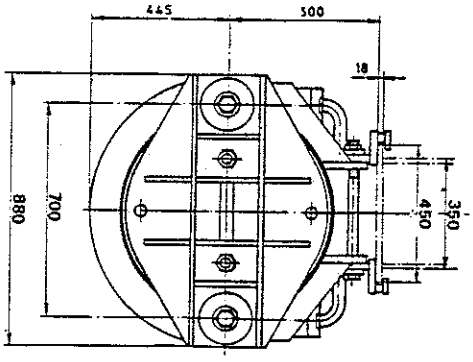
Lorsque la vanne spéciale hydraulique est commutée, elle renvoie le débit d'huile venant de la pompe vers un accumulateur tandis que l'huile des vérins est recyclée en boucle fermée lors de la chute du marteau. La chute du marteau est freinée donc uniquement par frottements le long de ses glissières et par la résistance à l'écoulement de la boucle hydraulique. La reprise du mouton vers le haut pour le coup suivant est assurée par le recommutation de la vanne hydraulique après un délai dépendant de la hauteur de chute.

Le bon guidage du mouton, le freinage faible et reproductible vis-à-vis de la chute s'associent au système automatique de régulation de la hauteur de chute pour mettre entre les mains des batteurs de pieux un système extrêmement régulier. C'est cette reproductibilité et régularité de fonctionnement qui en font un donneur de coups "scientifique".

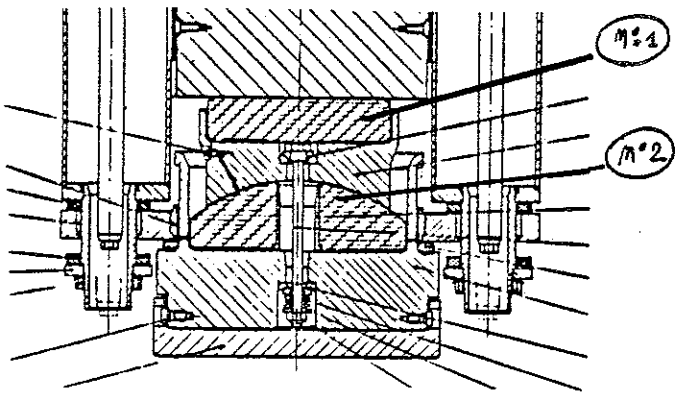
ONE magnus 456 single acting hydraulic hammer = **THREE** drivers: 6 tons – 5 tons – 4 tons

● Ideally designed and dimensioned for universal use
(mm – sizes)





Hammer guides adaptable to any type of leads.



3.8 – Schéma du mouton hydraulique Magnus

3.9 – Schéma du casque intégré à l'équipement Magnus

FIGURES

Une autre caractéristique intéressante pour l'expérimentation est que 1 ou 2 coquilles de 1000 kg chacune peuvent être enlevées pour en faire un marteau de 5000 kg ou de 4000 kg de masse frappante.

Le marteau est muni d'un casque d'une hauteur totale de 42 cm, se terminant à la base par une plaque en acier assez massive. Les 2 éléments en nylon renforcé amortissant le choc sont schématisés à la figure 3.9. p. 217.
On remarquera la forme hémisphérique de l'élément supérieur destinée à tolérer des désaxements importants entre le mouton et la tête du pieu. Le résultat de ce dispositif est une homogénéité des contraintes et des vitesses imparties dans la section du pieu.

2.2. Essais réalisés.

Le même tube a été battu en trois endroits différents sur le site d'Almelo au moyen du marteau Magnus équipé avec la masse frappante de 6000 kg.
Le tube était caractérisé par un diamètre extérieur de 420 mm, une épaisseur de paroi de 25 mm et une longueur de 16,95 m. Pesant un peu plus de 4 tonnes, il était obturé à sa base par une plaque de 16 mm d'épaisseur et de 480 mm de diamètre.

L'ensemble des essais visait directement à mettre en évidence le rendement du marteau et de ses accessoires. En particulier on a voulu mettre en évidence le rôle du casque ainsi que l'influence de la hauteur de chute.

Le premier tube a été battu à la verticale du point de repère E9 (voir plan de situation à la figure 3.10 p. 213). C'est au cours de ce battage que le mouton avec le casque CANCAP a étén mis e service. Les cadences et diagramme de battage ont été . relevés Pour les 15 derniers cm de ce tube battu jusqu'à la r profondeu de 11,40 m, on a travaillé sans le CANCAP, c'est-à-dire avec un montage standard.

Le deuxième tube a été battu en E6 jusqu'à la profondeur de 13 m en une traite avec le montage standard et une hauteur de chute maximum. Le lendemain, plusieurs coups ont été donnés avec des hauteurs de chute variables sans et avec Cancap sur le tube instrumenté.

Le dernier tube a été battu en D8 avec CANCAP jusqu'à 9 m de profondeur avec une hauteur de chute maximum. Quelques derniers coups sans Cancap ont été enregistrés alors sur le tube instrumenté.

2.2.1. Données de sol.

Outre les données générales relatives au site d'Almelo, on dispose au droit de chaque fonçage de l'essai de pénétration statique.

Au point de repère E9, on dispose d'un essai électrique standard S (ou norme hollandaise nen 3680) avec mesure de la résistance au cône et de la résistance de frottement total. (figures 3.11a et b. p. 220 et 221). La couche de gravier et de sable très dense (30-40 MPa) commence à la profondeur de 9,60 m sous la couche de sable dense (10-18 MPa) qui elle, commence à la profondeur de 3,0 m.

Au point de repère E6, on dispose des mêmes données indiquant le commencement de la couche très dense à la profondeur de 11,40 m (figures 3.12 a et b. p. 222 et 223)

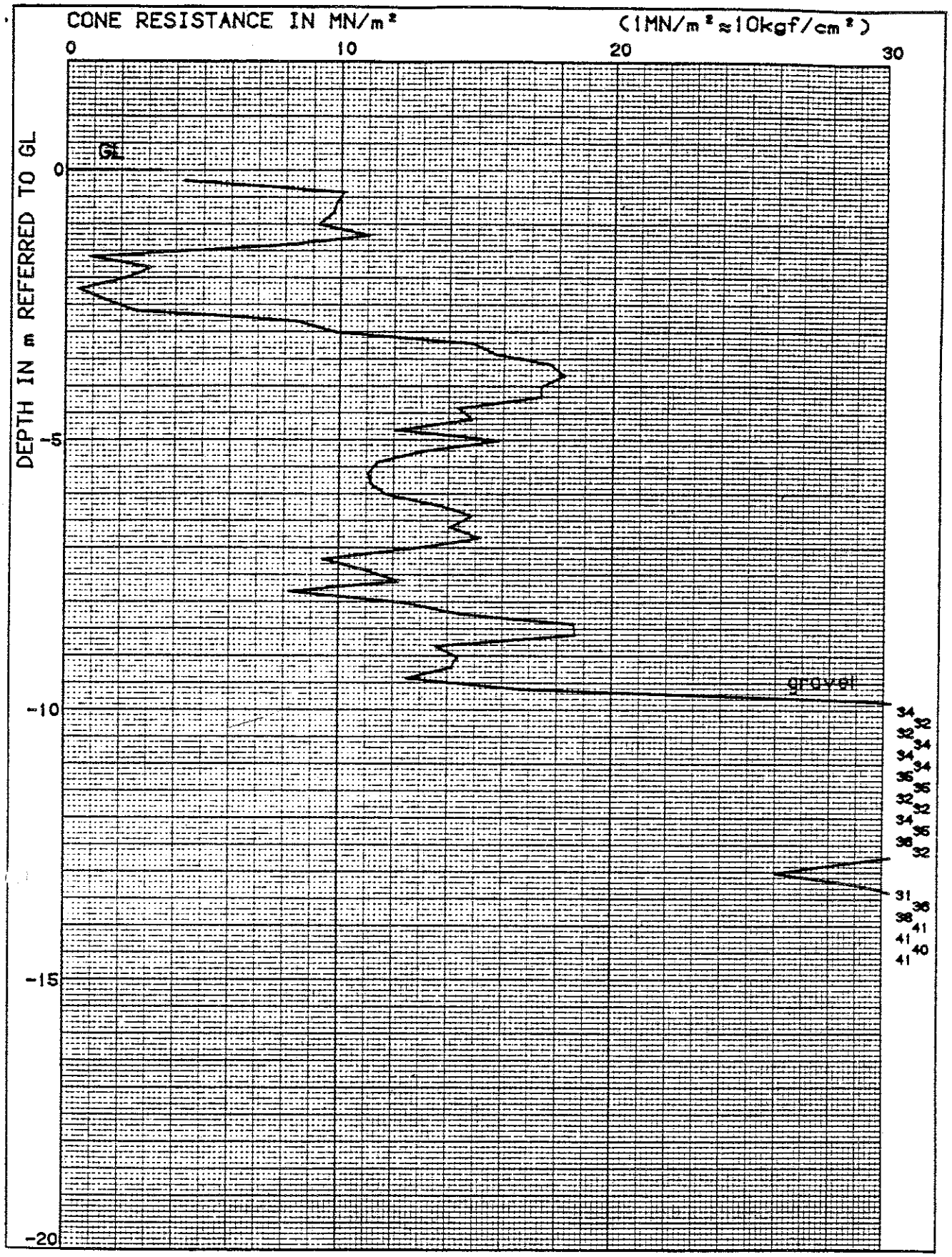
Au point de repère D8, on dispose d'un essai éléctrique avec mesure de la résistance au cône et de la résistance au frottement latéral du manchon. La couche très dense commence à la profondeur de 10,40 m après 2 épisodes graveleux. (Figures 3.13 a et b. p. 224 et 225).

Ces données seront mises en rapport avec les résistances dynamiques mesurées lors du fonçage des tubes.

2.2.2. Types de casque et essais.

Deux assemblages de casques ont été utilisés lors de ces essais : d'une part le casque Magnus constitué lui-même des élements compressibles et d'autre part la superposition du casque Magnus et du Cancap.
Chacun des éléments constitutifs a été testé en laboratoire pour déterminer leur comportement à la compression (voir photo 3.3. p. 195)

Les essais de compression ont été réalisés à l'aide d'une presse Amsler de 1000 t. au régime de 500 t. L'élément soumis à essai est placé entre les deux plateaux de la presse. La charge est mesurée au moyen d'un capteur potentiométrique placé sur l'axe de l'aiguille indicatrice de charge, laquelle est liée à la position d'un contrepoids assurant l'équilibre

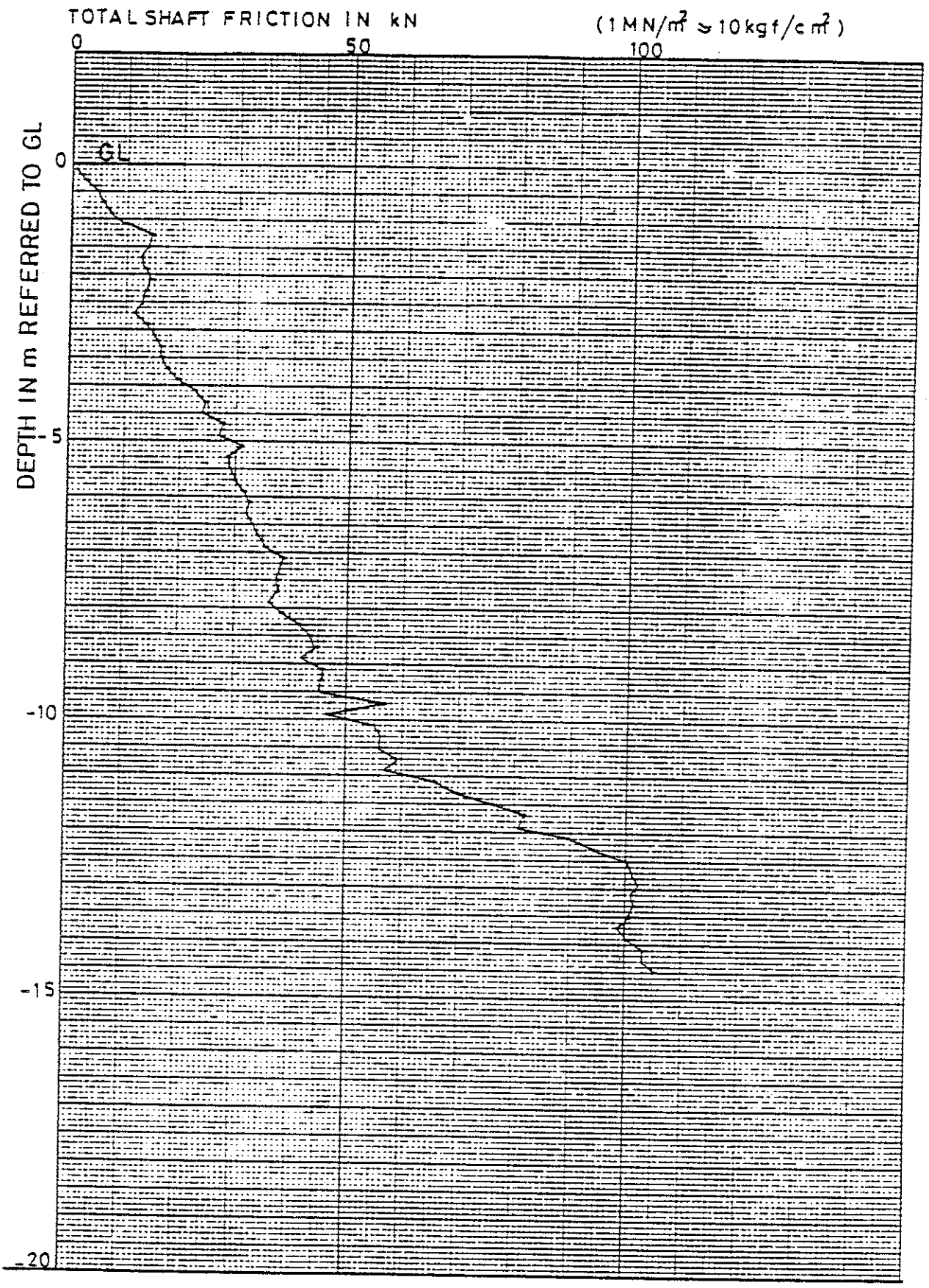


ESSAI DE PENETRATION A ALMELO

Résistance au cone

Situation : E9

FIGURE 3.11a

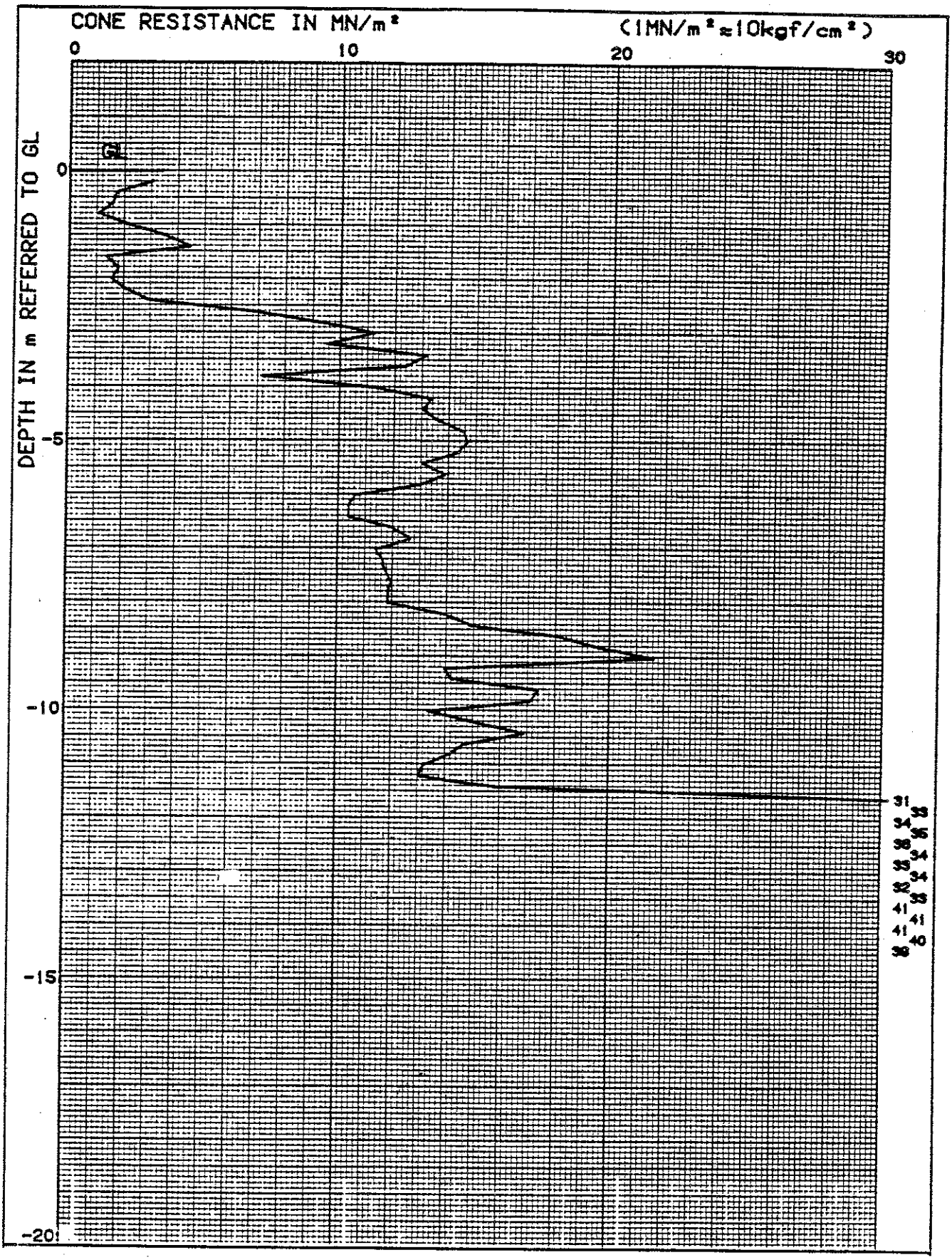


ESSAI DE PENETRATION A ALMELO

Frottement latéral total

Situation : E9

FIGURE 3.11b

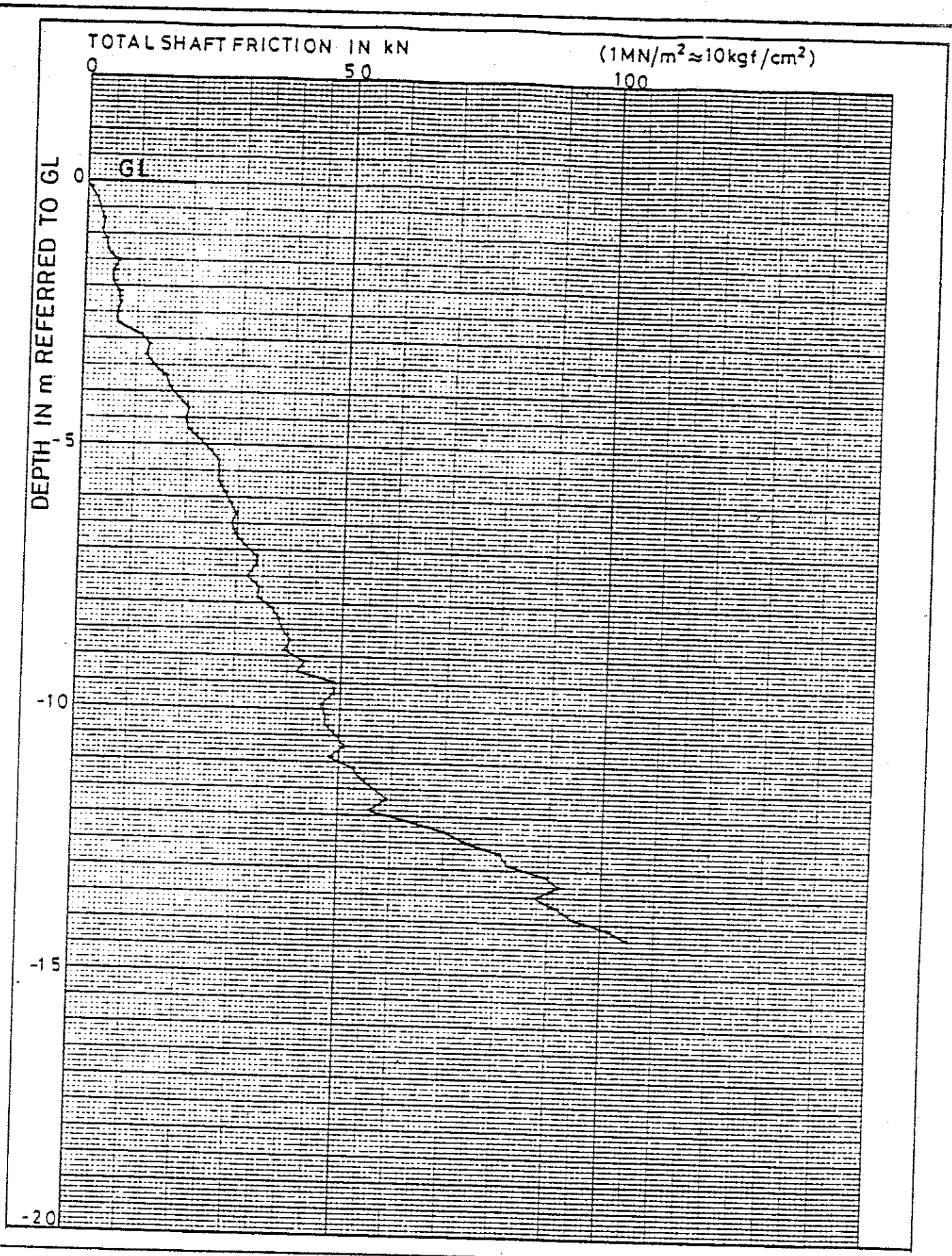


ESSAI DE PENETRATION A ALMELO

Résistance au cone

Situation : E6

FIGURE 3.12a

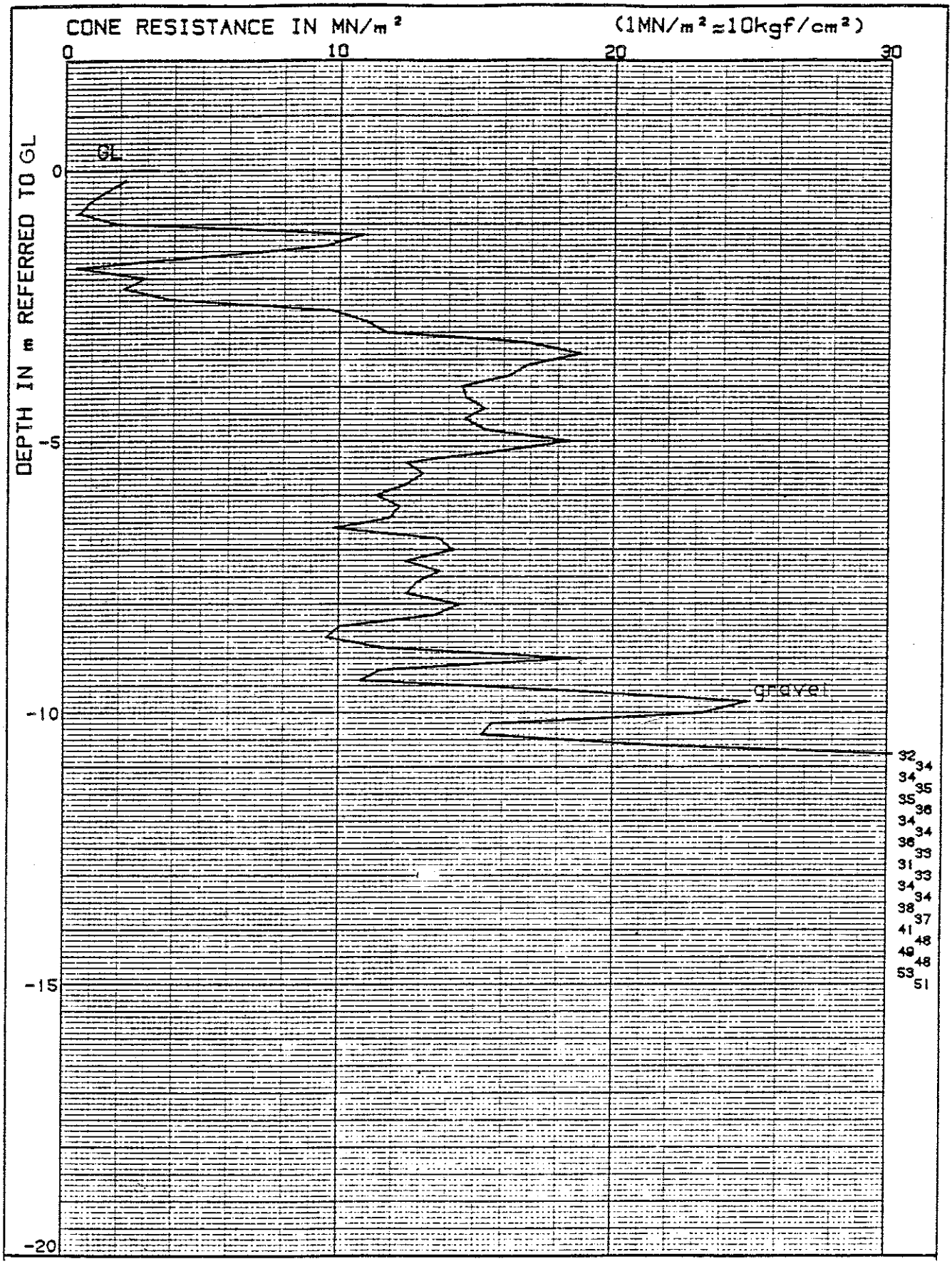


ESSAI DE PENETRATION A ALMELO

Frottement latéral total

Situation : E6

FIGURE 3.12b

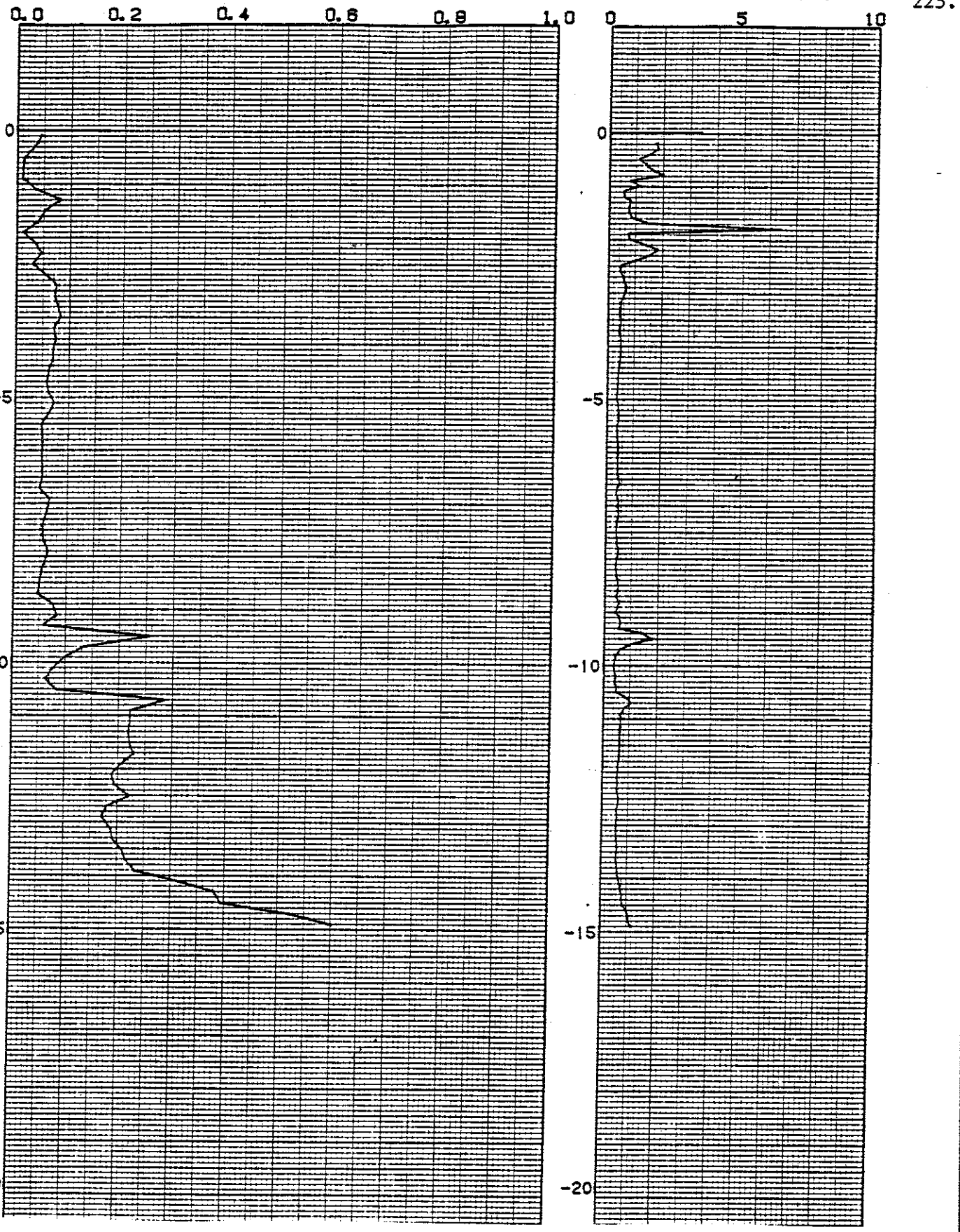


ESSAI DE PENETRATION A ALMELO

Résistance au cone

Situation : D8

FIGURE 3.13a



ESSAI DE PENETRATION A ALMELO

Frottement local et Indice de frottement (FR)

Situation : D8

FIGURE 3.13b

de la charge. La charge croît d'une manière lente et continue avec une vitesse moyenne de mise en charge de 1,5 tonne par seconde.
Les déplacements sont mesurés à l'aide de 4 capteurs à induction placés aux 4 coins des plateaux de la presse. La moyenne de ces 4 mesures est enregistrée en fonction de la charge à l'aide d'un enregistreur x-y.
Divers cycles de chargement - déchargement sont appliqués de manière à estimer la restitution statique d'énergie.

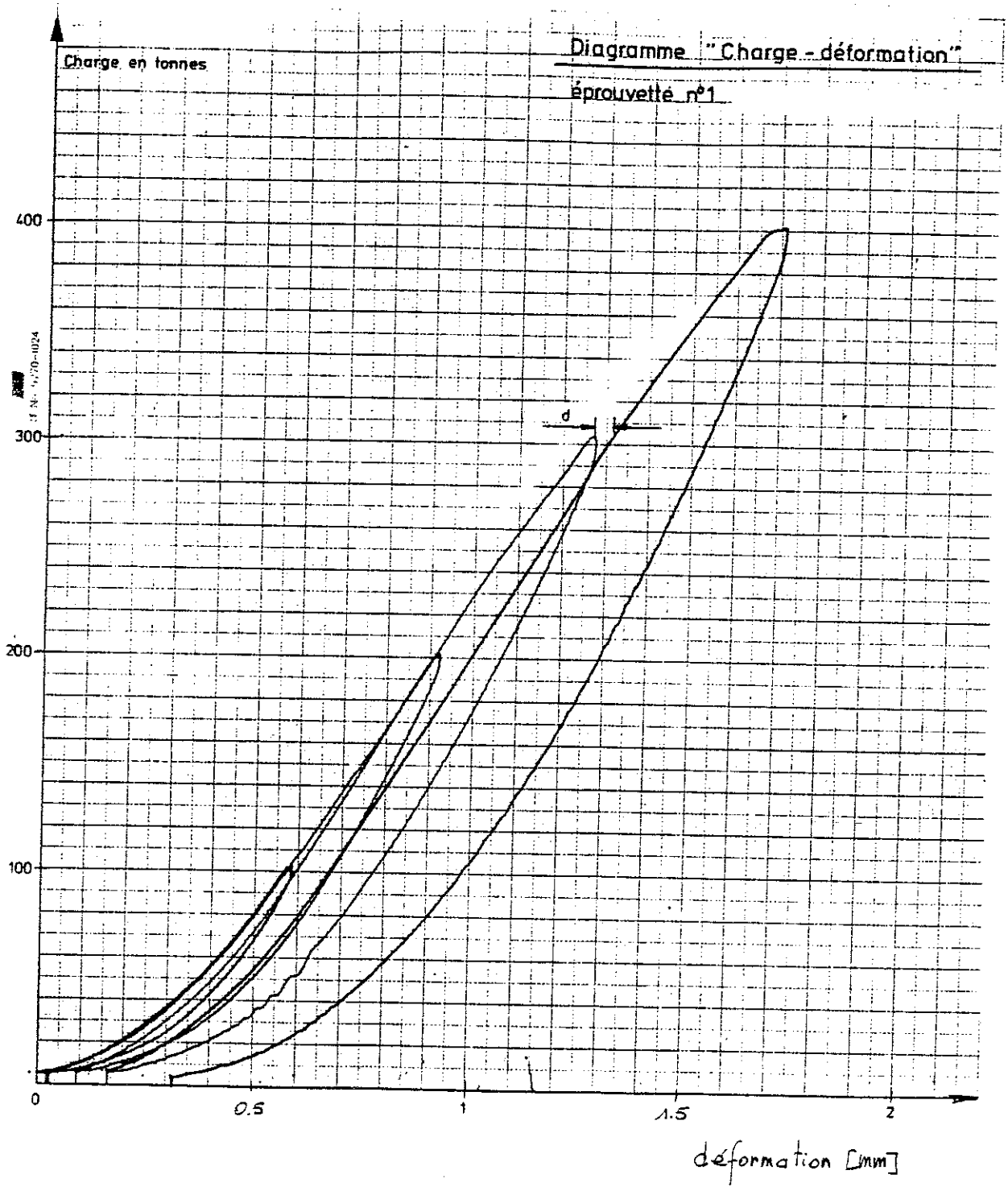
. Eprouvette n°1 du Magnus.

Il s'agit d'une pastille en matière plastique de 340 mm de diamètre et de 105 mm de hauteur. Les essais de compression ont compris 4 cycles de charge et décharge jusqu'à 100, 200, 300 et 400 tonnes (voir figure 3.14)
Les parties croissantes des courbes de chargement se confondent pratiquement. Après une augmentation progressive de la raideur, l'allure du diagramme de charge est linéaire au-delà d'un enfoncement de 0,5 mm et caractérisé par le coefficient de raideur k_1 = 300 t/mm.
La décharge s'amorce avec une forte pente qui s'adoucit vers les charges plus faibles.
En intégrant les surfaces sous-tendues par les diagrammes de charge et de décharge, on définit l'énergie de compression W_i et l'énergie restituée W_r lors de la décharge.

$W_i = \int_o^{F_{max}} F_c \cdot ds$ F_c étant la force lors de la mise en

$W_r = - \int_{F_{max}}^{o} F_d \cdot ds$

charge, F_d lors de la décharge et s la compression.
La restitution d'énergie s'exprime par le rapport W_r/W_i
Le coefficient de restitution équivalent est donné par $e = \sqrt{W_r/W_i}$.
Le tableau I (ci-après) reprend les valeurs calculées pour chacun des 4 cycles.



ESSAI DE COMPRESSION DE L'EPROUVETTE No 1 MAGNUS

FIGURE 3.14

TABLEAU I

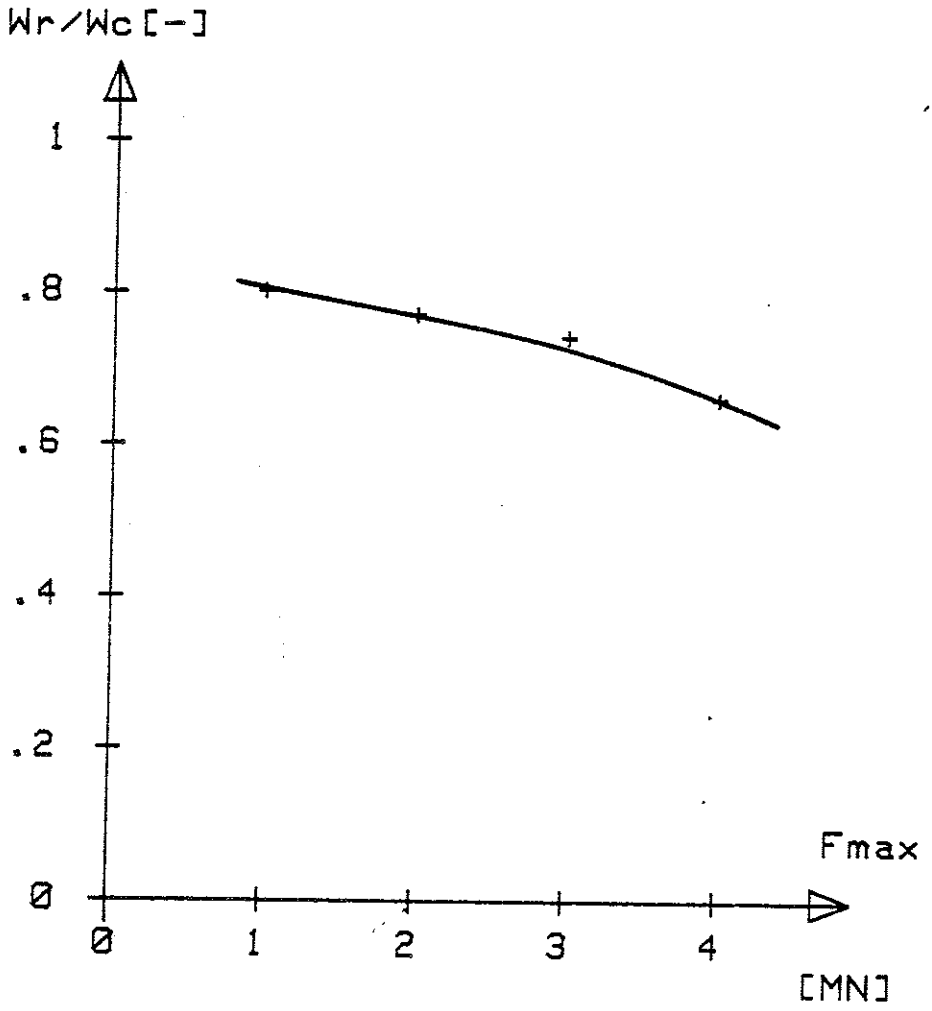
F_{max}(t)	W_i(t.mm)	W_r (t.mm)	W_r/W_i	e
100	24,9	19,9	0,80	0,90
200	71,6	54,8	0,77	0,88
300	163	120	0,74	0,86
400	288	190	0,66	0,81

Le graphique 3.15 p. 229 donne la valeur du rapport W_r/W_i en fonction de la force maximale atteinte lors du cycle. On observe la décroissance sensible du rendement énergétique du casque lorsque la charge augmente. En fonction du niveau de charge atteint dans le casque, on déduira la valeur du coefficient de restitution adéquat au moyen du graphique 3.15.

. Eprouvette n°2 du Magnus.

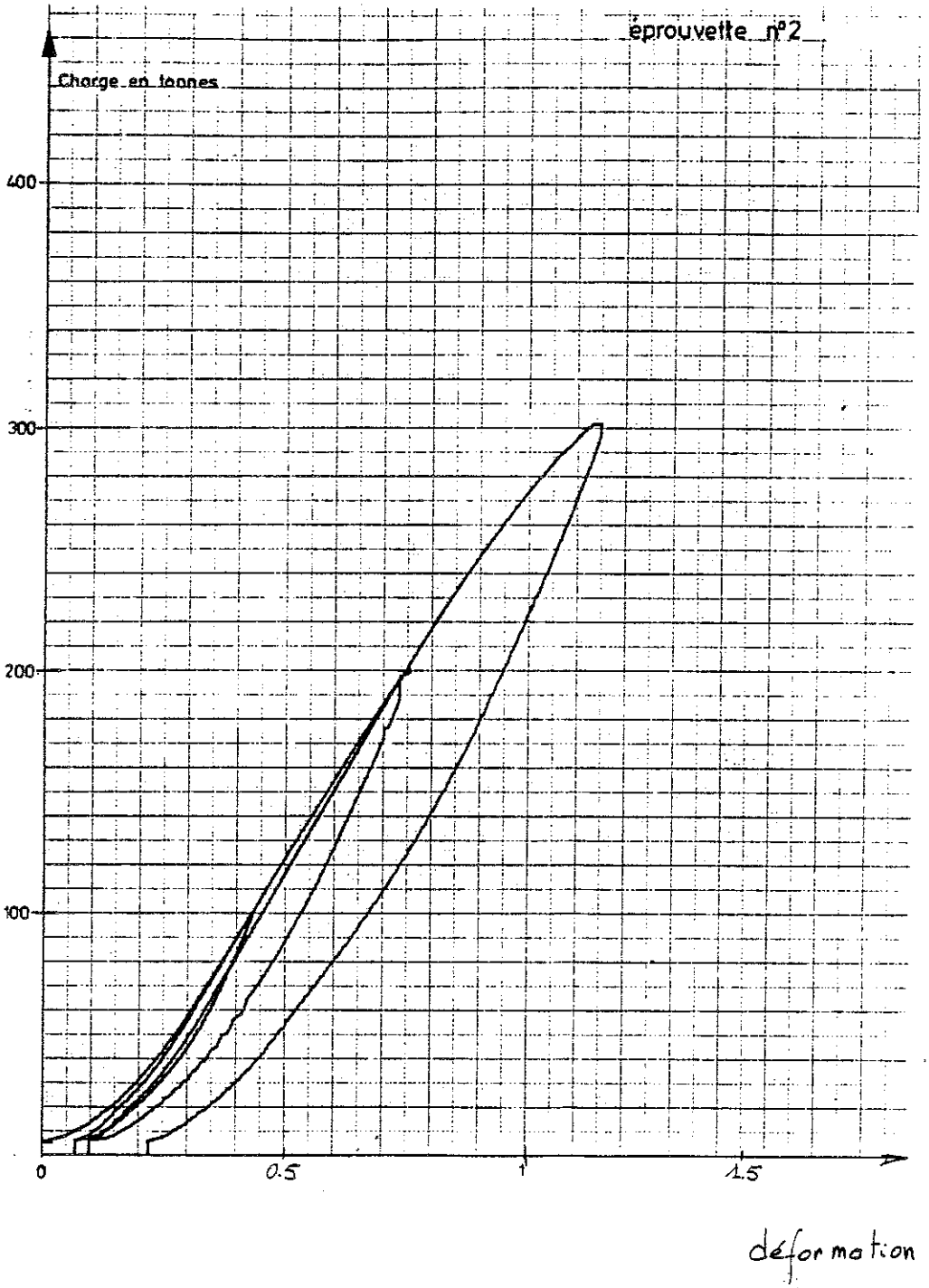
Il s'agit d'une enclume en matière plastique (vraisemblablement nylon) renforcée par des fils de cuivre, d'un diamètre de 400 mm et de 130 mm d'épaisseur, dont une des faces est plane, l'autre étant sphérique concave. L'épaisseur restante est de 65 mm. Pour l'essai de compression, on a utilisé la pièce métallique en contact lors du battage et qui a une forme de calotte sphérique s'adaptant au tasseau (voir figure 3.9 p. 217).

Pour l'interprétation des essais, on suppose que la pièce métallique est incompressible.
Les courbes de charge (voir figure 3.16 p. 230) ont la même allure que pour l'éprouvette n°1. Les essais n'ont pu être conduits que jusqu'à 300 tonnes étant donné le changement de e courbure vers 250 tonnes correspondant à la mise en dilatation latéral importante de l'éprouvette. Lors du fonctionnement réel du casque, celui-ci est entouré d'une pièce prévenant cette tendance à l'éclatement. On déduit donc de l'essai la raideur dans la partie initiale de la courbe, c'est-à-dire entre 100 et 200 tonnes. Pour cette plage de charge, le coefficient de raideur est de 300 t/mm.



Restitution relative d'énergie de l'éprouvette no 1 du casque Magnus en fonction de la charge maximale de compression

FIGURE 3.15



ESSAI DE COMPRESSION DE L'EPROUVETTE No 2 MAGNUS

FIGURE 3.16

Pour le cycle de 200 t., W_i = 64,6 t.mm
W_r = 50 t.mm

W_r/W_i = 0,77
e = 0,88

Ces deux dernières valeurs correspondent à celles de l'éprouvette n°1. Par conséquent, on admettra que les deux éprouvettes sont mécaniquement équivalentes.

. Casque CANCAP

Ce casque, qui a été mis au point pour compte de la S.A. FRANKI, est un casque mécanique précontraint. Pour en respecter le caractère de nouveauté, nous nous bornerons à préciser que sa précontrainte lors de l'essai était de 1MN et que son coefficient de raideur était de l'ordre de 15 t/mm. Son coefficient de restitution est de l'ordre de 0.95.

2.2.3. Mesures réalisées

Outre les mesures classiques de battage (refus, diagramme de battage) et mesures dynamiques en tête de tube, on dispose pour ce mouton de la mesure du déplacement en fonction du temps.

Marteau

Cette donnée est obtenue au moyen du capteur de déplacement à induction (Linear Voltage Differential Transformer : LVDT) décrit au paragraphe 1.2.2.

La partie réputée fixe (bobine) est attachée à la superstructure du mouton tandis que la partie mobile (noyau) est rendue solidaire du mouton au moyen d'un fil de nylon de 4 mm de diamètre. On mesure donc le mouvement relatif du mouton par rapport à son cadre. Ce cadre repose sur la tête du pieu pendant la remontée du mouton ainsi que pendant sa chute. Au moment de l'impact, le pieu se dérobe sous le cadre, qui entre en chute libre jusqu'à reprendre le contact avec le tube lors de son rebond, par chocs successifs. Au début de l'application de l'effort de remontée du mouton, le cadre est remis en contact maintenu avec le tube.

La photo 3.1 p.195 montre le montage utilisé tandis que la figure 3.17a p. 233 montre un enregistrement typique de la lecture qui permet de distinguer clairement les phases de remontée et de chute.

Par dérivation du déplacement par rapport au temps, on obtient la vitesse et en particulier la vitesse juste avant impact (figure (3.17b)). Cette mesure est essentielle car il est aléatoire de fixer une valeur du rendement de la chute a priori du mouton hydraulique à recirculation d'huile.

La vitesse lors de la chute croît linéairement avec le temps; l'accélération constante qui caractérise cette phase est de 93 à 98 % x g. = 0.95 g. Cependant vers la fin de la chute, un freinage important s'opère qui empêche la valeur de la vitesse d'impact d'atteindre $\sqrt{2 \times 0.95 \times g.h}$.

Le diagramme 3.18 p. 234 reprend les valeurs de la vitesse d'impact v_i en fonction de la vitesse d'impact maximum accessible pour la chute, à savoir $\sqrt{2gh}$. Les points obtenus s'alignent raison- nablement le long d'une droite dont la pente permet de trouver une valeur de l'accélération équivalente. Cette valeur peut être fixée à 0.8.

Tube

Sur le tube sont placés à 1,2 m du début de la section constante :

. 1/2 pont de jauges decontrainte
. 1 capteur de vitesse flottant
. 1 accéléromètre.

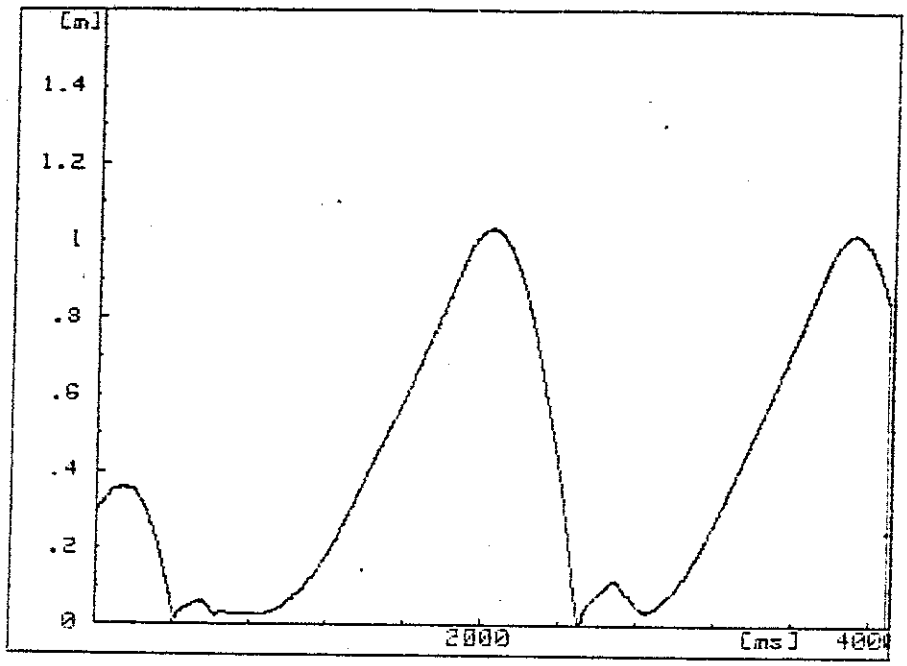
Les caractéristiques de ces appareils et leur fonctionnement sont décrits dans le paragraphe 1.4.
Ces mesures permettent de déterminer la déformation et la vitesse relative en fonction du temps. Un diagramme d'interprétation est donné à titre d'exemple (figure 3.7 p. 209)
Fichiers VIE 869V
DFE 869E
VIE 869D

La présentation des différents diagrammes figurant sur cette planche a été faite au paragraphe 1.4.6.

Le diagramme de l'énergie qui possède un maximum, correspond au "Enthru" se stabilise autour d'une valeur finale : W_f. Ces valeurs exprimées en kJ sont à rapprocher de l'énergie potentielle $W_p = Mgh$ et de l'énergie cinétique avant impact : $W_c = \frac{Mv_i^2}{2}$ et de celle du mouton après impact $W_r' = \frac{Mv_r^2}{2}$.

GRAPHE DU DEPLACEMENT DU MAGNUS

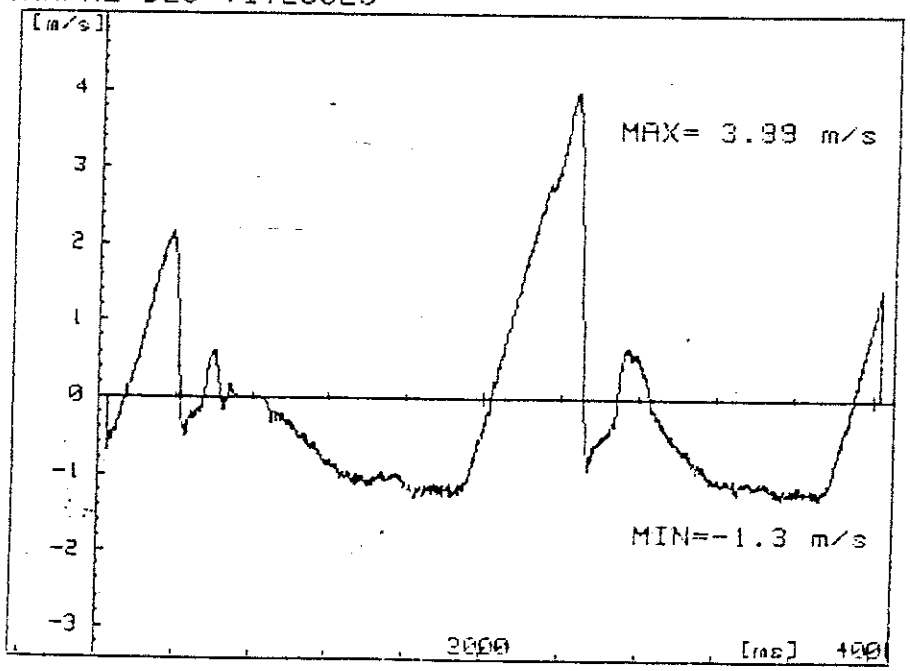
(a)



GRAPHE DES VITESSES DU MOUTON

GRAPHE DES VITESSES

(b)



FONCTIONNEMENT DU MOUTON MAGNUS

a) Déplacement en fonction du temps

b) Vitesse en fonction du temps

FIGURE 3.17

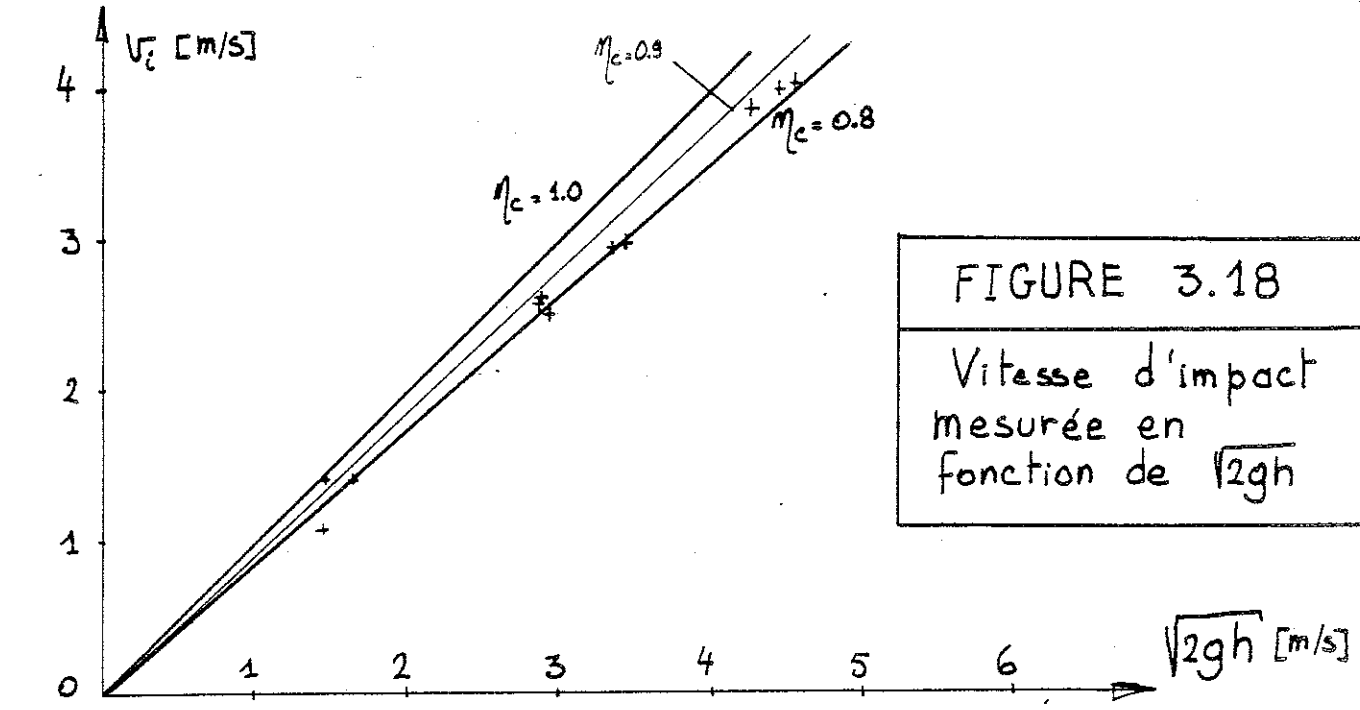
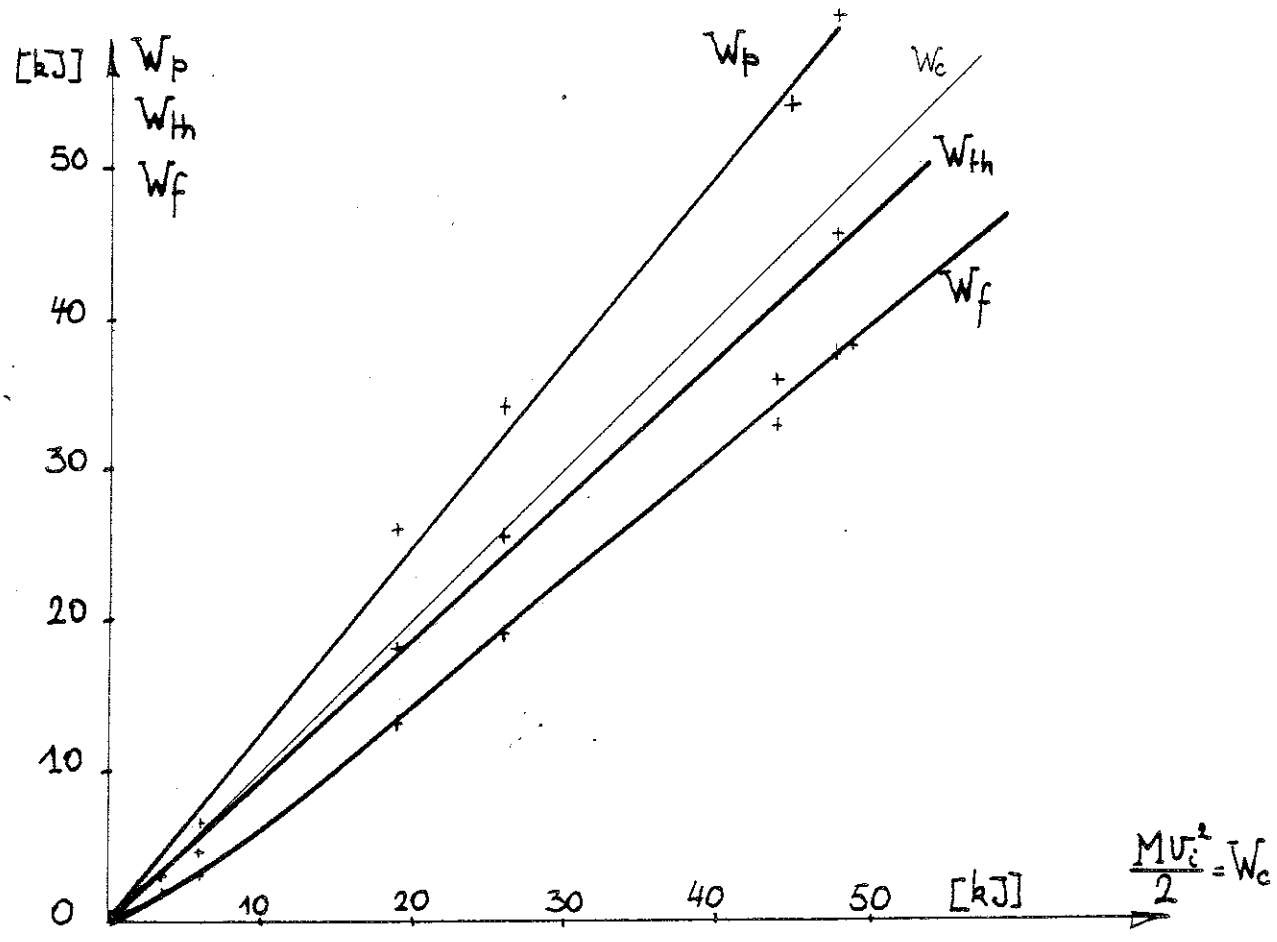


FIGURE 3.18

Vitesse d'impact mesurée en fonction de $\sqrt{2gh}$



Energie potentielle (Wp)

énergie rémanante (Wf) en fonction de l'énergie cinétique (Wc) du Magnus

FIGURE 3.19

TABLEAU II : TABLEAU DES ENERGIES

	N°	Profondeur (m)	W_{th} (kJ)	W_f (kJ)	ΔW (kJ)	$\frac{Mv_i^2}{2}$ (kJ)	Mgh (KJ)	v_r (m/s)	W'_r (kJ)
"Dur"	E 801	13.20	4.5	3	1.5	6	6.5	.7	1.5
	E 832		18	13	5	18.8	26.2	.5	.75
	E 840		25.5	19	6.5	25.9	34.1	.6	1.1
	E 869		45.5	37.5	8	47.8	60	.8	1.9
	E816C		3	2	1	3.4	6.5	.8	1.9
	E832C		15.5	9.5	6	20	25.3	.85	2.2
	E840C		20.5	12.5	8	26.6	35.3	1.05	3.3
	E856C	13.25	38	25	13	49	62	1.36	5.5
"Mou"	D860C	0.60	42	17 ?	-	42.6	53.5	1.0	3
	D820C	2.00	> 35	-	-	42.9	54.1	1.0	3
	D840C	4.00	39	36	3	45.2	56.2	1.05	3.3
	D858C	5.80	37	36	1	43.1	53.5	1.95	3
	D890C	9.00	36	33	3	43.8	54.4	.95	2.7
	D891	9.10	40	40	0	45.2	54.4	.65	1.3

L'ensemble des données relatives aux énergies est repris au tableau II dont la première partie est relative au pieu E8 (battu en E6 à 13 m de profondeur), ce qui correspond à un battage "dur", tandis que la partie inférieure du tableau est relative au pieu D8, à différentes profondeurs qui correspondent à un battage "mou". Ces coups se distinguent par l'énergie qui a été chaque fois mise en jeu grâce aux présélections de hauteur de chute.
Les numéros de coups qui comportent la lettre C indiquent la présence du Cancap.
Pour chaque coup, figure la profondeur de la plaque obturant le tube, W_{th} = Enthru (kJ), W_f(kJ), ΔW = Enthru - W_f, $W_c = \frac{Mv_i^2}{2}$, W_p = Mgh, la vitesse de rebond v_r (m/s) et l'énergie de rebond du mouton : $W'_r = \frac{Mv_r^2}{2}$.

Le diagramme 3.19 p. 234 représente, en fonction de l'énergie cinétique W_c: l'énergie potentielle W_p, l'énergie transmise maximum Enthru et l'énergie finale W_f. Ce diagramme relatif au casque Magnus, montre pour le battage dur la quasi égalité de Enthru avec W_c et une tendance à ce que W_f croisse plus que linéairement. Ceci confirme le fait que le rendement du battage s'améliore avec l'amplitude de l'énergie mise en jeu. Cette tendance est également marquée par ailleurs, pour l'ensemble Cancap + casque Magnus.

Le rapport W_{th}/W_c n'est autre que le rendement d'impact analysé dans le chapitre II. En calculant les rapports adimensionnels :

$$\eta_I = \frac{2I}{\sqrt{kM}} = \frac{2 \times 7.85 \times 5.2 \times 0.03}{\sqrt{1.5\ 10^3 \times 0.006}} = \frac{2 \times 1.224}{3} = 0.816 < 1$$

et :

$$\mu_p = \frac{M_p}{M} = \frac{4007}{6000} = 0.668,$$

on obtient une valeur proche de l'unité (92 %) au moyen de l'abaque 2.6.c, qui prouve par là-même sa pertinance puisque expérimentalement on trouve de 86 à 96 %.
Rappelons que théoriquement le rendement d'impact n'est pas sensé être influencé par la vitesse d'impact.

Mesures de routine.

Les diagrammes de battage relevés pour les 3 tubes sont donnés aux figures 3.21, 3.22 et 3.23. Ils correspondent à la hauteur de chute maximale de 1 m. Ce n'est en effet que pour les derniers coups que la hauteur de chute a été réduite.

Les cadences de battage ont été relevées pour plusieurs hauteurs de chute; elles varient en fonction de la température de l'huile, elles sont reprises au tableau III suivant :

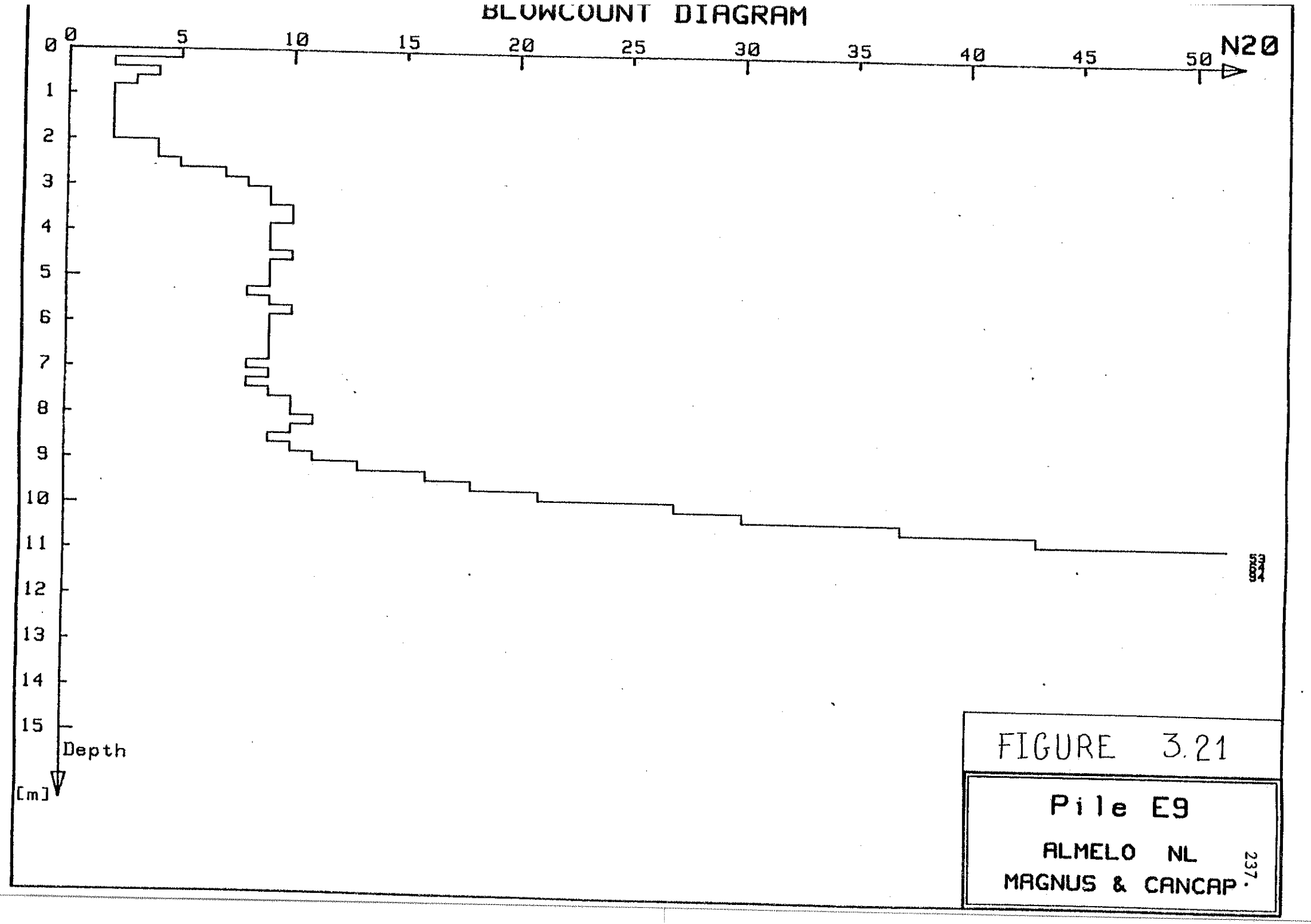


FIGURE 3.21

Pile E9

ALMELO NL

MAGNUS & CANCAP

237.

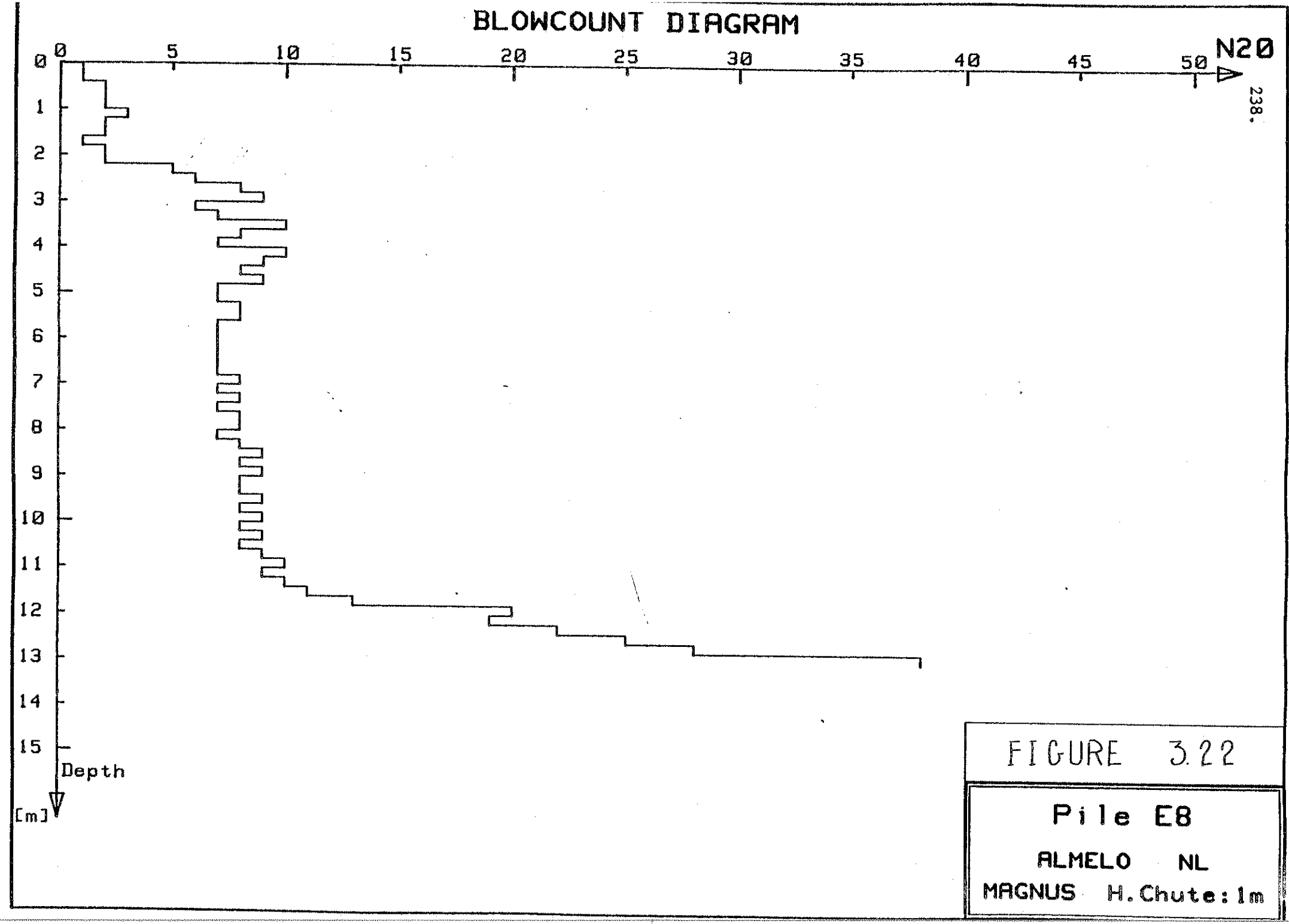


FIGURE 3.22

Pile E8

ALMELO NL

MAGNUS H.Chute: 1m

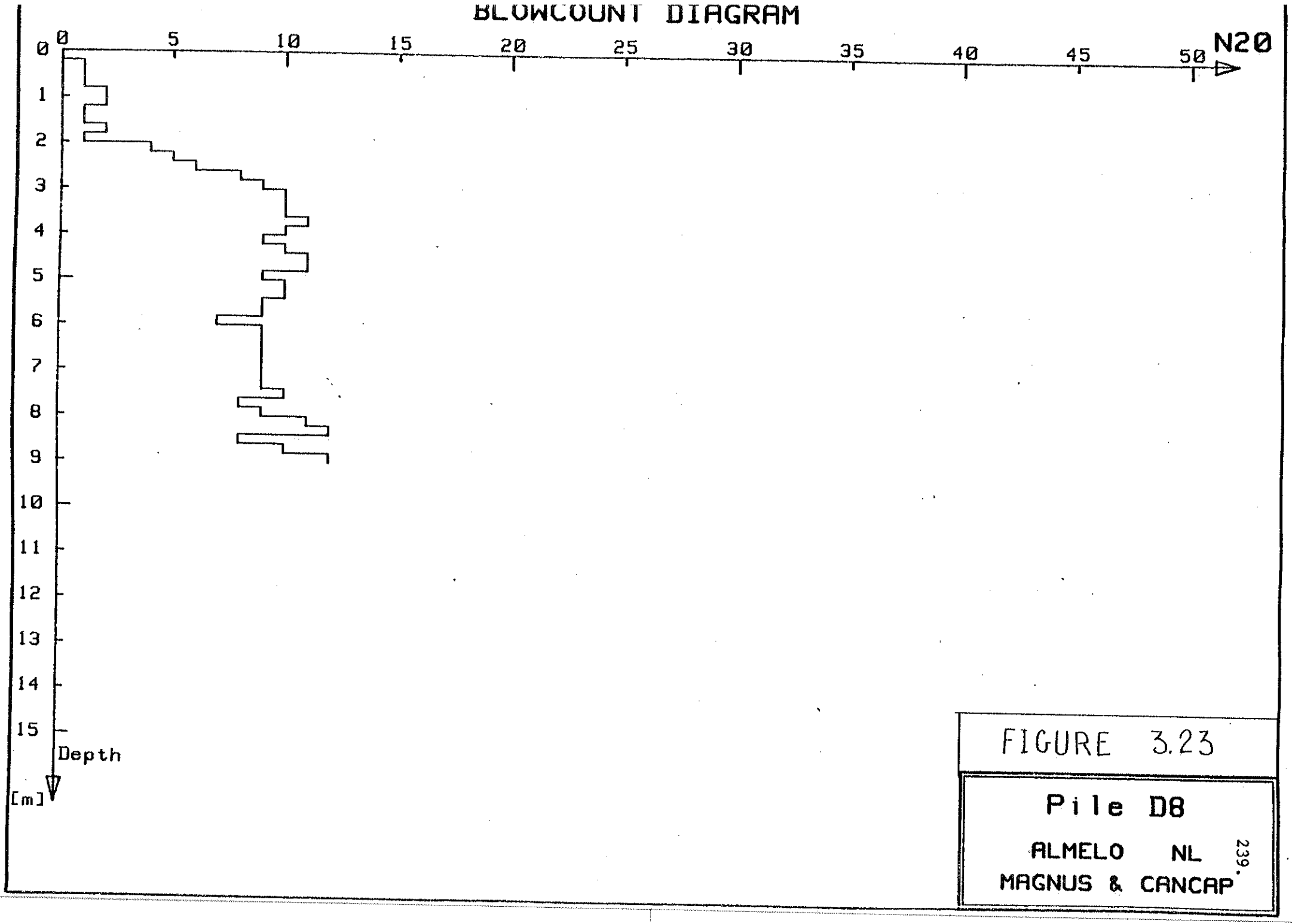


FIGURE 3.23

Pile D8

ALMELO NL

MAGNUS & CANCAP

TABLEAU III

Hauteur de chute (m)	0,11	0,43	0,59	1,0
Cadence moyenne (coups/min)	58,5	40,8	34,6	28,3
Fréquence (Hz)	0,926-1,023	0,654-0,707	0,569-.584	.459-.483
Energie cinétique (kJ)	6 - 3,4	18,8 - 20	25,9 - 26,6	47,8 - 49
Puissance cinétique (kw)	5,56 - 3,48	12,3 -14,1	14,7 - 15,5	21,9 - 23,7
Moyenne: P_c (kw)	4,52	13,2	15,1	22,8

Le graphique 3.24, qui donne la valeur de la puissance moyenne P_c en fonction de la hauteur de chute, montre clairement l'intérêt théorique à travailler à la hauteur de chute maximale pour délivrer le maximum de puissance cinétique.

Pour les coups visant à mettre en oeuvre une énergie variable à la même profondeur, on a de plus gravé avec un pointeau le déplacement du tube sur celui-ci. On a pu ainsi relever les enfoncements maxima, enfoncements permanents ainsi que les vibrations éventuelles. Ces mesures sont mises en regard des valeurs obtenues par intégration de la mesure directe de la vitesse en fonction du temps à la figure 3.25.
En ce qui concerne le déplacement maximum s_{max}, la concordance est satisfaisante. Etant donné le ressaut du capteur de vitesse et la correction qui s'en suit, la valeur de l'enfoncement minimum reste fiable, tandis que l'enfoncement permanent doit être ajusté à la valeur mesurée directement, ou déduite du diagramme de battage.
Le tableau IV suivant reprend p. 242 les caractéristiques des déplacements mesurés et résultant de l'interprétation du signal de vitesse.

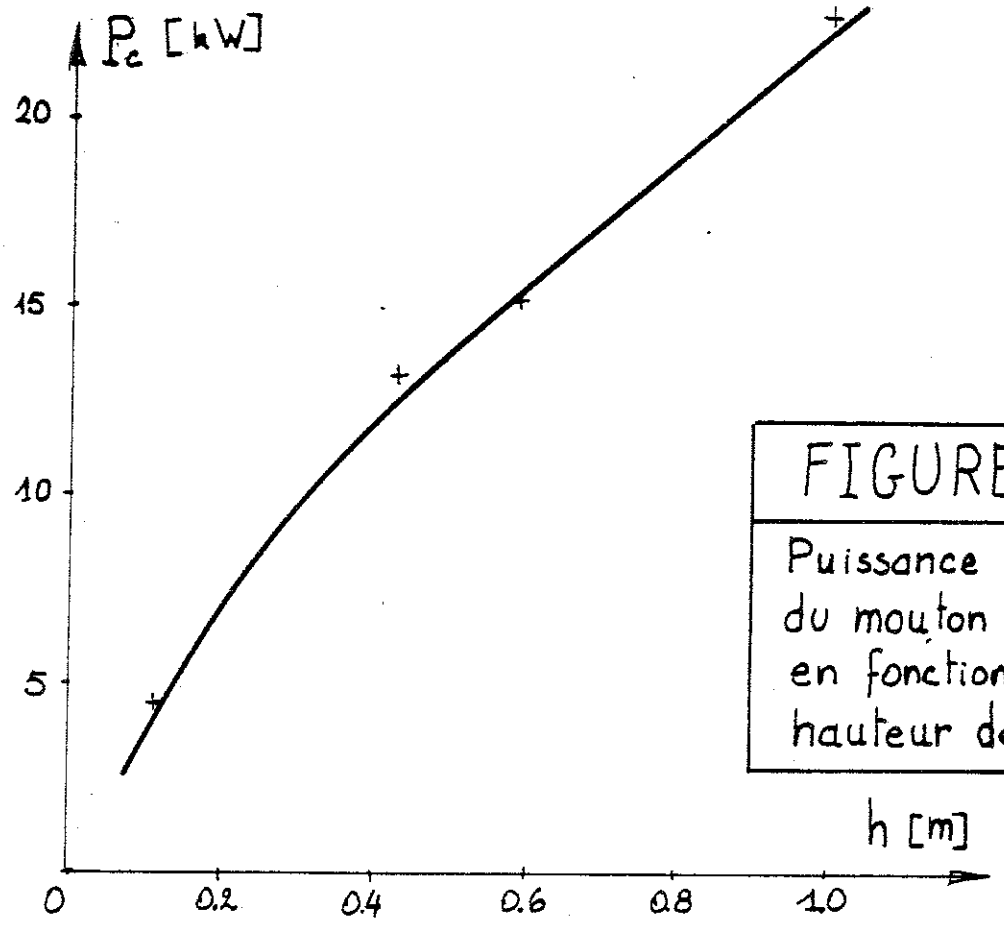
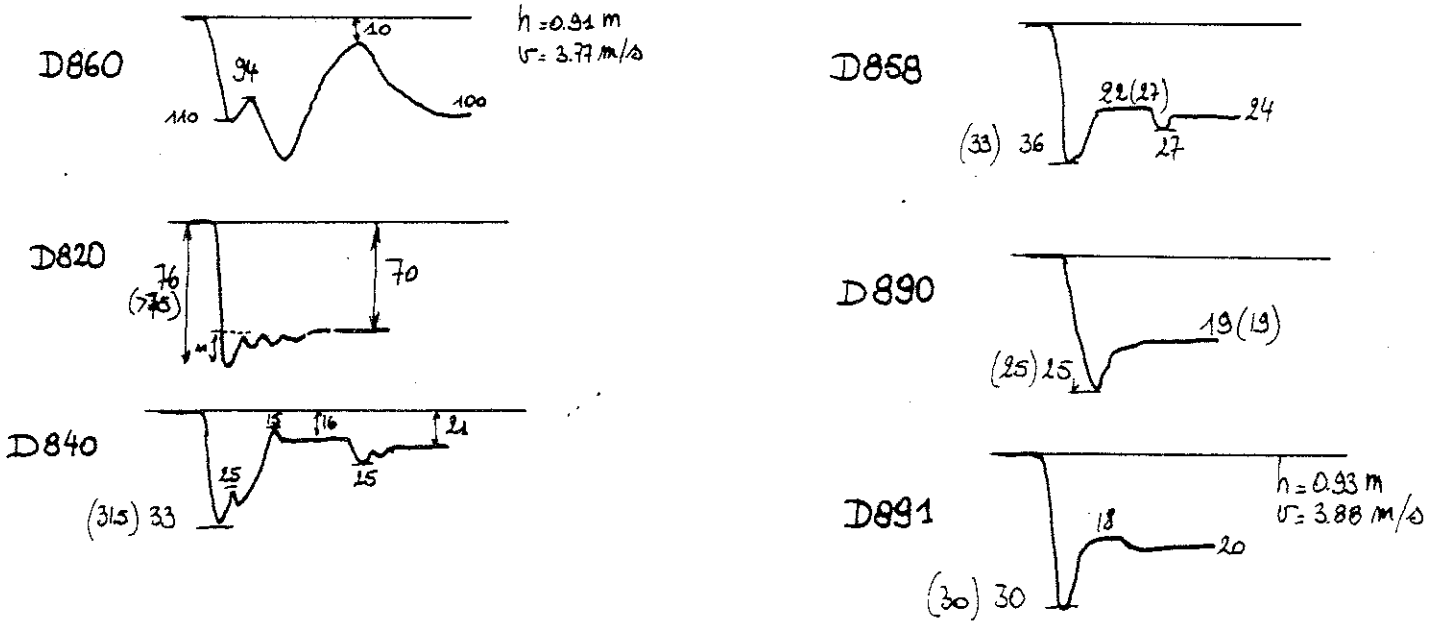


FIGURE 3.24

Puissance cinétique du mouton MAGNUS en fonction de sa hauteur de chute



TRACES DYNAMIQUES DU DEPLACEMENT DU TUBE RELEVEES MANUELLEMENT - Cotes en mm ; chiffres entre parantheses obtenus par $\int v(t)\,dt$

FIGURE 3.25

Caractéristiques des déplacements de battage du pieu E8

Tableau IV

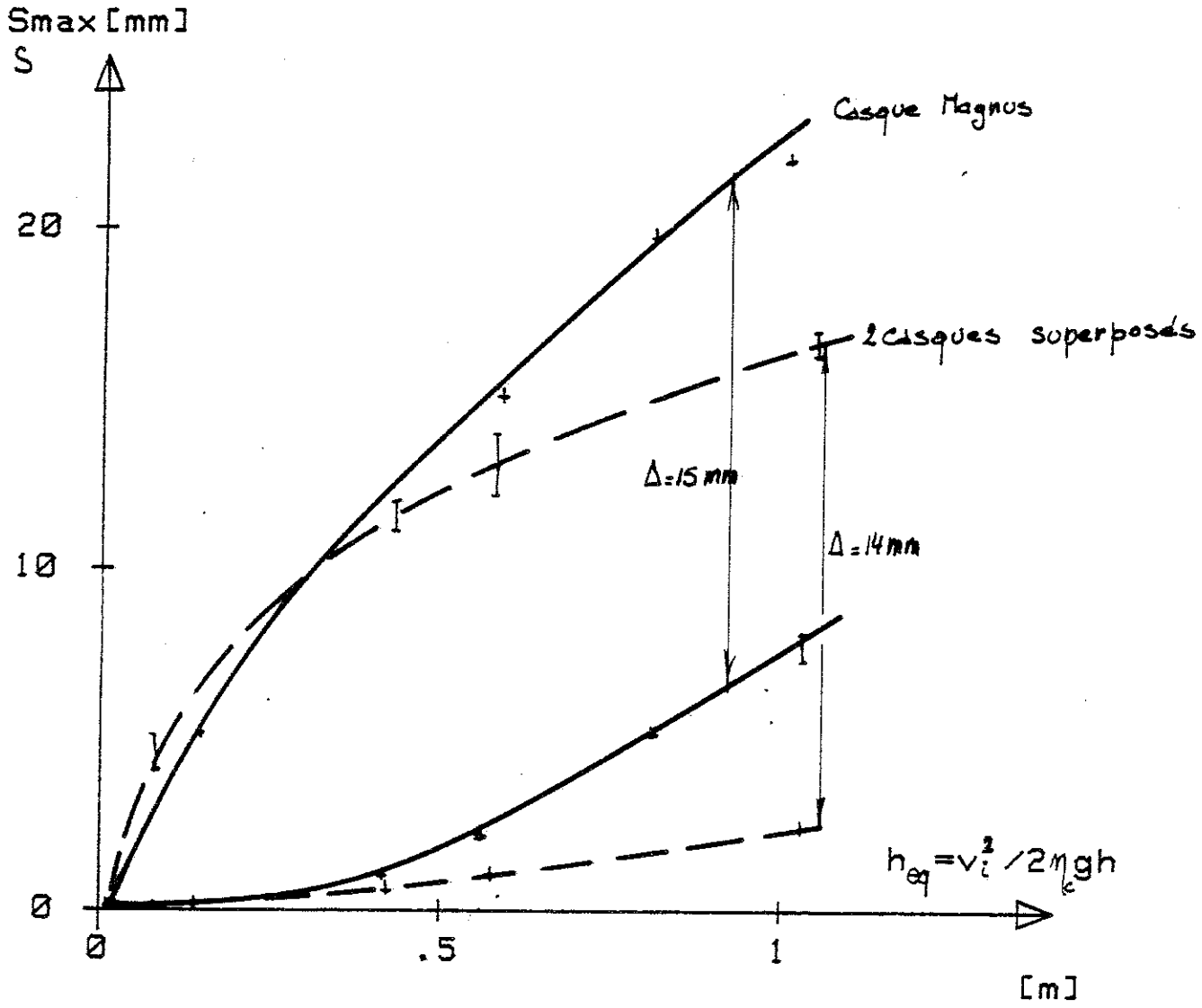
Label	S_{max} (mm)		S_{min} (mm)	S_{final} (mm)	v_i (m/s)	$\frac{v_i^2}{2gh}$ (m)
	Mesure directe	Selon signal de vitesse	Selon signal de vitesse	Mesure directe		(η_c=0.8)
E816	5	(5,2)	(0,2)	1	1,42	0,13
E832	12	(12)	(0)	1	2,5	0,40
E840	15	(14)	(2,2)	2	2,94	0,55
E869 (*)	24	(20)	(3)	7 à 8	3,99	1,01
EC816	5	(4,2)	(0,4)	1,2	1,06	0,07
EC832 (*)	12	(11)	(2)	0,625	2,58	0,42
EC840	14	(12)	(2)	0,92	2,98	0,57
EC856	16,5	(17)	(4)	2,2	4,04	1,04

Les chiffres entre parenthèses se rapportent à l'interprétation du signal de vitesse.

Les grandeurs S_{max} et $S_{(refus)}$ mesurées directement sont portées en graphique (figure 3.26) pour le pieu E8 monté avec le casque Magnus et monté avec l'ensemble Cancap + Casque Magnus, en fonction de la hauteur de chute équivalente à une chute avec le rendement de chute η_c= 0,8 adopté. La hauteur de chute équivalente du Marteau Magnus s'exprime ar la formule suivante :

$$h'_{eq} = \frac{v_i^2}{2g \times 0.8}.$$

Ce diagramme permet de dégager l'allure des courbes devant rejoindre les points assez dispersés. On remarque que, quel que soit le système de casque adopté, la courbe des enfoncements maxima croît sensiblement moins vite que la loi linéaire tandis que la courbe des enfoncements permanents, de nulle pour des hauteurs de chute inférieures à 0,25 m environ croît de plus en plus vite jusqu'à atteindre une pente plus ou moins parallèle à celle de la courbe des



Enfoncement maximum et refus en fonction de la hauteur de chute équivalente

Tube E8 à 13.2m de profondeur

FIGURE 3.26

enfoncemnts maxima. En dépit de la différence de rendement des deux systèmes de casques essayés, la valeur qui sépare les deux courbes, c'est à dire le "rebond" pour les grandes hauteurs de chute est de l'ordre de 16 mm (17 mm pour le casque Magnus seul et 15 mm pour le casque avec le cancap). On pourrait émettre l'hypothèse que la valeur de ce rebond dépend en premier ordre des conditions de sol, mais peut être marginalement modifiée par l'usage d'un casque générant un pic de force différent.

On peut déduire également de ce diagramme que pour un enfoncement maximum inférieur à 8 - 10 mm, il n'y aura pas d'enfoncement permanent. L'énergie correspondant à une hauteur de chute de 0,25 m semble à ce niveau correspondre à l'énergie d'activation du processus de pénétration. En deçà, on peut considérer que le sol se comporte comme s'il était essentiellement élastique.

Ensemble des mesures.

L'ensemble des coups enregistrés est repris sous la forme d'un tableau général indiquant : (tableau V p. 246 et 247)

A/ . le pieu,
. le mode de l'enregistrement,
. l'heure,
. la profondeur,
. la hauteur de chute mesurée et l'enfoncement élastique du mouton par rapport au casque.

B/ . l'appellation du fichier "MOUTON",
. le numéro de l'enregistreur digital "Datalab" et le numéro du canal,
. la vitesse d'impact du mouton.

C/ . l'appellation du fichier "DEFORMATION",
. le numéro du Datalab et son canal,
. l'atténuation du pont de jauge,
. l'atténuation de l'amplificateur,
. la gamme d'enregistrement,
. la déformation maximale de compression (en 10^{-3}).

D/ . l'appellation du fichier "VITESSE",
. le numéro du Datalab et son canal,
. le rapport de réduction du signal,
. la gamme d'enregistrement,

. la vitesse maximale (m/s),
. la vitesse relative maximale (10^{-3}).

E/ . l'appellation du fichier "ACCELERATION",
. le numéro du Datalab et son canal,
. la sensibilité du capteur,
. le rapport d'amplification,
. la gamme d'enregistrement,
. la vitesse maximale (m/s),
. la vitesse relative maximale (10^{-3}).

F/ Les données de chantier précisant :

. le déplacement maximum,
. le rebond,
. la valeur moyenne obtenue du diagramme de battage,
. le type de casque utilisé.

Etant donné que l'enregistrement du mouvement du mouton devait se faire avec une faible fréquence d'échantillonnage, l'accélération, qui était enregistrée au même rythme sur le second canal n'est pas suffisamment finement détaillée dans le temps pour être interprétée.

TABLEAU V :

PIEU	D8	D8	D8	D8	D8	D8
N° D'ENREGISTREMENT	60	20	40	58	90	91
HEURE	11.12	11.17	11.25	11.34	11.43	12,03
PROFONDEUR [m]	0,6	2	4	5,8	9	9,1
HAUTEUR DE CHUTE [m]	0,91 ± 0,05	0,92 ± 0,04	0,955 ± 0,015	0,91 ± 0,03	0,925 ± 0,03	0,925 ± 0,035
FICHIER MOUTON	MTDD860	MTDD820	MTDD840	MTDD858	MTDD890	MTDD891
APPAREIL / CANAL	708/2	708/2	708/2	708/2	708/2	708/2
VITESSE D'IMPACT [m/s]	3,77	3,78	3,88	3,79	3,82	3,88
FICHIER DEFORMATION	DFD860	DFD820	DFD840	DFD858	DFD890	DFD891
APPAREIL / CANAL	709/2	709/2	709/2	709/2	709/2	709/2
ALIMENTATION [V]	2	2	2	2	2	2
ATTENUATION	1	1	1	1	1	1
VOLTS FULL SCALE	2	2	2	2	2	5
DEFORM. MAX. (1er PIC) (E-3)	0,5143	0,4000	0,4034	0,4037	0,4024	0,6728
FICHIER VITESSE	VID860	VID820	VID840	VID858	VID890	VID891
APPAREIL / CANAL	709/1	709/1	709/1	709/1	709/1	709/1
RAPPORT DE BOITE	22,1	22,1	22,1	22,1	22,1	22,1
VOLTS FULL SCALE	5	5	5	5	5	5
VITESSE MAX. (1er PIC) [m/s]	2,22	3,42	2,97	2,95	2,68	3,7
VITESSE REL. MAX. (1er PIC) (E-3)	0,427	0,668	0,572	0,567	0,516	0,71
FICHIER ACCELERATION	ACDD860	ACDD820	ACDD840	ACDD858	ACDD890	ACDD891
APPAREIL / CANAL	708/1	708/1	708/1	708/1	708/1	708/1
SENSIBILITE [mV/g]	1,77	1,77	1,77	1,77	1,77	1,77
RAPPORT DE BOITE	1	1	1	1	1	1
VOLTS FULL SCALE	1	1	1	1	1	5
VITESSE MAX. (1er PIC) [m/s]	6,8	5,2	?	?	4,81	?
VITESSE REL. MAX. (1er PIC)	1,32	1	?	?	0,924	?
DONNEES DE CHANTIER — DEPLACEMENT MAX. [mm]	115	128	64	66	58	60
DONNEES DE CHANTIER — DEPL. rebond [mm]	17	70	52	60	41	45
DONNEES DE CHANTIER — S BATTAGE [m]						
DONNEES DE CHANTIER — TYPE DE CASQUE	CANCAP	CANCAP	CANCAP	CANCAP	CANCAP	

ENSEMBLE DES MESURES (ALMELO)

EG	EG	EG	EG	EG	EG	EG	EG	EG	EG	EG
E801 EE816	E832 EE832	EEE832	E840 EE840	E870 EE870	E869 EE869	EC816 EEC816	EC832 EEC832	CEC832 CE832	EEC840 CEC840 EC840	EE856 EC856
8.01	8.15	8.32	8.40	8.50	9.00	9.40	9.52	10.08	10.15	10.24
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
0,109 +0,014	0,445+0,003		0,582+0,018	1 +0,02	1,016+0,024	0,109+0,006	0,425	0,430+0,025	0,6+0,06/ 0,6+0,06	1,06
MTEE816	MTEEE832		MTEE840	MTEE870	MTEE869	MTEEC816	MTEEC832	MTCEC832	MTCEC840/ MTEEC840	MTEEC856
708/2	708/2		708/2	708/2	708/2	708/2	708/2	708/2	708/2	708/2
1,42	2,50		2,94	3,92	3,99	1,06	INUTILISABLE (INCOMPLET)	2,58	2,99/2,98	4,04
DFE801	DFE832		DFE840	DFE870	DFE869	DFEC816	2,58 DFEC832	DFCE832	DFEC840	DFEC856
709/2	709/2		709/2	709/2	709/2	709/2	709/2	709/2	709/2	709/2
2	2		2	2	2	2	2	2	2	2
1	1		1	1	1	1	1	1	1	1
1	2		2	2	2	1	2	2	2	2
0,1794	0,3782		0,4635	0,6428	0,6537	0,1280	0,2990	0,2936	0,3439	0,4670
VIE801	VIE832		VIE840	VIE870	VIE869	VIEC816	VIEC832	VICE832	VIEC840	VIEC856
709/1	709/1		709/1	709/1	709/1	709/1	709/1	709/1	709/1	709/1
22,9	22,9		22,9	22,9	22,9	22,9	22,9	22,9	22,9	22,9
2	5		5	5	5	5	5	5	5	5
0,97	2,05		2,41	INUTILISABLE	3,68	0,45	1,31	1,28	1,55	2,22
0,186	0,395		0,464		0,708	0,087	0,252	0,246	0,298	0,427
ACEE816		ACEEE832	ACEE840	ACEE870	ACEE869	ACEEC816		ACCEC832	ACCEC840	ACEEC856
708/1		708/1	708/1	708/1	708/1	708/1		708/1	708/1	708/1
1,77		1,77	1,77	1,77	1,77	1,77		1,77	1,77	1,77
1		1	1	1	1	1		1	1	1
2		2	5	5	5	0,2		0,5	0,5	0,5
← FICHIERS INUTILISABLES →										
						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

3. INTERPRETATION DES ESSAIS AU MARTEAU HYDRAULIQUE

L'objectif du calcul est de reproduire le mieux possible les phénomènes mesurés.

Puisque notre souci primordial est de modéliser la pénétration dynamique, le critère essentiel sera le respect de l'enfoncement maximum, minimum et permanent.

En second ordre vient la similitude des courbes de force et de vitesse enregistrées au cours du temps.

Pour arriver à cette simulation, il est essentiel de rattacher les paramètres du modèle aux grandeurs physiques de la réalité; à savoir; masses, modules d'élasticité, résistance ultime du sol. Il nous apparaît plus important d'expliquer les phénomènes dans leur ensemble au départ d'un modèle physique ne réalisant pas nécessairement la perfection de l'ajustement plutôt que de raffiner le modèle à coup de valeurs de paramètres non explicables.

La première étape décrite ci-après se rapporte à la simulation globale du système Mouton, Casque Magnus, pieu, sol tel que mis en oeuvre pour le pieu E8 à 13,20 m de profondeur. Nous considérons essentiel en effet d'inclure l'effet du mouton et du casque, d'abord pour tenir compte explicitement de leur interaction avec le pieu et le sol et d'autre part pour être à même de faire une prévision dans d'autres circonstances.

3.1. Modélisation du marteau, du casque et du tube.

D'après les données du constructeur, il nous est facile de modéliser le mouton qui se présente sous la forme d'un cylindre d'acier dont:

. la section vaut 0.3 m^2
. la hauteur vaut 2.55 m.

En prenant la masse spécifique de 7850 kg/m^3, on obtient 6005 kg. Sa vitesse d'impact adoptée est celle résulant de la mesure sur chantier .

Le casque se compose de l'éprouvette n°1 (voir paragraphe 2. 2.2.), d'un bloc d'acier, de l'éprouvette n°2 et d'une plaque de contact. Cette plaque vient frapper une pièce d'adaptation du mouton sur le tube.

Le casque magnus a une hauteur totale de 0,42 m et un coefficient de raideur total de 1,5 MN/mm. On adoptera deux éléments souples dont la masse sera équivalente à la masse des 3 premiers éléments constitutifs du casque. Chacun de ces éléments sera caractérisé par :
- une hauteur de 0,105 m,
- une section de 0,09 m^2,
- un module d'élasticité de 3500 MPa,
- un coefficient de restitution de 0.8,
- une masse volumique équivalente de 3000 kg/m^3.

La masse totale de ces 2 éléments est de 57.6 kg.

On simulera la masse flottante du casque par un seul élément dont la masse (539 kg) est équivalente à la plaque de contact et à la pièce d'adaptation. Ces pièces travaillant pratiquement en pleine section on adoptera un prisme d'acier d'une hauteur de 0,49m et d'une section de 0,14 m^2. Dans cette masse est comprise par mesure de simplification la masse représentant l'élargissement local de la tête du tube et estimée à 100 kg.

Le tube est un corps essentiellement cylindrique, à section constante sauf la partie supérieure qui s'élargit pour recevoir l'enclume qui lui est centrée. Etant donné que cet élargissement a été modélisé du point de vue de la masse, on adoptera un prisme d'acier de section égale à la section nette du tube : 0.03 m^2 et de la longueur du tube : 17 m. Le tube qui a une masse totale de 4.000 kg sera subdivisé en 17 tronçons de 1 m. De même le mouton sera modélisé par deux éléments de 1.275 m de long chacun.
La plaque d'obturation ne pesant que 23 kg est négligée dans l'analyse. La section à la base Ω_b correspond au diamètre de la plaque :
$\emptyset$ 0,48 m : Ω_b = 0.181 m^2

et le périmètre χ à celui du tube:

$\emptyset$ 0,42 m : χ = 1.32 m.

L'ensemble mécanique réel et son modèle équivalent pour la simulation sont représentés à la figure 3.27 p. 251.

Le premier passage sur ordinateur du problème donne une valeur de l'incrément critique de temps de 0.07 ms, ce qui implique un incrément de calcul de 0.02 ms, ce qui pour l'ensemble des 22 éléments conduit à un temps de calcul égal à 15000 fois le temps modélisé.

Le paramètre critique est la faible masse du deuxième élément de casque par rapport au coefficient de ressort élevé de la masse rigide qui se trouve juste en dessous :

$m = 28{,}35$ kg

$$k = \frac{1}{\frac{\Delta\ell_1/2}{E_1\Omega_1} + \frac{\Delta\ell_2/2}{E_2\Omega_2}} = \frac{1}{\frac{0.105/2}{3500 \times 0.99} + \frac{0.49/2}{210000 \times 0.14}} = 5714 \text{ MN/m}$$

$$\Delta T_{\text{critique}} = \sqrt{\frac{m}{K}} = \sqrt{\frac{28.35}{5714}} = 0.07044 \text{ ms}$$

Devant la faible valeur de cet intervalle critique, un essai a été fait en vue de déterminer l'influence d'un changement consistant à transférer une partie de la masse flottante dans l'élément ressort : on a adopté une masse spécifique de 12000 kg/m^3 dans le ressort et une réduction de section à 0.09 m^2 de la pièce inférieure.

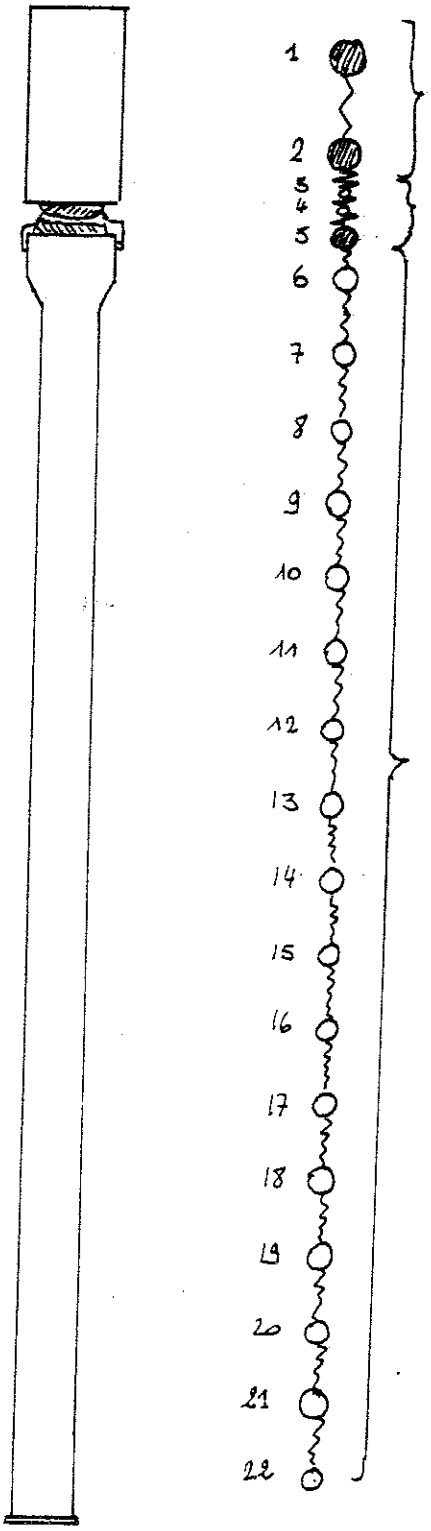
Dans ces conditions : $m = 113.4$ kg,
$k = 5567$ MN/m

$$\Delta t_c = \sqrt{\frac{113.4}{5567}} = 0.143 \text{ ms}$$

Grâce à cet artifice, le temps nécessaire au calcul est réduit à 40 % ($\Delta t = 0.05$ ms) mais la modélisation introduit alors une vibration importante parasite de l'ordre de 0.5 MN et d'une fréquence de 1.3 kHz.Cet aspect se dégage en comparant le problème "MAGNUS et E8 libre" (pieu libre) par rapport au problème "E8 MAG69 12,9 m" (pieu à 12.9 m de profondeur) dont la résolution graphique est fournie aux figures 3.28a et 3.28b. p. 252.

D'autres essais de simplification ont été accomplis, mais chaque fois au détriment de la courbe de montée de la charge. C'est pourquoi en dépit de longs temps de calcul, nous avons conservé le modèle initial. Sans diminuer le temps critique de calcul, on aurait pu utiliser des segments de pieux plus courts, avec une longueur minimale de $\Delta\ell = v_c.\Delta t = 5.172 \times 0.0744 = 0.364$ m.

Cependant, nous pouvons remarquer que le modèle adopté pour le marteau, le casque et le pieu produit un diagramme de charge fort semblable à celui qui a été mesuré. Il semble dès lors que la signature du marteau sur le pieu est maîtrisée et que l'on peut commencer à modéliser le sol.



Mouton : 2 éléments de 3000 kg

Casque $\begin{cases} k = 1500 \text{ MN/m}, \quad M_c = 57 \text{ kg} \\ \text{Masse de transfert : } 539 \text{ kg} \end{cases}$

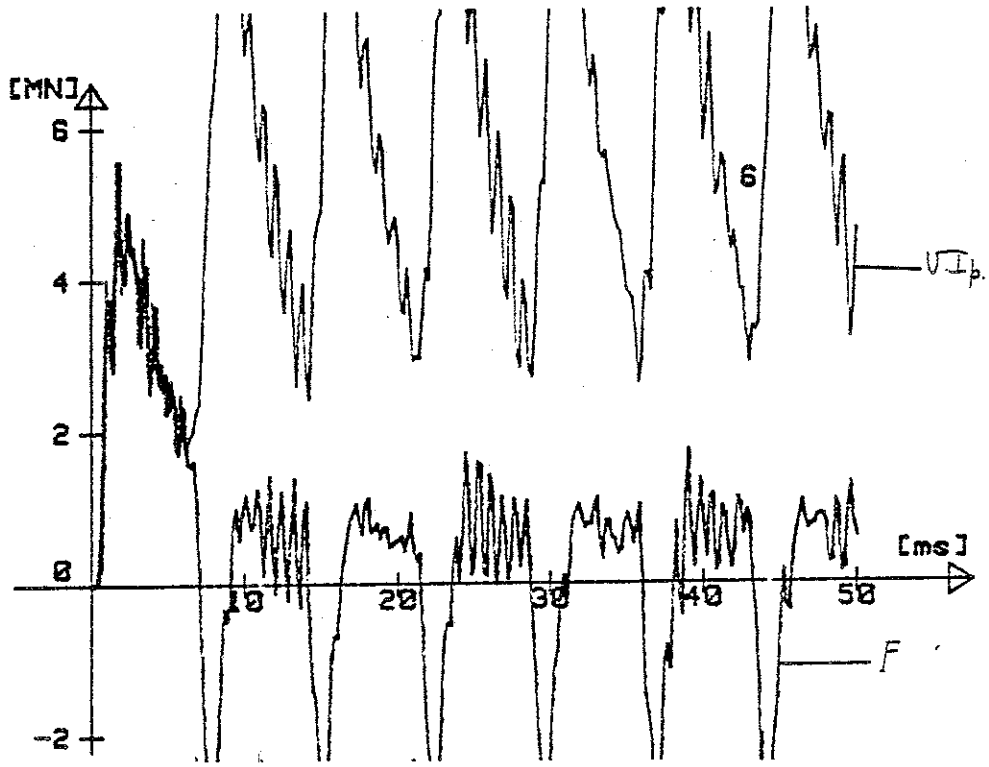
Pieu

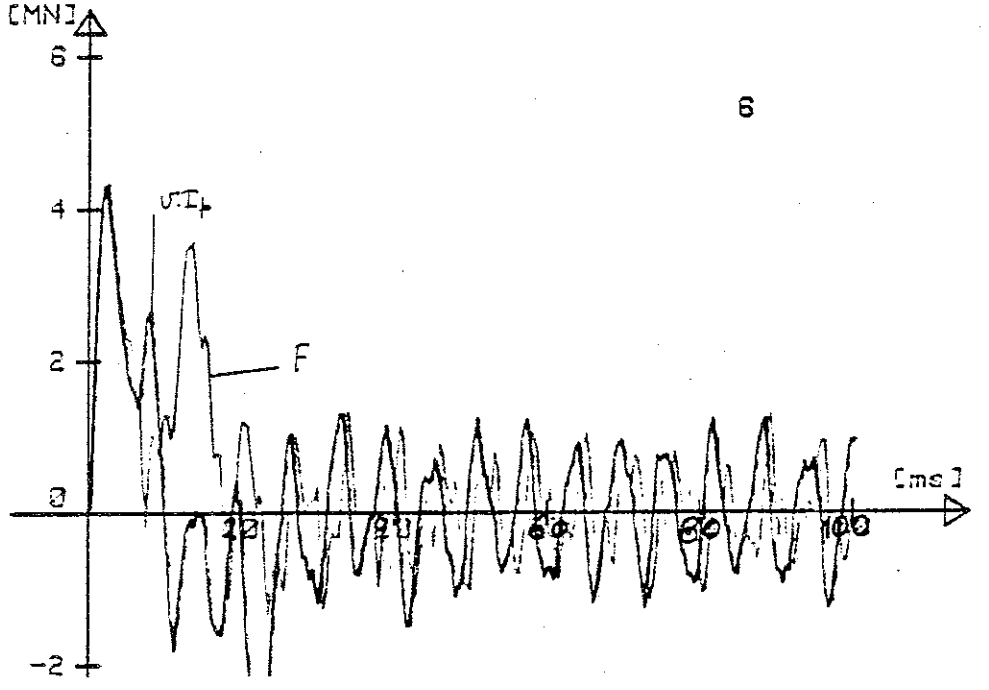
$L = 17$ m
$E = 210000$ MPa
$A = 0.03$ m^2
$\rho = 7850$ kg/m^3

⇒ 17 éléments
$\begin{cases} M(i) = 235.5 \text{ kg} \\ K(i) = 6300 \text{ MN/m} \end{cases}$

SYSTEME DE BATTAGE ET SON EQUIVALENT MECANIQUE

FIGURE 3.27





INFLUENCE DE LA DISCRETISATION ET DE L'INCREMENT DE CALCUL (a) MAGNUS et E8 Libre $\Delta t = 0.14$ms

(b) E8 MAG69 12.9m : $\Delta t = 0.07$ms

FIGURE 3.28

3.2. Etude paramétrique pour 1 m de chute

Afin de prendre contact avec la méthode de l'équation de l'onde, nous allons aborder les problèmes un à un. Tout d'abord nous allons étudier l'influence de la résistance à la base, puis examiner le rôle de frottement latéral et ensuite si la solution obtenue est suffisamment fiable, obtenir une courbe de résistance au battage, c'est-à-dire le refus en fonction de la résistance à la base.

3.2.1. Résistance unique à la base.

Cette étude a pour but d'examiner l'influence que produit la réaction à la base sur les signaux de force et de vitesse calculés.

Etant donné que dans la littérature, on admet 3 paramètres en général pour définir cette résistance, ils seront examinés séparément; à savoir :

- la résistance ultime,
- le quake,
- le damping.

Compte tenu des résultats produits par les diverses composantes essayées, une combinaison optimale sera recherchée.

Résistance à la base élasto-plastique, influence du quake.

Le modèle élasto-plastique de réaction à la base est caractérisé essentiellement par 2 paramètres (voir fig. 2.12 p. 101 pour rappel) :

- la résistance unitaire ultime; Q_b
- le déplacement nécesaire à atteindre linéairement cette résistance: s_b (appelé "quake" dans la littérature de langue anglaise).

Diverses valeurs sont proposées dans la littérature pour le quake, variant de 2.5 à 5 mm. Il faut cependant remarquer que ces valeurs découlent de calculs terminés juste après enfoncement maximum de la base et non sur des calculs complets comme on se propose de le faire ici. C'est pourquoi, 2 valeurs ont été adoptées : 1 et 10 mm de manière à bien encadrer les possibilités reconnues. Du point de vue de la résistance ultime, la base est encastrée de 3 à 4 diamètres dans la couche de sable très compact mais est loin de la profondeur critique d'encastrement. La figure 3.29 p. 255 donne au départ de l'essai de pénétration E6 réalisé au droit

du pieu intitulé E8 les diagrammes de la résistance à la base suivant la méthode de De Beer (1971, 1972) et suivant la méthode hollandaise. A la profondeur de 13,20 m la première méthode donne 24 MPa de résistance unitaire à la base tandis que la seconde donne 32 MPa. On en retient que, dépendant de la méthode appliquée pour tenir compte de l'effet d'échelle, la résistance unitaire de rupture statique à la plaque de 0,48 m lors du battage pourrait varier de 15 à 25 MPa.
Ces valeurs nous ont inspiré pour orienter l'analyse paramétrique : 6 cas ont été étudiés :

q_b = 15, 17.5 et 20 MPa
ou Q_b = 2.7; 3.15 et 3.6 MN

pour 2 valeurs du quake : 1 et 10 mm.
q_b et Q_B sont respectivement la résistance unitaire et la résistance totale plastique à la plaque.

En outre q_b = 10 MPa a été étudié pour s = 1 et 5 mm.
q_b = 15 MPa a été étudié pour s = 0, c'est-à-dire une résistance purement plastique.
q_b = 0 MPa a été étudié pour obtenir le signal sur le pieu libre.
Etant donné que l'on calcule les phénomènes au delà de la pénétration maximale à la base, le pieu qui ne dispose pas de frottement négatif lors de sa remontée rebondit largement.
C'est pourquoi cette étude est uniquement utile en ce qui concerne l'enfoncement maximum et les diagrammes de force et de vitesse. D'autre part, étant donné l'absence de frottement, aucune contrainte résiduelle ne peut être générée et un seul coup suffit à l'analyse.

Divers éléments significatifs des calculs sont repris aux tableaux VI et VII p.256 et 257 :

l'enfoncement maximum s_{max}, le temps t_m auquel il se produit, la vitesse de rebond du mouton multipliée par l'impédance du pieu, l'enfoncement maximum de la base et, par soustraction du quake, l'enfoncement selon Smith, la vitesse maximum de la base multipliée par l'impédance du pieu. En ce qui concerne les diagrammes de force et de vitesse en fonction du temps, on a noté : la valeur du pic de traction, la valeur du 2ème pic de compression et le temps t_2 auquel il se produit, la valeur du 2ème pic de vitesse. En dernière colonne du tableau VII sont reprises les valeurs mesurées.

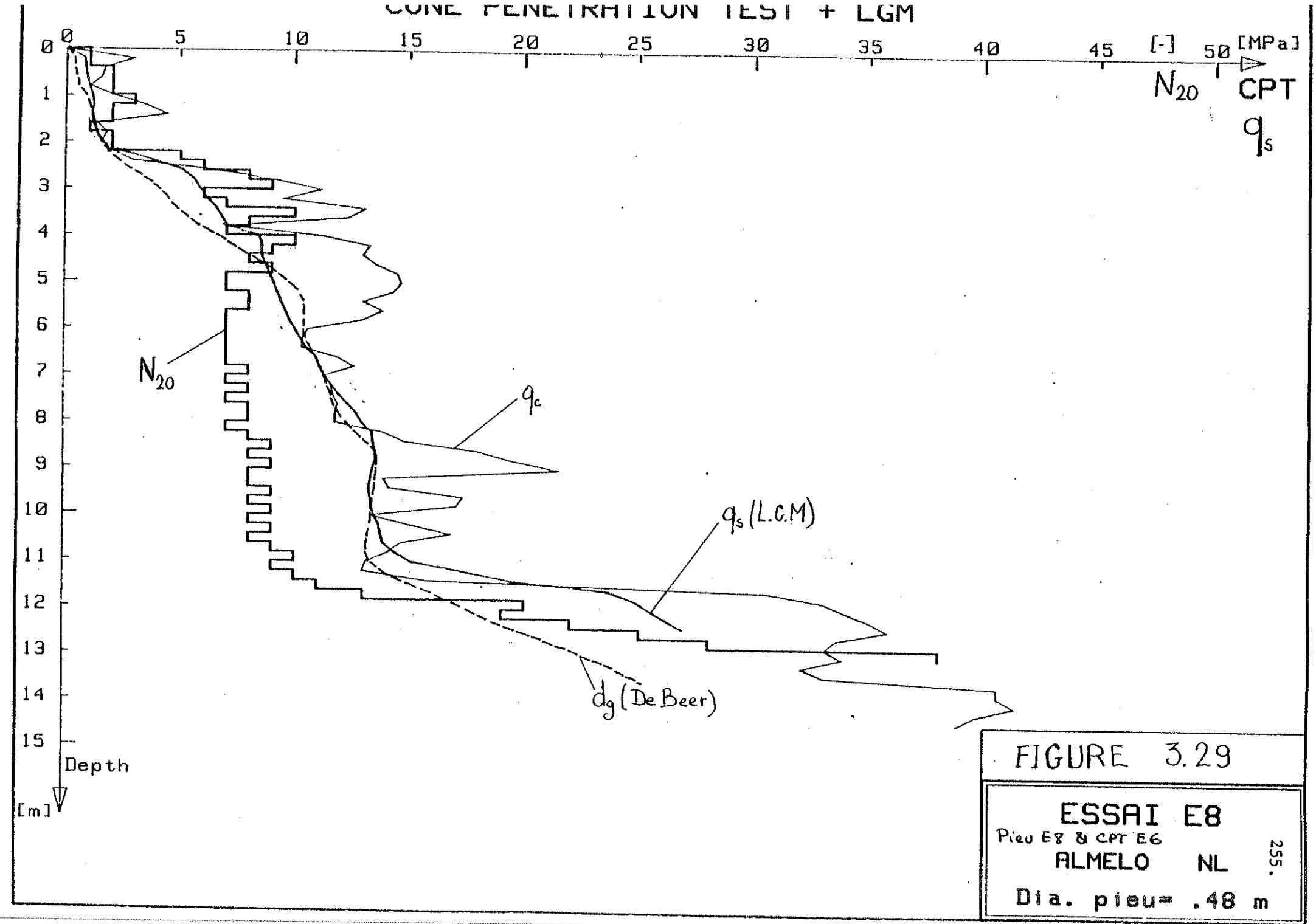


FIGURE 3.29

ESSAI E8

Pieu E8 & CPT E6

ALMELO NL

Dia. pieu= .48 m

TABLEAU VI - RESISTANCE ELASTO-PLASTIQUE A LA BASE

Quake s_b= 1 mm.

Q_b (MN)	0	1,8	2,7	3,15	3,6
s_{max} (mm)	∞	25	20,8	18,3	17,6
t_m (ms)	∞		10,8	10,4	10,0
$v_{rebond} \cdot x\rho \cdot v_c A$	-1,1	1,0	1,3	1,5	1,7
s_{max} base (mm)	-	24,5	14,5	13	11,1
s_{final} Smith	-	23,5	13,5	12	10,1
v_{max} base $x\rho v_c A$ (MN)	-	6	5,8	5,4	5,0
Pic traction (MN)	-2,45	-1,4	-0,85	-0,5	-0,2
2ème pic de vitesse (MN)	1,2	1,1	2,8	3,0	3,0
t_2 (ms)	10	10	15-16	14	13
2ème pic de vitesse (MN)	7,1	4,5	2,8	2,3	1,85

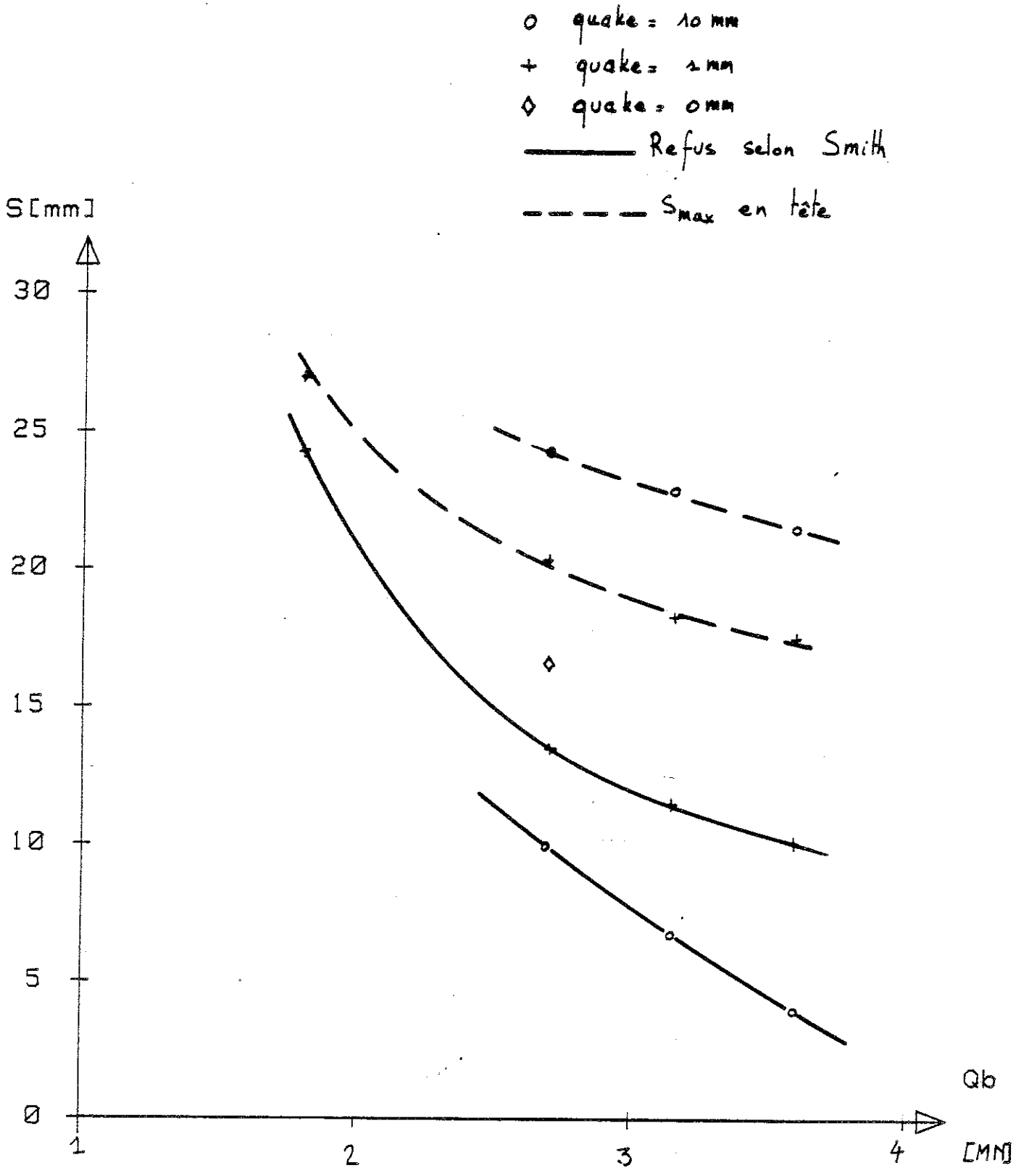
TABLEAU VII : RESISTANCE ELASTO-PLASTIQUE A LA BASE.

Quake s_b = 10 mm.

Q_b (MN)	2,7	3,15	3,6	à réaliser
s_{max} (mm)	24,5	23	21,6	21-24
t_m (ms)	11,2	10,5	10	15
v_{rebond} $x\rho.v_c A$	2,4	2,8	3,3	1,2
s_{max} base (mm)	20	16,8	14	
s_{final} Smith	10	6,8	4	
v_{max} base $\rho.v_c A$	6,9	6,7	6,5	
Pic traction (MN)	-1,8	-1,65	-1,5	- 0,1
2ème pic compression (MN)	3,4	3,3	4,3	2,9
t_2 (ms)	16-20	16	14	15

Du point de vue des déplacements, les valeurs de s_{max} et de s_{final} suivant Smith sont portées dans le graphique 3.30 p.258 en fonction de la résistance à la base, pour les deux valeurs du quake. On remarque d'emblée l'influence du quake : plus il est grand, plus l'enfoncement maximum est grand mais moins la valeur calculée de l'enfoncement permanent selon Smith est faible. Le paramètre qui varie le plus avec 1 quake est donc le rebond en tête présumé selon Smith : de 6 à 7 mm pour le quake de 1 mm, il passe de 14 à 18 pour le quake de 10 mm.

Pour examiner un cas de quake nul, on a choisi Q_b = 2,7 MN; on observe sur le graphique que l'enfoncement maximal n'a pas été réduit, ce qui veut dire qu'à ce point de vue un quake de, 1 mm est pratiquement infiniment rigide mais que d'autre part l'enfoncement final calculé selon Smith atteint une valeur maximum sensiblement plus élevée que le cas où le quake valait 1 mm.



ENFONCEMENT MAXIMAL EN TETE ET REFUS SELON SMITH EN FONCTION DE LA RESISTANCE ELASTIQUE-PLASTIQUE A LA BASE

FIGURE 3.30

TABLEAU VIII : RESISTANCE ELASTO-PLASTIQUE A LA BASE

Quake s_b = 1 et 10 mm

	q_b=6 MPa Q_B=1.09 MN		q_b=10MPa Q_B=1.81MN		q_b=25MPa Q_B=4.52MN		q_b=30MPa Q_b=5.43MN	
	s=1mm	s=10mm	s=1mm	s=10mm	s=1mm	s=10mm	s=1mm	s=10mm
s_{max}tête (mm)	42	45	27	30.6	16	20.4	14.7	19.4
t_{max} (ms)	22	19	13	18	10	9.5	7.5	-
v rebond x$\rho v_c A$	-	1.2	0.9	1.2	2.3	3.5	2.8	3.6
s_{max}base (mm)	42	45	25	29	8	11.7	5.5	10.2
N20 Smith	4.9	5.7	8.33	10.5	28.6	118	44	1000
v_{max}base xρv_c A (MN)	>6	>6	6	>6	4.3	6	3.1	5.9
Pic traction (MN)	-22	-2.7	-1.4	-2.2	+1.2	+1.1	+1.7	-0.9
2ème Pic compr.(MN)	1.4	1.5	1.4	1.65	2.5/3.2	3.2/5.2	3.5/4.5	3.7/5.6
t_2(ms)	10	10	10	10	7/10	10/13	7/10	10/13
2ème Pic vitesse (NM)	5.3	6	4	5	1 ?	3.4	0.4	3.0

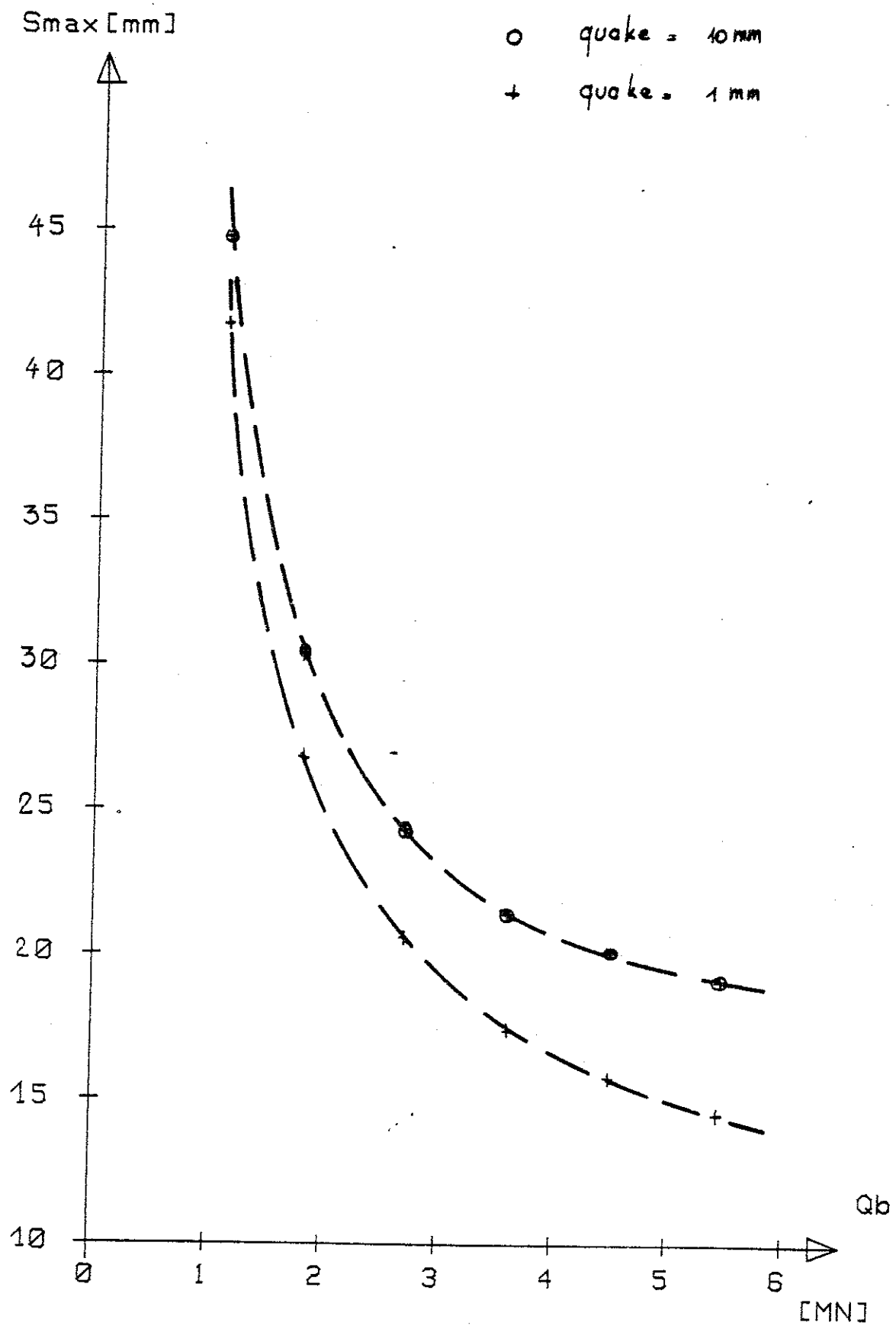
Pour dégager l'allure générale de ces courbes, l'analyse paramétrique a été étendue en dehors de la plage précédemment définie. Les valeurs q_b (Q_B) complémentaires sont : 6 MPa (1.09 MN), 10 MPa (1.8 MN), 25 MPa (4.52 MN) et 30 MPa (5.43 MN). Les caractéristiques des coups modélisés sont reprises au tableau VIII.

Les enfoncements maxima en tête du pieu sont représentés à la figure 3.31 p.261 en fonction de la résistance à la base tandi que à la figure 3.32 p.262 sont représentées les courbes de résistance à la base en fonction du nombre de coups nécessaires à enfoncer le pieu de 20 cm selon Smith.

Ces courbes affectent une partie initiale proche d'une droite mais s'infléchissent pour atteindre une asymptote horizontal correspondant à la capacité maximale du pieu battable par le système considéré.On remarque que suivant ce calcul, le quake dans les limites des cas considérés joue un faible rôle lorsque $N_{20} > 10$ (± 15 %). Par contre, pour des résistances plus élevées, son influence se fait sentir rapidement, le nombre de coups croîssant rapidement avec l'amplitude du quake. La plus grande influence se produit au niveau des résistances maximales que le système parvient à enfoncer : 5.5 MN pour s_b = 10 mm et de l'ordre de 8 MN pour s_b = 1 mm.

Les autres critères d'ajustement dans la plage initiale de l'analyse sont portés aux figures 3.33 p.263 et 3.34 p.264 en fonction de la résistance la base pour respectivement le quake de 1 et de 10 mm : le 2ème pic de vitesse, le pic de traction, le 2ème pic de compression, la vitesse de rebond et l'enfoncement maximum. Sur les courbes dégagées pour le quake de 1 mm, on a porté les points (ou la zone) satisfaisant à la réalité (mesure sur site) pour le critère déterminé. D'une manière générale, on peut dire que pour un quake donné, lorsque Q_b augmente et donc que la raideur augmente aussi, le second pic de vitesse décroît tandis que le gouffre de force s'amortit. Le second pic de vitesse de compression n'en est pas fort affecté. Par contre, pour une résistance à la base donnée, lorsque le quake augmente et donc que la raideur diminue, la traction causée par l'onde réfléchie devient plus importante, le second pic de vitesse est plus marqué et le second pic de compression est plus important et arrive plus tard. L'enfoncement maximal est plus grand, mais se produit pratiquement au même moment.

Hormis le pic de traction qui, s'il devait être seul respecté imposerait une résistance à la base de 3,6 MN, les points et zones définissent une plage autour de 2,5 MN pour la résistance à la base. Pour le quake de 10 mm, il n'est même pas possible de définir une telle zone.



ENFONCEMENT MAXIMAL EN TETE EN FONCTION DE LA RESISTANCE A LA BASE POUR UN QUAKE DE 10mm ET UN QUAKE DE 1mm

FIGURE 3.31

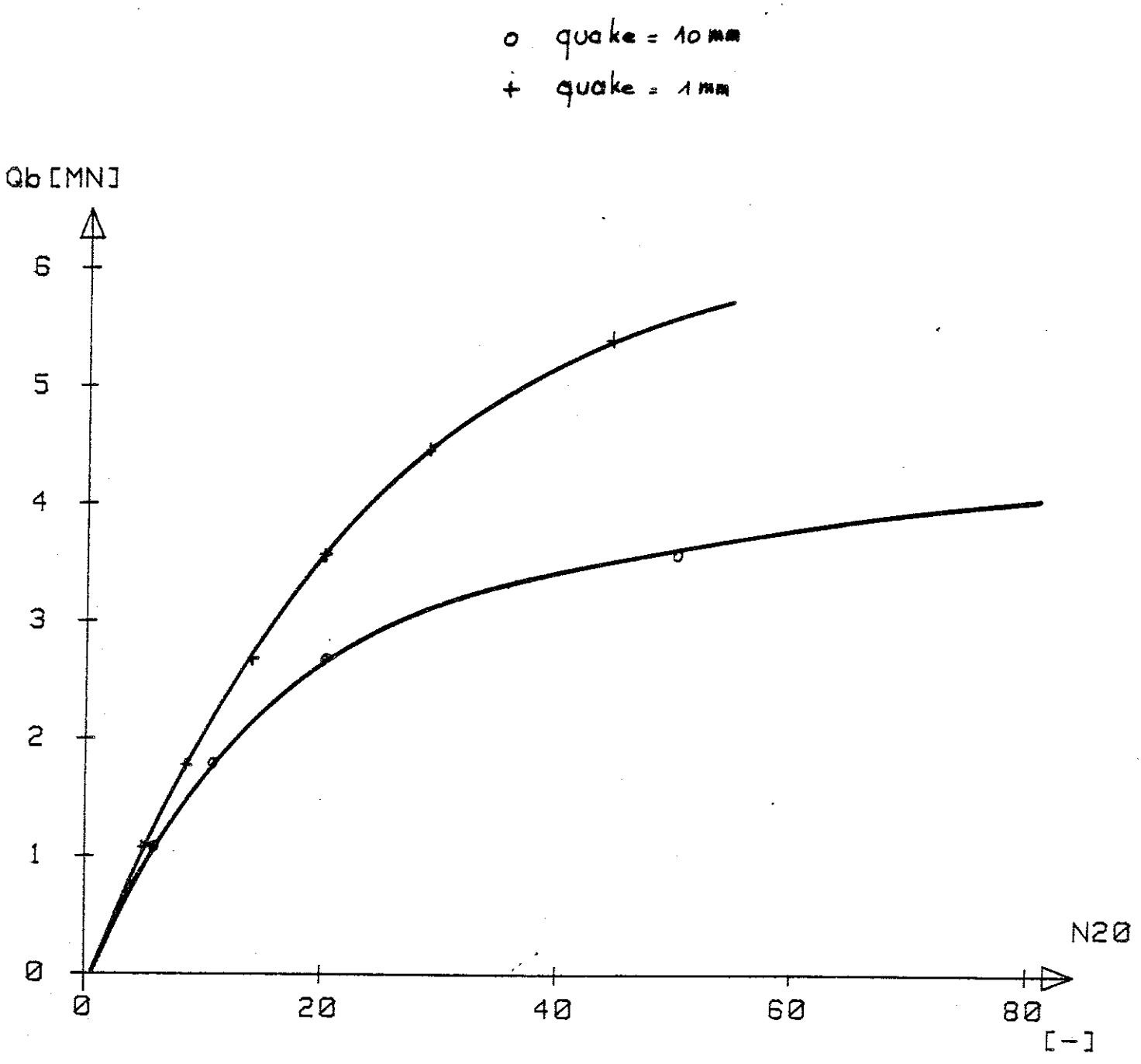
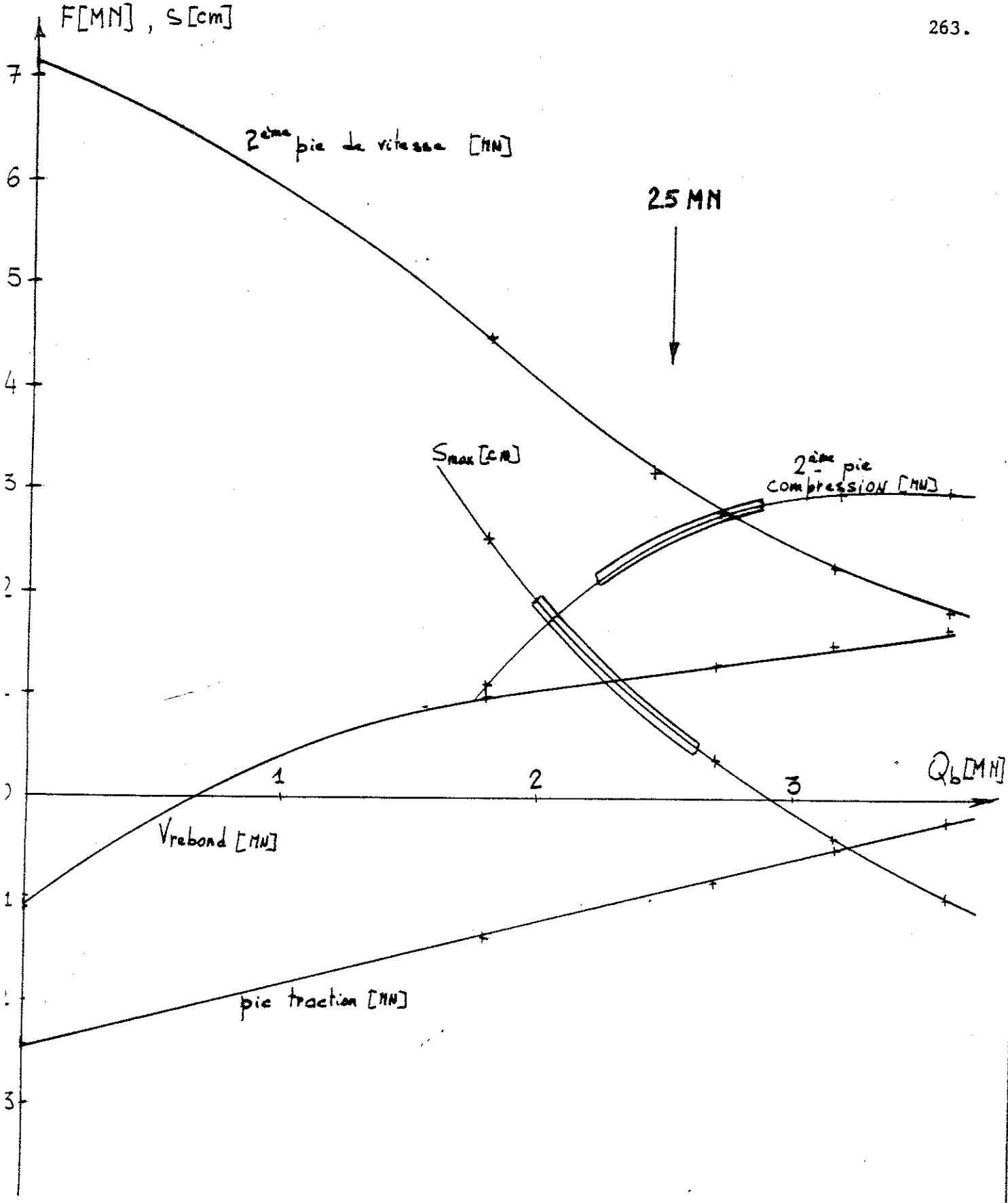


DIAGRAMME DE LA CAPACITE PORTANTE SELON SMITH

POUR UNE RESISTANCE ELASTO-PLASTIQUE

s =10mm et s =1mm

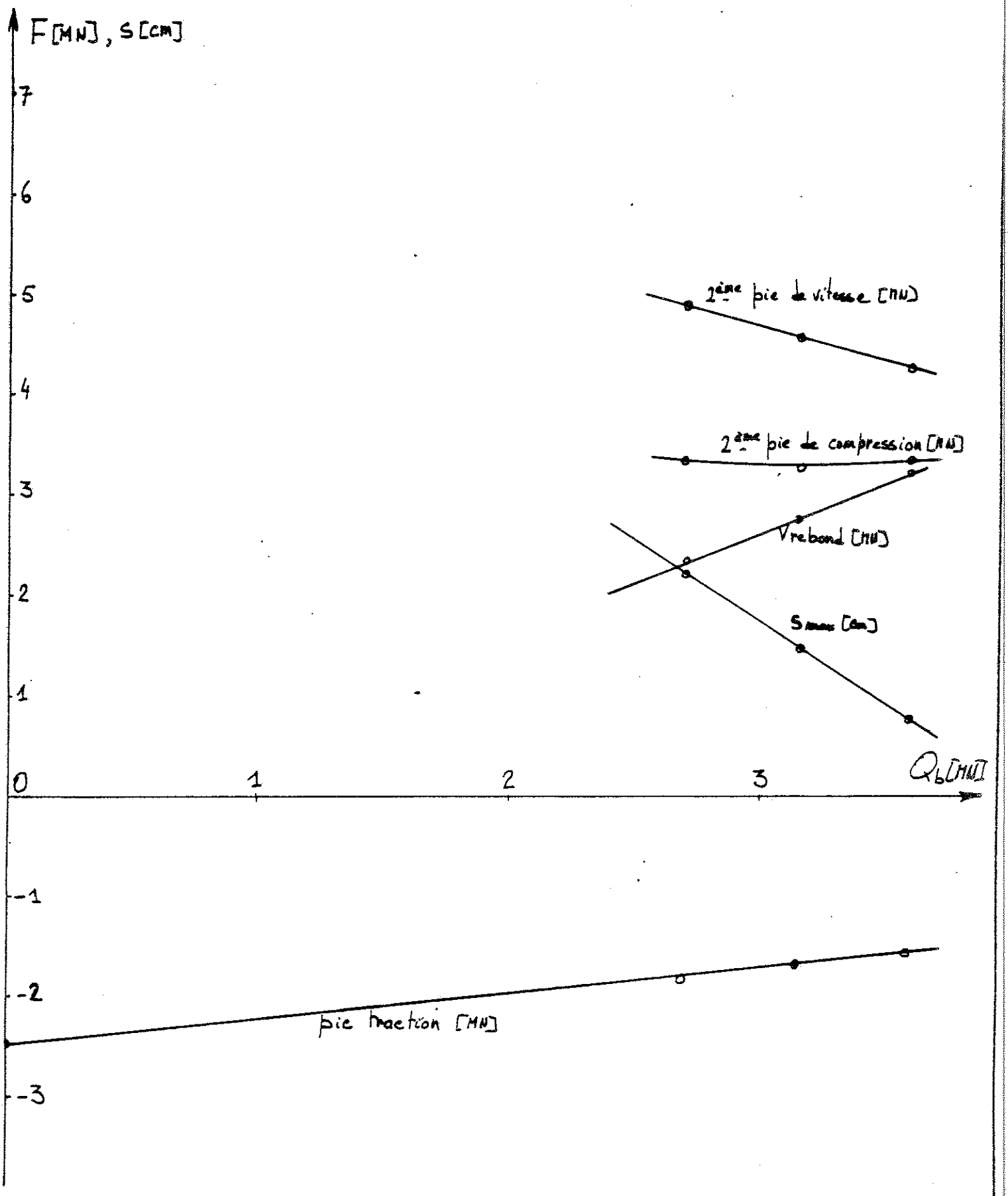
FIGURE 3.32



INFLUENCE DE LA RESISTANCE A LA BASE SUR LES ELEMENTS SIGNIFICATIFS DU CALCUL

CAS : Quake=1mm

FIGURE 3.33



INFLUENCE DE LA RESISTANCE A LA BASE SUR LES ELEMENTS SIGNIFICATIFS DU CALCUL

CAS : Quake=10mm

FIGURE 3.34

On voit donc que l'ajustement des paramètres conduit en ce qui concerne la résistance unique à la base à une valeur de résistance ultime de l'ordre de 2,5 MN et à un quake de l'ordre de 1 mm, tout en sachant qu'un pic de traction exagéré existe.

A titre d'exemple sont donnés à la figure 3.35 p. 226,4 diagrammes de la force et de la vitesse en tête du pieu en fonction du temps, p.266 :

- Q_b = 3.6 MN $\quad s_b$ = 1 mm
- Q_b = 2.7 MN $\quad s_b$ = 10 mm
- Q_b = 2.7 MN $\quad s_b$ = 1 mm
- Q_b = 2.7 MN $\quad s_b$ = 0

Il est intéressant de noter que pour le cas plastique essayé, (figure 3.36d), le diagramme de force à la tête monte brusquement, avant de plonger tout aussi brutalement vers la traction. Ceci est dû à la réflexion en force à la base avant tout déplacement sensible. Dès que la force est mobilisée, la vitesse à la base continue à croître et l'on se retrouve en traction.

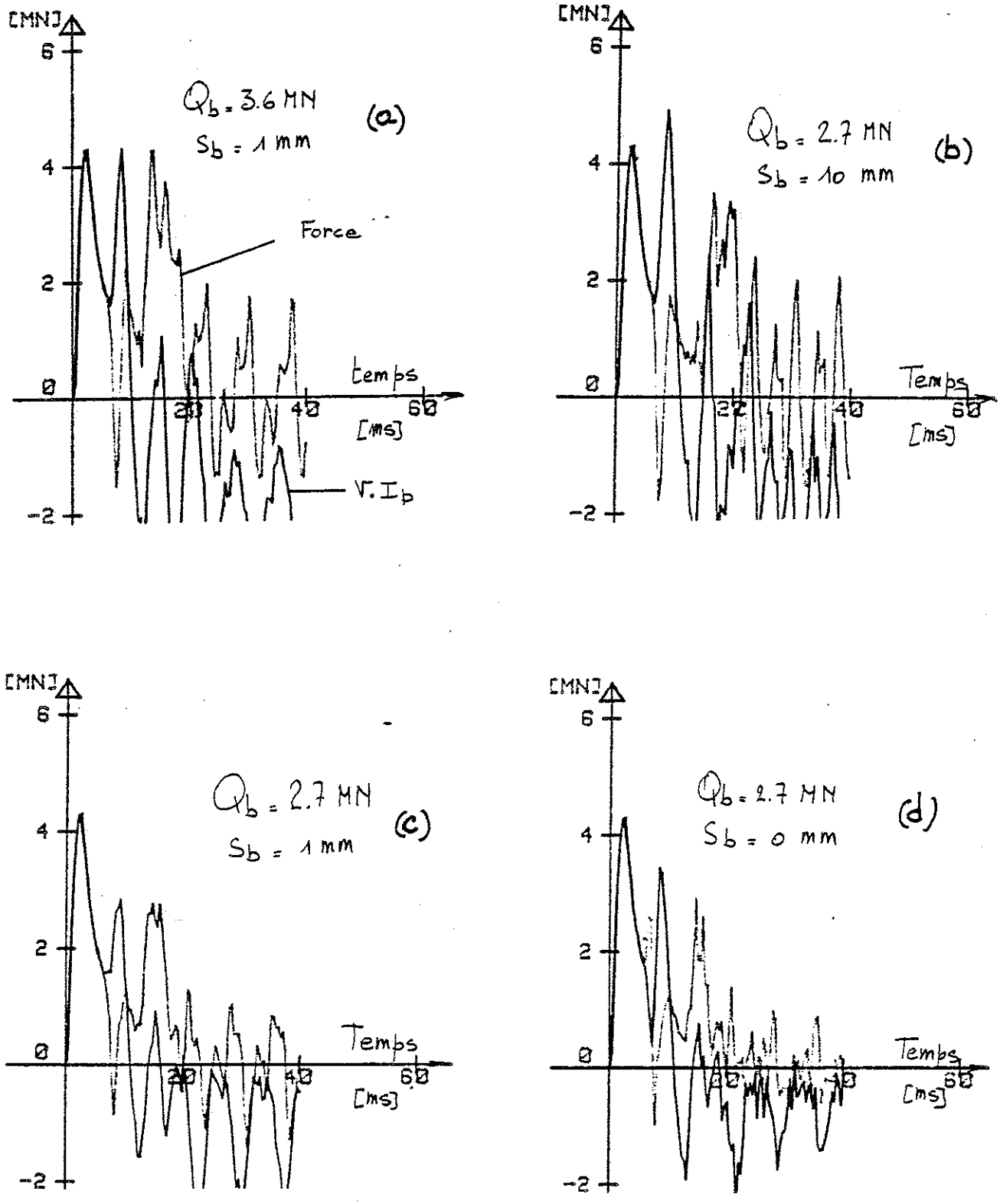
Résistance à la base purement visqueuse.

La résistance visqueuse étant représentée par un dashpot unique, la force produite est proportionnelle à la vitesse de la base. Etant donné que la contrainte du dashpot C_B a les mêmes unités qu'une impédance, on peut l'exprimer par rapport l'impédance du pieu.

L'impédance du pieu vaut $I_p = \rho v_c A$ = 5172 x 7850 x 0,03 = 1,218 MN/m/s.
Pour convertir cette valeur en impédance unitaire à la base, on divise par la surface de la plaque, et on obtient :
C_σ = 0,673 MPa/m/s.

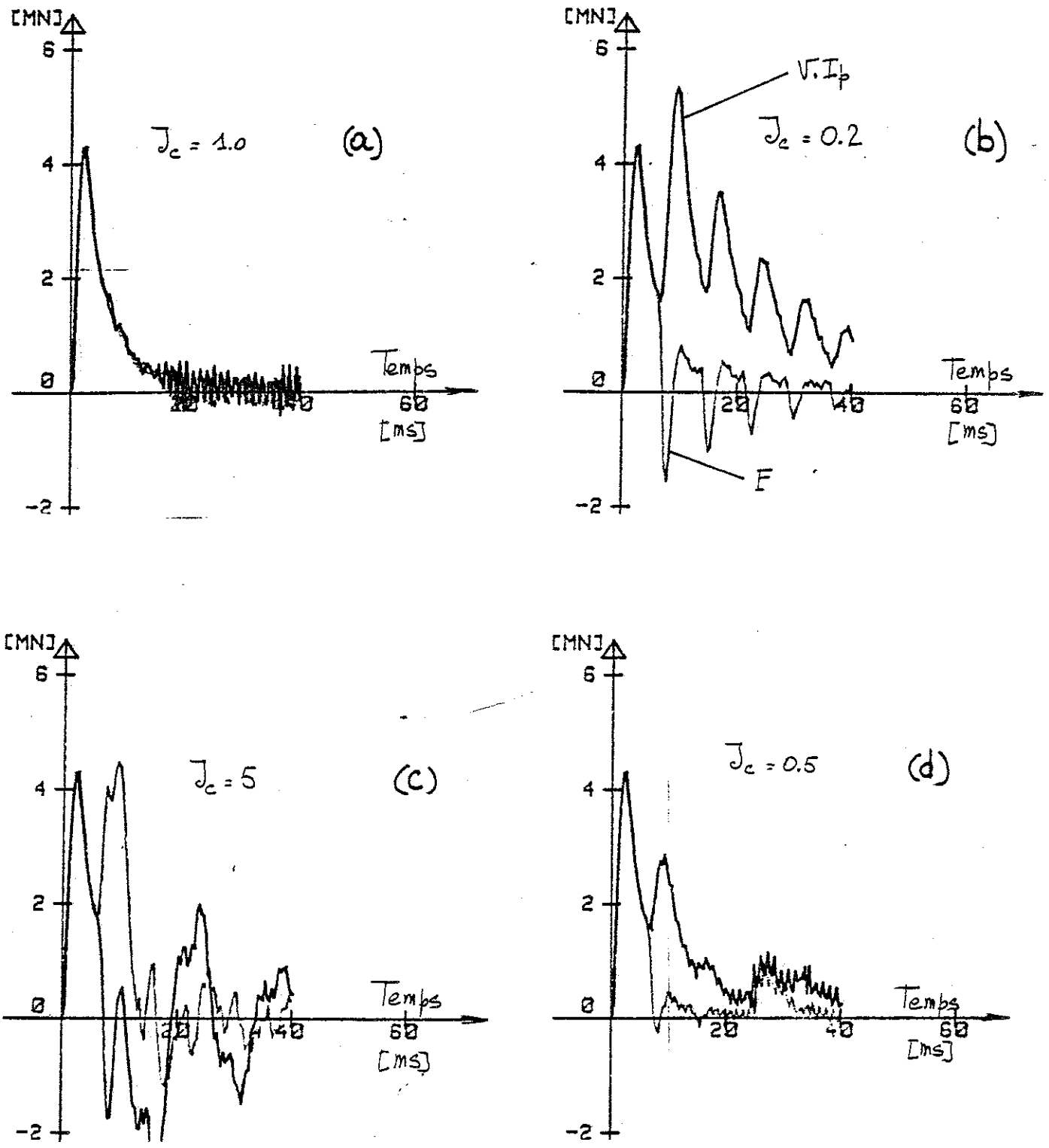
Lorsque cette constante de damping est donc égale à 0,673 MPa/m/s, la base se comporte comme un pieu semi-infini et l'ensemble forme un pieu semi-infini depuis la tête. Cette situation peut être exploitée pour examiner l'influence de la modélisation du système de battage car dans ces conditions, il n'y a aucune réflection de la base du pieu.

Pour juger du rôle que produit la résistance visqueuse à la base, on a résolu 4 problèmes pour lesquels l'impédance à la base était égale à 0,2; 0,5; 1 et 5 fois l'impédance du pieu.



4 EXEMPLES DE DIAGRAMMES DE FORCE ET VITESSE EN TETE DE PIEU POUR DIFFERENTES RESISTANCES ELASTIQUES-PLASTIQUES A LA BASE

FIGURE 3.35



4 EXEMPLES DE DIAGRAMMES DE FORCE ET VITESSE EN TETE DE PIEU POUR DIFFERENTES RESISTANCES VISQUEUSES A LA BASE

FIGURE 3.36

Ce rapport n'est autre que le damping adimensionnel J_c de la méthode "Case". L'énergie étant finie et dissipée dans le dashpot, le déplacement reste fini.

Lorsque l'impédance à la base est égale à l'impédance du pieu, $J_c = 1$ les courbes de force et de vitesse restent confondues pour tout temps : la figure 3.36a p. 267 permet de vérifier la stabilité et la précision du calcul. Lorsque l'impédance à la base est différente de l'impédance du pieu, les courbes se séparent de manière anti-symétrique par rapport à la solution précédente. Si la valeur est supérieure à l'impédance du tube, la force monte et la vitesse descend. Si la valeur est inférieure à celle du tube, c'est l'inverse qui se produit.
Une caractéristique remarquable des courbes de force et de vitesse calculées en tête du pieu est qu'elles ne se croisent jamais lorsque l'impédance à la base est inférieure à l'impédance du pieu : la vitesse reste toujours supérieure à la force. Un exemple en est donné à la figure 3.36b où $J_c = 0.2$.

Du point de vue de la satisfaction à la condition de traction, la valeur de l'impédance à la base la plus appropriée est un peu supérieure à 0,5 x l'impédance du tube (figure 3.36d), mais après cette condition remplie, l'amortissement est beaucoup plus fort qu'observé en réalité. Pour cette condition, la force maximale à la base est de l'ordre de 2,8 MN, c'est-à-dire assez proche de celle trouvée par résistance élasto-plastique uniquement.

Réaction visco-élasto-plastique

Pour étudier l'effet de la répartition de la résistance à la base en sa partie statique et sa partie visqueuse, nous avons étudié quelques cas de combinaison. L'analyse élasto-plastique nous guide vers une valeur de 2.5 MN avec quake de 1 mm tandis que l'analyse visqueuse, vers une valeur de 2,8 MN, obtenue par une impédance égale à 0,5 fois l'impédance du pieu. Les cas combinés tâcheraient de reproduire cette valeur maximale et ce par réduction respective des deux termes calculés séparément qui doivent maintenant s'additionner.
Les combinaisons de la résistance plastique Q_B et de l'impédance C_B ont été analysés pour un quake de 1 mm et un quake de 10 mm; les résultats pour le premier cas sont donné au tableau IX p.270 et ceux du second au tableau X p.271.

En comparant les résultats du tableau VIII à ceux du tableau VI, on juge de l'influence du damping d'après la proportion à laquelle il participe à la résistance dans le cas d'un faible

TABLEAU IX : Résistance visco-élasto-plastique à la base.

quake = 1 mm

Q_b[MN]	0.54 MN	1.09 MN	1.81 MN	2.26 MN
C_B[MN/m/s]	0.607 MN	0.485 MN	0,243 MN	0.121 MN
S_{max} (mm)	25.1	22.2	21.04	20.8
S_{max} base (mm)	24.2	20.2	18.6	16.8
N_{20} Smith	8.6	10.4	11.4	12.7
v_{max} base $x\rho v_c A$ (MN)	5.4	5.4	5.7	5.7
Q_{Max} base	3.2	3.2	2.9	2.9

TABLEAU X : Résistance visco-élasto-plastique à la base
quake = 10 mm

Q_B[MN] C_B[MN/m/s]	= 0 = 0.73 MN/m/s	= 1.09 MN = 0.485 MN/m/s	= 1.81 MN = 0.243 MN/m/s	= 2.26 MN = 0.121 MN
S_{max} (mm)	-	23.1	23.2	23.8
$S_{max\ base}$ (mm)	-	20.9	20.8	20.4
N_{20} Smith	-	18.3	18.5	19.2
$v_{max}\ \rho vcA$ (MN)	5.3	5.8	6.0	6.6
Q_{bmax} (MN)	3.2	2.9	2.8	2.7
Pic traction (MN)	0	- 0.2	- 0.9	- 1.4
3° pic compression (MN)	0.8	1.6	2.4	3.0
t_2(ms)	-	17	17	17
2° pic de vitesse (MN)	2.3	- 2.7	3.3	3.7

Au départ des valeurs obtenues pour les résistances élasto-plastiques et pour les impédances analysées, il a été adopté pour la suite de les combiner de la manière suivante :

Q_b = 1,8 MN ou q_b = 10 MPa

$C_B = 0,2\ I_p$ ou C_σ = 1.346 MPa/m/s

Ceci constitue un dosage 1/3 résistance d'impédance, 2/3 résistance élasto-plastique pour la condition de vitesse maximum à la base. Ce choix, basé sur les élements d'appréciation calculés sans frottement, nous permet d'analyser maintenant l'influence de ce dernier dans un cas particulier. Ce choix peut donc être remis en question s'il était incompatible avec l'adéquation du calcul et de la mesure.

3.2.2. Rôle du frottement latéral.

Les valeurs du frottement latéral se déduisent de l'essai de pénétration E6 (figure 3.12b p.223). On peut distinguer 3 couches dans lesquelles l'allure du diagramme de la résistance totale au frottement F_ℓ est linéaire.
Par dérivation, on obtient les frottements unitaires, compte tenu que le périmètre des tubes de l'essai de pénétration vaut :

χ = 0,112 m.

Couche 1 : de 0 à 2,5 m de profondeur : épaisseur a_1 = 2,5 m

$$F_{\ell 1} = 6,5 \text{ kN}$$

$$\tau_1 = \frac{F_{\ell 1}}{a_1 \chi} = \frac{6,5}{2,5 \times 0,112} = 23 \text{ kPa}$$

Couche 2 : de 2,5 à 12 m de profondeur: a_2 = 9,5 m
$\Delta F_\ell = 58 - 6,45 = 51,5$ kN

$$\tau_2 = \frac{\Delta F_\ell}{a_2 \cdot \chi} = \frac{52}{9,5 \times 0,112} = 48 \text{ kPa}$$

Couche 3 : de 12 à 14,4 m de profondeur; a_3 = 2,4 m

$$\Delta F_\ell = 110 - 58 = 52 \text{ kN}$$

$$\tau_3 = \frac{\Delta F_\ell}{a_3 \cdot \chi} = \frac{52}{2,4 \times 0,112} = 193 \text{ kPa.}$$

Début de la
couche 3 : de 12 à 13,2 m de profondeur; $a'_3 = 1,2$ m

$$\Delta F_\ell = 91 - 59 = 32$$

$$\tau_3 = \frac{\Delta F_\ell}{a'_3 \cdot \chi} = \frac{32}{1,2 \times 0,112} = 238 \text{ kPa.}$$

Compte tenu de ces estimations, on adoptera comme valeurs de référence :

de 0 - 2,5 m	$\tau_1 = 0,025$ MPa (2,5 t/m^2)
2,5 - 12 m	$\tau_2 = 0,050$ MPa (5 t/m^2)
12 - 14 m	$\tau_3 = 0,200$ MPa (20 t/m^2)

Deux essais effectués dans des conditions semblables, mais avec mesure du frottement latéral local (D8 et D9) confirment ces valeurs. Le diagramme du frottement local de D8 est reproduit à la figure 3.13b p.225.

Le rôle du frottement latéral est essentiel dans notre analyse qui calcule le battage jusqu'au repos du pieu. Ce rôle est nettement plus faible dans le cas d'une analyse selon Smith puisque l'on ne s'occupe pas du rebond, qui en théorie, est un mouvement soumis uniquement à la gravité si le frottement est nul. L'action du frottement latéral est donc de limiter le rebond du pieu.

Une fois que la base du pieu a atteint son déplacement maximumt l'énergie disponible de restitution de la réaction à la base e contenue dans le pieu doit être dissipée par le frottement latéral. (cf. paragraphe 6.4 du chapitre II)

Une analyse simplifiée des facteurs influançant ce rebond fait apparaître que le rebond est d'autant plus important que le quake à la base est important et que le rapport de la résistance au frottement latéral à la résistance à la base est faible.

Un autre facteur peut être considéré pour le choix des valeurs de résistance unitaire au frottement : la mise en place du tube au moyen d'une plaque élargisseuse. Le rebord de 3 cm que présente la plaque par rapport au tube remanie fortement le terrain à la périphérie du tube et un coefficient de réduction pourrait être envisagé pour expliquer certains phénomènes.

Le frottement total Q_f de référence sur le tube Ø 420 mm dont le périmètre vaut 1,32 m se calcule comme suit :

Couche 1 : 0,025 x 1,32 x 2,5 m = 0,08 MN

Couche 2 : 0,050 x 1,32 x 9,5 m = 0,63 MN

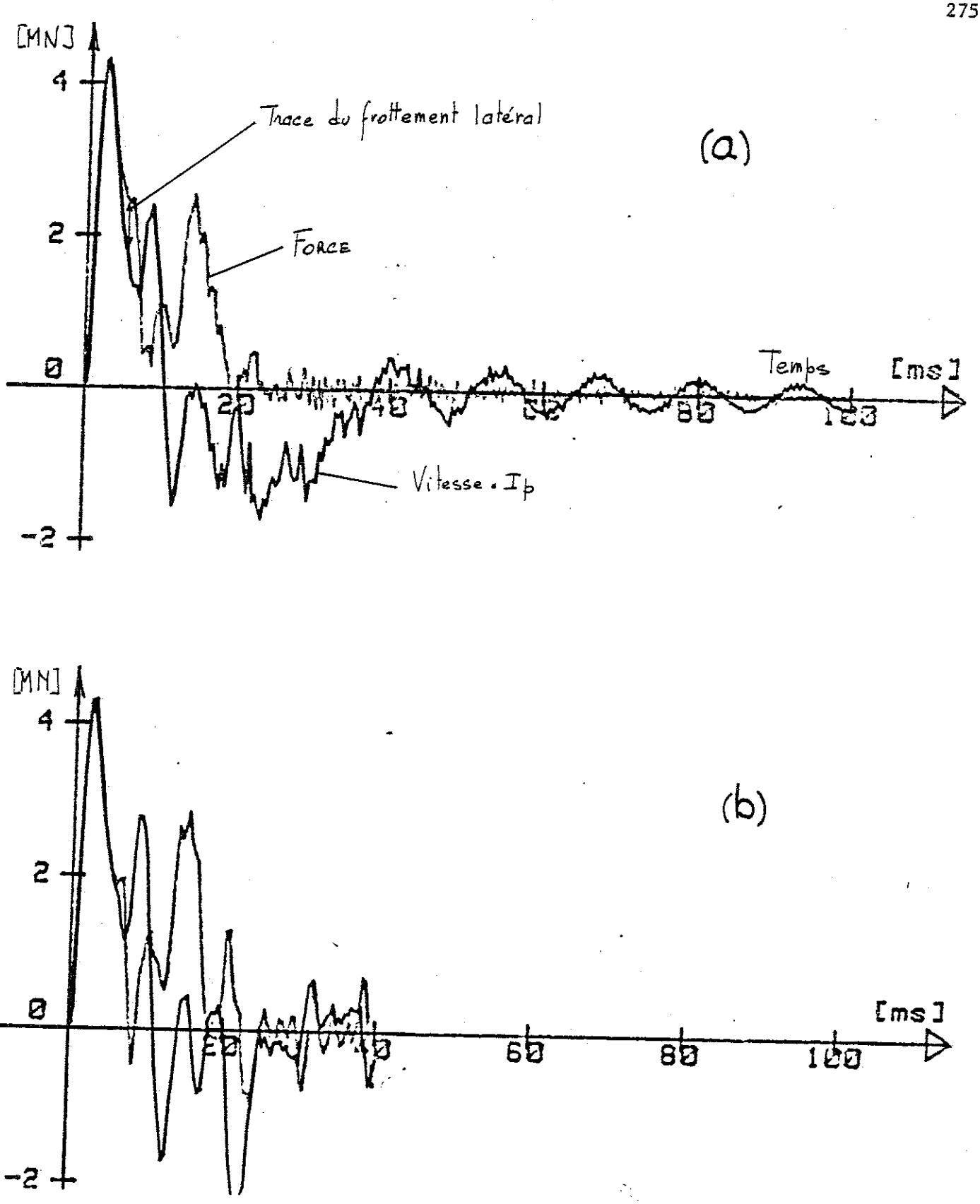
Couche 3 : 0,200 x 1,320x 1,20 m = 0,32 MN

TOTAL : 1,03 MN

Un autre aspect du frottement latéral est d'être à l'origine des contraintes résiduelles de battage. Pour une valeur de la résistance à la base donnée, plus le frottement est élevé, plus les contraintes résiduelles peuvent être élevées.

La présence des contraintes résiduelles produisant un état final différent de l'état initial considéré dans le calcul du 1er coup, il s'avère alors nécessaire de simuler plusieurs coups dont les états initiaux finissent par être identiques aux états finaux. La nécessité de simuler plusieurs coups est d'autant plus aiguë que les contraintes résiduelles sont importantes et que le refus est faible. A cet égard, il est reconnu que la méthode d'analyse suivant Smith est d'autant moins fiable que le refus est faible.

Avec l'introduction du frottement, nous estimons que l'ensemble des paramètres déterminant les ondes dans le pieu est représenté et que donc, on est en droit de vérifier que le calcul reproduit la mesure. Cette vérification est faite visuellement par superposition d'une copie transparente des signaux de force et vitesse mesurés au diagramme de calcul tracé à la même échelle. L'échelle de temps est primordiale pour la précision de la vérification : si le graphique est tracé sur les 20 premières millisecondes, (sur 10 cm), on s'attache à la détermination des paramètres lors des premiers instants de l'impact. Si par contre, le graphique est tracé sur 50 ou 100 ms, c'est l'allure générale qui prévaut. Puisque nous sommes intéressés par le refus, c'est l'ensemble des signaux qui prévaut et la comparaison est faite sur 50 et 100 ms. Si certains détails qui nous semblent importants ne sont pas localement respectés, alors une échelle plus grande est choisie pour cette analyse particulière. C'est une de ces analyses qui nous a conduit à raffiner la modélisation de la tête du tube et du casque. Ce raffinement qui est présenté dans le paragraphe 3.3 suivant a été utilisé dans la poursuite de l'analyse générale.



CALCUL DE L'ENSEMBLE DE LA RESISTANCE

(a) Frottement vierge dans toutes les couches

(b) Frottement supérieur reduit

FIGURE 3.37

L'adoption des valeurs du frottement latéral déduites des essais de pénétration avec un quake de 1 mm a immédiatement mis en lumière l'abaissement trop rapide du signal de vitesse par rapport à celui du signal de force, après un maximum ainsi qu'illustré par le graphique 3.37a p.275, de la force et de la vitesse en fonction du temps. Dans le problème, la force résiduelle était de l'ordre de 0,41 MN sur un frottement total de 1 MN. Rappellons que les caractéristiques de la réaction à la base sont : Q_b = 1.8MN, s_b = 1 mm. Pour satisfaire à la condition de proximité des deux courbes après le maximum, un nouvel essai a été conduit avec un coefficient réducteur de 0.5 sur le frottement latéral. Ce coefficient convenait pour la descente des deux courbes, mais alors, à cause de la faible valeur du frottement, ainsi que mis en évidence dans le chapitre précédent, le rebond du pieu devenait trop fort. Un essai a été réalisé avec un frottement élevé proche de la base : 1MN répartit sur les 20 derniers centimètres. Les résultats donnés à la figure 3.37b indiquent la meilleure correspondance avec la mesure. On en a conclu que pour satisfaire au début de la mobilisation du frottement dans les horizons supérieurs, le frottement pouvait être réduit de moitié tandis que pour l'horizon inférieur, il devait être maintenu. Cette conclusion ne nous a pas heurté dans la mesure où l'on peu admettre que les mouvements de va-et-vient qui "usent" le frottement latéral ont eu le temps d'agir plus longtemps dans les couches supérieures. Il résulte de ces premières observations que les valeurs les plus raisonnables du frottement peuvent être avancées sans grand danger de modification, pour les 3 couches considérées:

τ_1 = 0.5 x 0.025 MPa = 0.0125 MPa (1.25 t/m^2)

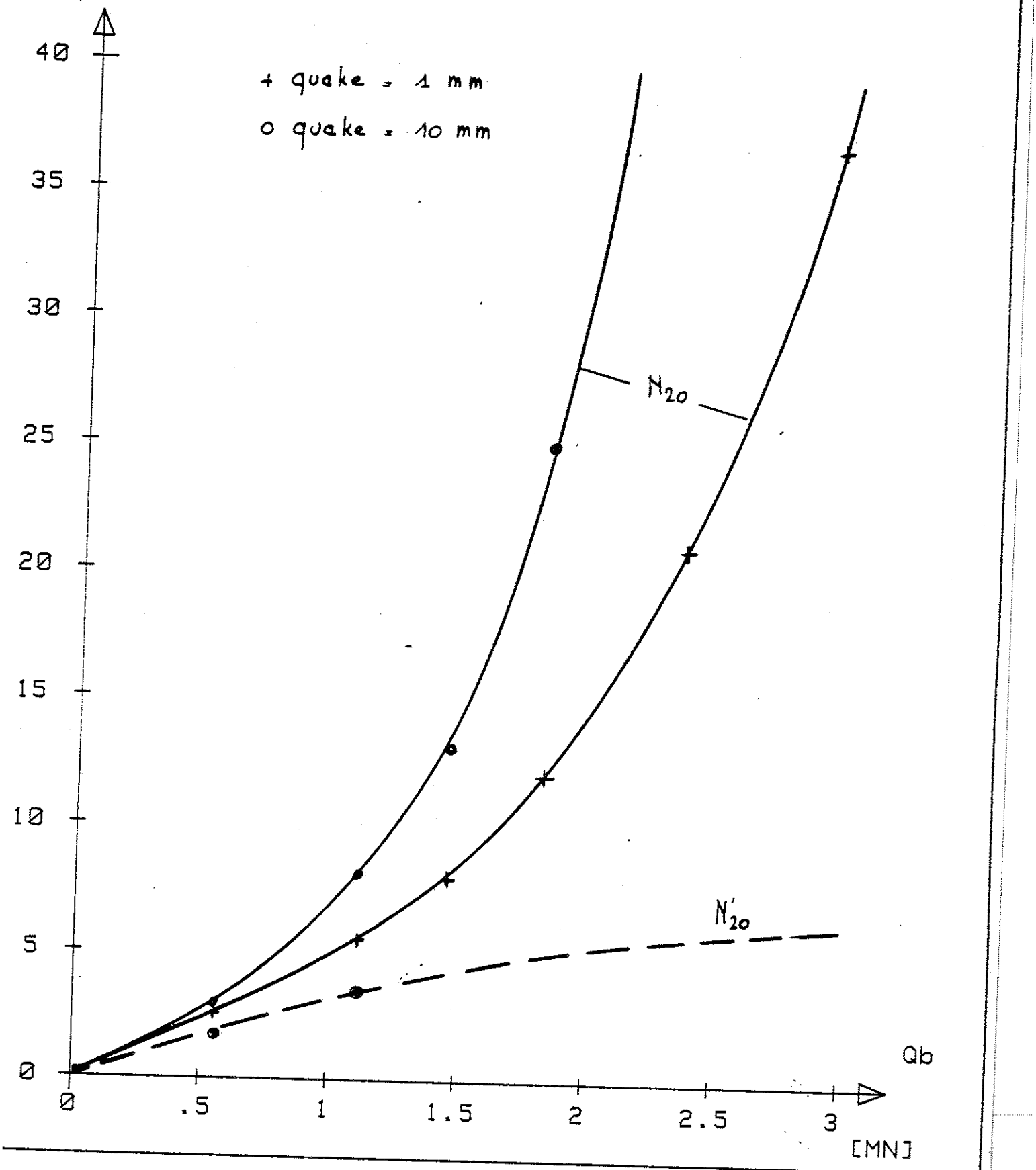
τ_2 = 0.5 x 0.05 MPa = 0.025 MPa (2.5 t/m^2)

τ_3 = 0.2 MPa (20 t/m^2)

Cette dernière valeur peut sembler forte eu égard à la proximité du rebord élargisseur de la plaque. C'est cependant la seule admissible du point de vue du calcul : à nous d'en trouver une interprétation physique. Ce point sera explicité dans le chapitre V.
La valeur du frottement latéral total pour les problèmes que nous allons analyser est :

$$Q_f = 1.32 \times (2.5 \times 0.0125 + 9.5 \times 0.025 + 1.2 \times 0.2) = 0.67 \text{ MN}$$

Grâce à cette première détermination, nous racourcissons sensiblement l'analyse paramétrique que l'on aurait pû effectuer sur le frottement. Au contraire, ici, nous allons



CALCUL DE L'ENSEMBLE DE LA RESISTANCE

N20 et N'20 en fonction de la résistance a la base

pour 2 valeurs du quake ($Q_f = 0.67$ MN
$S_f = 1$ mm)

FIGURE 3.38

nous livrer à une appréciation de la résistance à la base, avec le frottement élasto-plastique de 0.67 MN adopté. Par mesure de simplification la valeur de quake de frottement de 1 mm a été conservée pour toutes les couches.

Les cas envisagés se rapportent à une base dont le comportement visco-élasto plastique est décrit par les paramètres suivants :

Q_b = 0, 0.53, 1.09, 1.45, 1.81, 2.35, 2.9, MN

s_b = 2 ou 10 mm

J_c = 0.1 (C_σ = 0.671 MPa/m/s).

Les résultats de ces analyses sont résumés au tableau XI p.280 pour le quake de 2 mm et au tableau XII p.279 pour le quake de 10 mm. Pour le premier coup, on y a repris le refus stabilisé, la force résiduelle ainsi que la vitesse de rebond du mouton. Pour le 2ème coup que l'on considère comme réprésentatif, on y a repris la vitesse de rebond du mouton, le caractère oscillant ou non du signal de déplacement, le refus, l'enfoncement maximal en tête, la force résiduelle, l'effort maximal en compression et en traction, la valeur de l'enfoncement au rebond maximum. Pour obtenir des grandeurs de battage, on a également calculé le N_{20} sur la base du efus, ainsi que la valeur de N'_{20} sur la base de l'enfoncement maximal, pour les 2 valeurs du quake.
N'_{20} est en fait obtenu par la formule:

$$N'_{20} = \frac{200}{s_{max}[mm]}$$

Ces deux données de battage condensées sont présentées à la figure 3.38 p. 277 en relation avec la résistance à la base.

L'enfoncement maximal en tête, représenté par N'_{20} apparaît comme un piètre critère pour distinguer l'influence de la résistance à la base étant donné sa faible variation. Il est encore moins utile lorsqu'il s'agit de distinguer la valeur du quake. Par contre, l'influence du quake se fait sentir fortement sur N20 et ce d'autant plus que la résistance au frottement est élevée. Compte tenu de la valeur mesurée du refus : $25 \leq N_{20} \leq 28$, les deux cas les plus proches de la réalité sont :

1°) Q_b = 1.8 MN avec s_b = 10 mm

2°) Q_b = 2.35 MN avec s_b = 2 mm

Pour ces deux problèmes, les diagrammes calculés sont représentés aux figures 2.39 a p.281 et b p.282. Leur comparaison avec les diagrammes mesurés permet de voir que sur une bonne vingtaine de millisecondes la similitude est satisfaisante. Les signaux calculés dans le premier cas ont cependant les

défauts suivants : un pic de traction trop élevé et le second pic de vitesse trop élevé. Par contre dans le second cas, le premier pic de vitesse est trop faible.

TABLEAU XI BASE ET FROTTEMENT

Quake à la base s_b = 2 mm, C_B = 0.122 MN/ms

Q_f = 0. 67 MN, s_f = 1 mm .

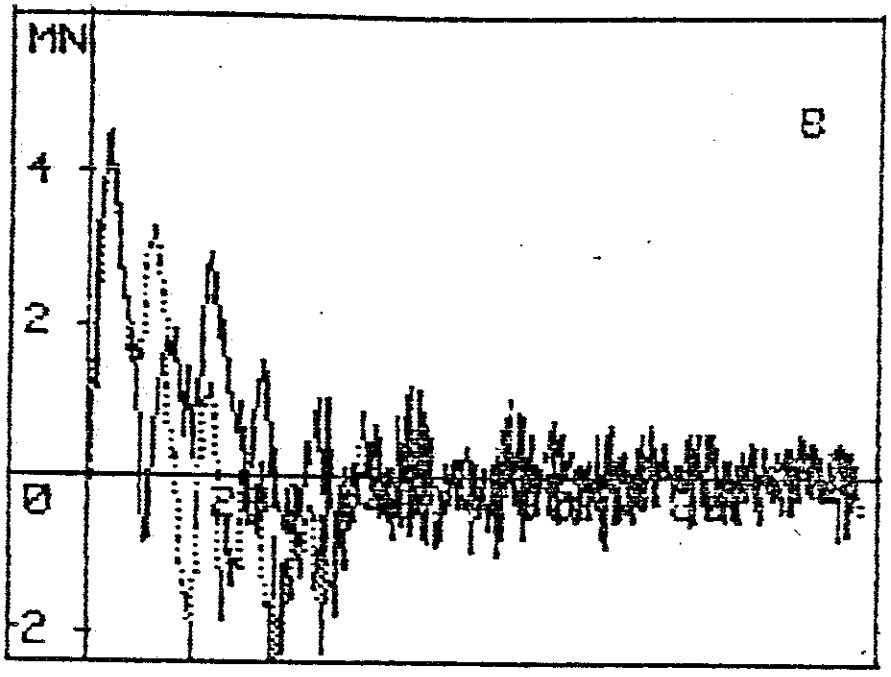
	Q_b[MN]	0	0.54	1.09	1.45	1.81	2.35	2.90
1er COUP	S_{f1}[mm]	43.5	27.4	18.7	16.1	12.2	8.3	4.9
	R_{seg} [MN]	0.05	0.08	0.2	.24	0.2	0.2	0.1
	v_{mouton} [m/s]	- 0.01	- .72	- .76	- .7	- 1.01	- 1.01	- 1.14
	v_{mouton} [m/s]	- 0.29	- .64	- .56	- .76	- 1.04	- 0.94	- 1.02
	Ondulations	pas	pas	pas	oui	pas	pas	pas
	S_{f2} [mm]	43.6	27.4	19.2	15.6	11.7	7.7	4.8
	S_{max}[mm]	45.1	30.4	23	21.5	19.5	17.8	16.7
2ème COUP	R_{seg}[MN]	0.02	0.07	.10	.24	0.2	.25	.31
	P_{max}[MN]	4.63	4.5	4.72	4.64	4.61	4.58	4.6
	T_{max}[MN]	- 1.93	-1.7	- 1.39	- 1.2	- 1.18	-1.26	1.32
	S_{min}[mm]	41	26	18.5	14	12	6	4.8
	N_{20}	4.6	7.3	10.4	12.8	17.1	26	42
	N'_{20}	4.4	6.6	8.7	9.3	10.3	11.2	12

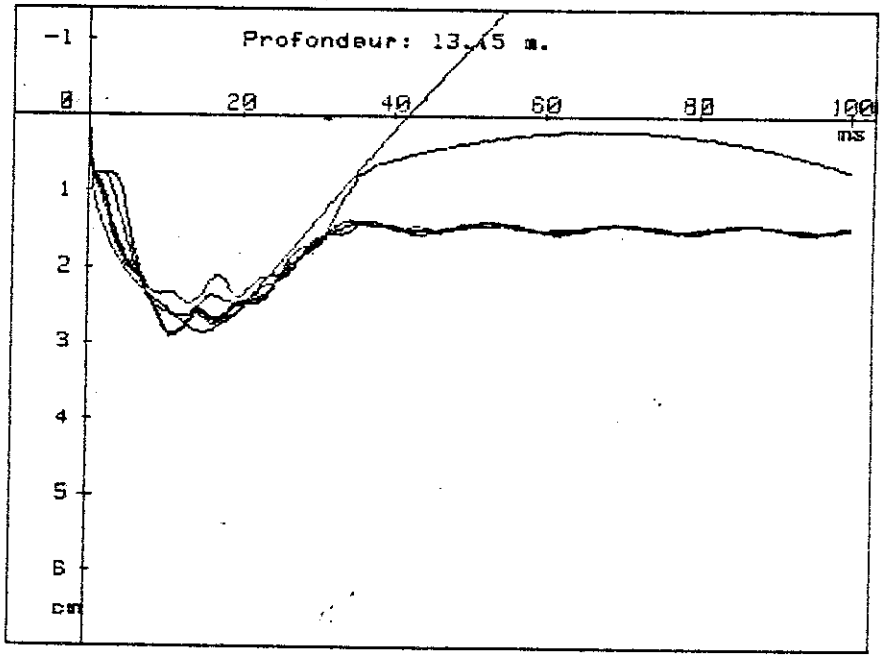
TABLEAU XII BASE ET FROTTEMENT

Quake à la base s_b = 10mm, C_B = 0.122 MN/ms

Q_f = 0. 67 MN, s_f = 1 mm

	Q_b[MN]	0.54	1.09	1.45	1.81	2.35	2.90
1er COUP	S_{f1}[mm]	26.7	16.6	11.7	7.5	0.9	- 2.5
	R_{seg} [MN]	0.30	.21	0.12	0.08	0.	0.1
	V_{mouton} [m/s]	-0.51	- 79	- .97	- 1.21	- 1.43	- 1.14
2ème COUP	V_{mouton} [m/s]	-0.37	- .73	- .93	- 1.20	- 1.35	- 1.56
	Ondulations	peu	faible	oui	oui	oui	oui
	S_{f2} [mm]	26.4	15.4	11	6.6	0.9	- 2.9
	S_{max}[mm]	30	23.5	23	21	20	18.8
	R_{seg}[MN]	.27	.21	.10	0	0	0.05
	P_{max}[MN]	4.69	4.68	4.66	4.7	4.65	4.6
	T_{max}[MN]	- 1.63	- 1.23	- 1.3	- 1.08	- 1.20	- 1.19
	S_{min}[mm]	25	15	11	6	0	- 3
	N_{20}	7.6	13	18.2	30.3	220	∞
	N'_{20}	6.7	8.5	8.7	9.5	10	10.6



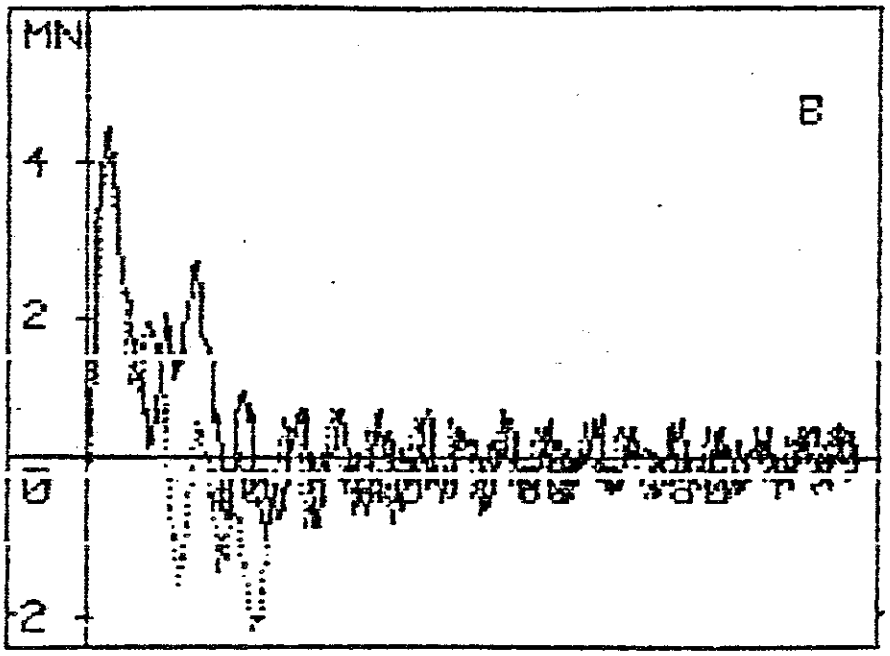


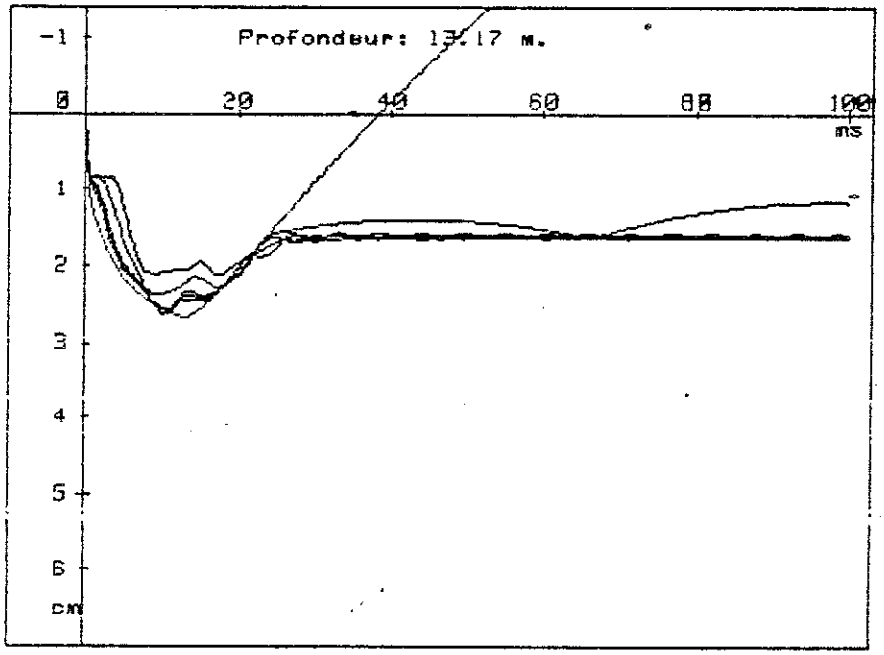
CALCUL DE L'ENSEMBLE DE LA RESISTANCE

(a) Qb=1.8MN Sb=10mm

Qf=.67MN Sf=1mm

FIGURE 3.39



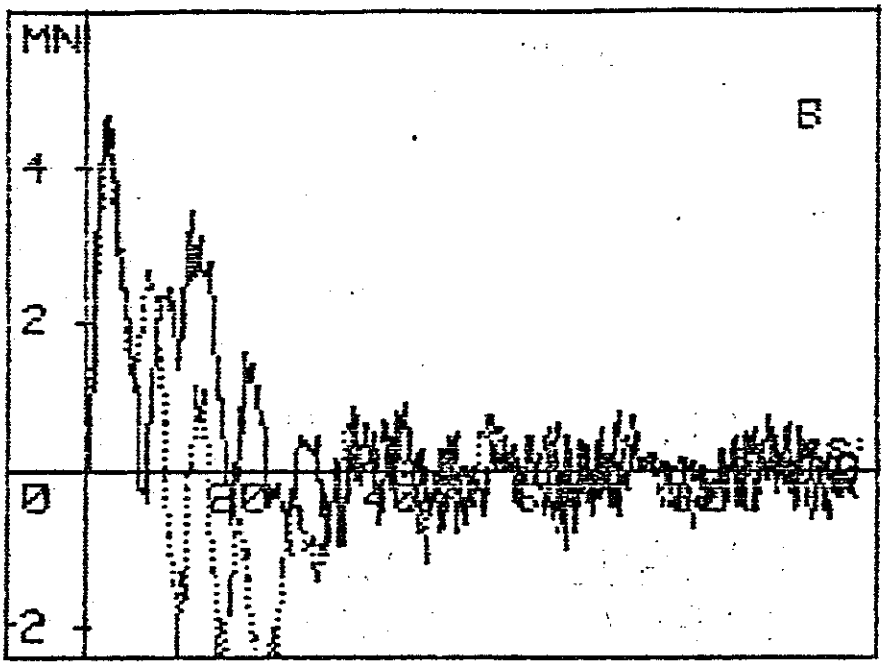


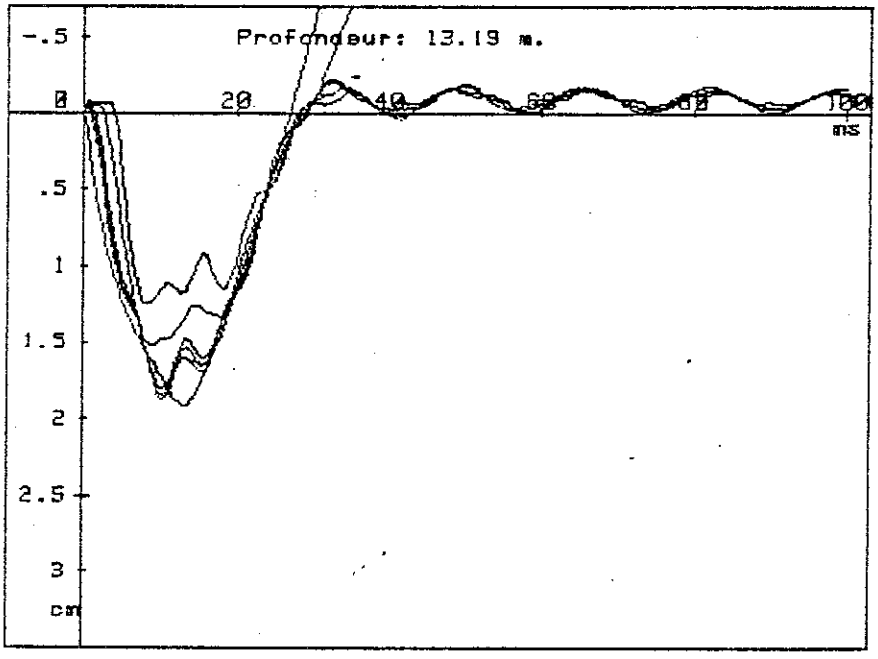
CALCUL DE L'ENSEMBLE DE LA RESISTANCE

(b) Qb=2.35MN Sb=2mm

Qf=.67MN Sf=1mm

FIGURE 3.39





CALCUL DE L'ENSEMBLE DU SYSTEME JUSQU'A STABILISATION . Role du frottement par rapport à

Qb=2.9MN Sb=10mm

FIGURE 3.40

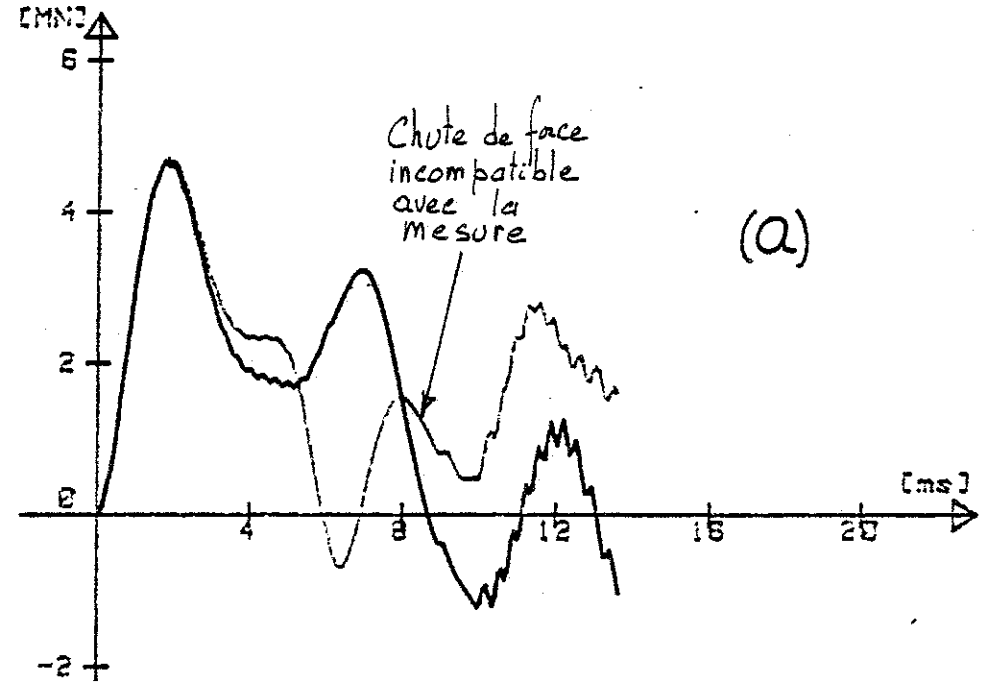
Une autre remarque de l'observation des diagrammes est que leur amortissement naturel dans le temps est pratiquement nul. Ceci est dû au fait que le frottement ne possède pas de terme d'amortissement. Il serait possible d'amortir le mouvement de cette manière, mais alors au début de l'impact, le frottement devient trop élevé. On en déduit que la valeur du damping pour mener à la stabilisation est incompatible avec celle agissant pour les grandes vitesses au début de l'impact. Cette constatation est renforcée pour un amortissement de type proportionnel à la résistance instantanée statique puisqu'en effet, dans le cas, la stabilisation est d'avantage prolongée.

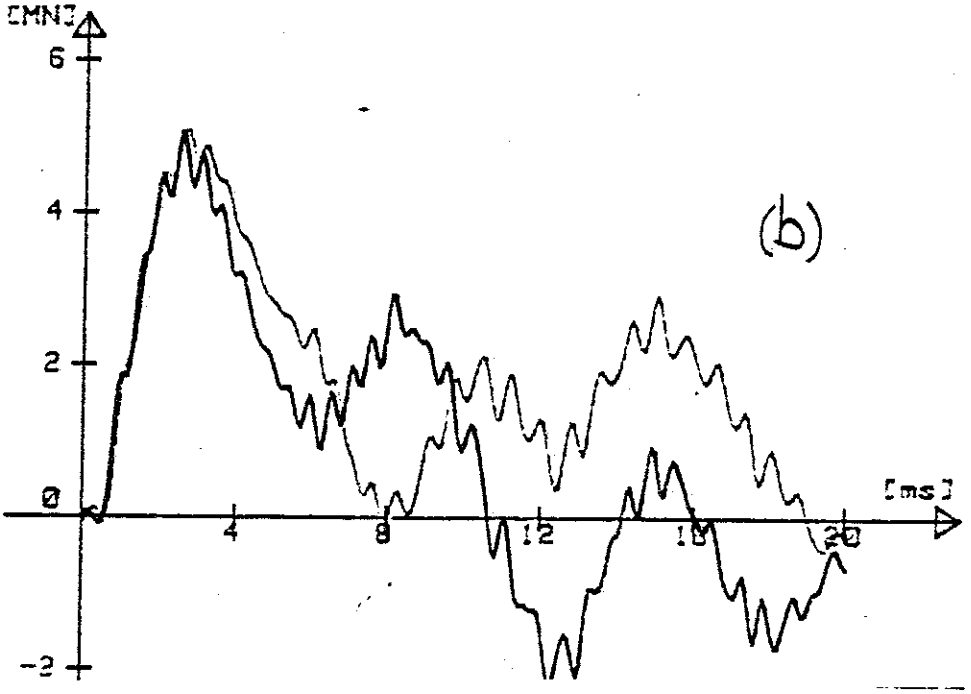
Une confirmation par l'exemple est donnée de l'importance à calculer jusqu'à stabilisation (sur plusieurs coups) et à tenir compte du frottement comme élément résistant au rebond. Pour le cas Q_b = 2.9 MN et s_b = 10 mm donné à la figure 3.40 p.283, on voit que théoriquement le pieu remonte : l'énergie élastique du pieu et du sol à enfoncement maximal est supérieur au travail du frottement pour la remontée égale de sens inverse. Pour ce cas, on constate la grande vitesse de rebond du mouton. En règle générale celle-ci diminue au second coup.

3.3. Raffinement du modèle.

Lorsqu'il s'est agi de superposer les courbes mesurées aux courbes calculées de force et vitesse en tête de tube, il n'a pas été possible de créer un second pic de force réaliste, quels qu'aient été les paramètres définissant la résistance du sol. Ce défaut est illustré à la figure 3.41 p.285 où l'on constate que la montée en force est interrompue par la descente de vitesse un peu avant que les courbes ne se croisent (9-10 ms).

Puisque cette caractéristique ne peut être corrigée par le sol, c'est qu'elle dépend du système de battage. Plusieurs paramètres peuvent être remis en cause : la discrétisation d'un système bien connu ou la méconaissance du système dans le niveau de précision nécessaire à une simulation raisonnable. Avant d'examiner la possibilité d'une erreur de mesure sur un des paramètres, poussons la discrétisation du système de battage plus finement : ce travail sera fait pour la tête du pieu ainsi que pour le casque.





INFLUENCE DE LA FINESSE DE DISCRETISATION

(a) tube de section constante

(b) prise en compte de la tête

FIGURE 3.41

3.3.1. Tête du pieu.

Dans la modélisation qui a servi pour la mise en route de l'analyse, nous avons adopté un pieu cylindrique sous la pièce de masse constituant le casque. L'examen du plan de la tête du tube fait apparaître que le pieu n'est pas tout à fait cylindrique. En se référant aux numéros de section sur le schéma de la tête du tube donné à la figure 3.42 p.287, on distingue les différentes sections dont on a fait ci-après le cubage :

bord I : $V_I = 14922\ cm^3 - 1463\ cm^3 = 13459\ cm^3$

large section II : $V_{II} = 49082\ cm^3$

transition III : $V_{III} = \frac{(741 + 503)}{2} \times 0.40 = 24881\ cm^3$

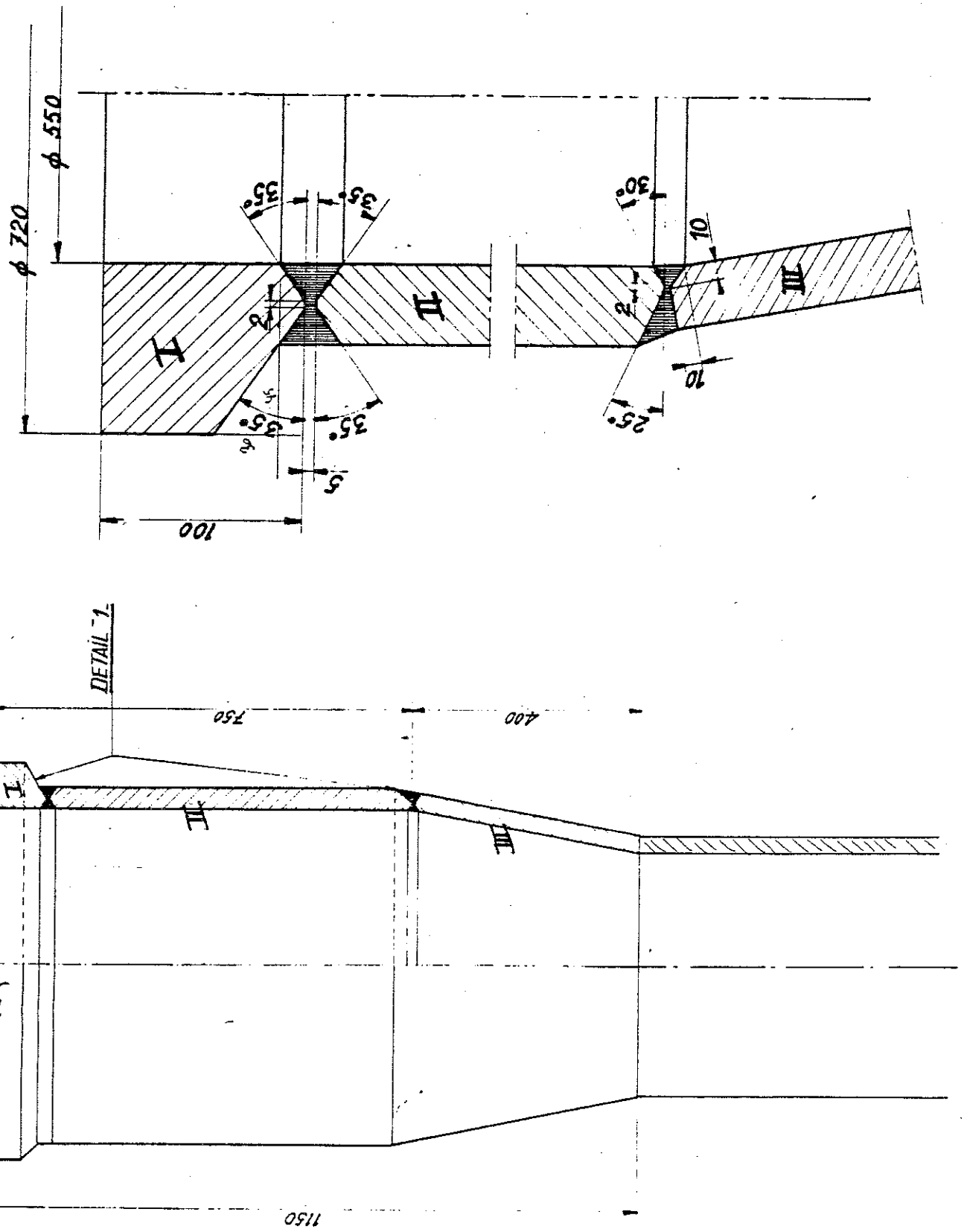
Sur la hauteur de 115 cm composant ces 3 éléments de tube, le volume total d'acier représente 87422 cm^3, soit 686 kg. Comparé à la section courante du tube de 310 cm^2, et qui représente donc 240 kg/m, le rapport est de 2.8. Cette différence vaut en elle-même la peine qu'on modélise séparement la tête et le tube. En considérant les pièces annexes soudées en tête et le tube pour son maniement, on joutera :

3600 cm^3 pour la plaque de fixation du vibrateur
7360 cm^3 pour la structure de guidage dans la jumelle
7000 cm^3 pour les oreilles d'extraction.

Ces pièces, qui sont attachées dans les 40 premiers centimètres du tube, totalisent un volume de 17960 cm^3, soit 141 kg..

Ces remarques conduisent à segmenter la tête du pieu au moyen des 3 éléments discrets suivants :

Numéro de bas en haut	épaisseur [m]	Section [m^2]	Module [MPa]	Masse volumique [kg/m^3]	Masse [kg]	Raideur [MN/mn]
1	0.4	0.062	210000	7850	195	32.55
2	0.4	0.074	210000	7850	232	38.85
3	0.4	0.074	210000	14700	435	38.85



SCHEMA DE LA TETE DU TUBE

FIGURE 3.42

Lorsque cette discrétisation plus fine a été opérée, le second pic de force est automatiquement apparu (voir figure 3.41b p.285). On conclut donc que les caractéristiques de sol déduites de l'analyse des mesures dans le cadre d'une modélisation globale peuvent être fortement affectés par la précision avec laquelle le système de battage est discrétisé. Pour notre part, nous en retenons que si les éléments sont disponibles, ils doivent être introduits dans le modèle physique. S'ils ne sont pas disponibles, alors les déductions de la résistance du sol par approche globale risquent d'être pénibles.

Suite à la meilleure représentation de la tête du pieu l'incrément critique de temps du système déduit : ($\Delta L/v_c \simeq 74$ µs) est du même ordre de grandeur que précédemment : on voit donc que ce raffinement n'est pas pénalisé.

Par contre, dans son interaction avec le casque, on a :

$$\Delta\tau = \sqrt{\frac{M}{k}} = \sqrt{\frac{195\ 10^{-6}}{60\ 10^{3}}} = 57\ \mu s$$

Ceci nous a amené à revoir la modélisation du casque.

3.3.2. Casque

Pour éviter de réduire l'intervalle de temps de calcul, qui est déjà très petit, il s'impose de rendre la pièce juste au dessus de la tête du pieu plus souple. Il est par ailleurs à considérer que cette pièce, qui travaille partiellement en flexion et sous un effort tranchant possède une raideur inférieure à celle correspondant à la compression simple. On adoptera une raideur de 31.5 MN/mm.

D'autre part, tout en gardant l'intervalle de temps critique à la valeur très faible déjà admise, nous allons améliorer la modélisation de la partie souple du casque jusqu'ici modélisée en 2 morceaux correspondant à chacune des 2 enclumes essayées au laboratoire. Puisque notre modèle assigne une masse à chaque élément, il sera préférable de représenter les 2 enclumes entre lesquelles s'interposent la calotte métallique par un seul élément. Sa souplesse sera la somme de la souplesse des deux enclumes tandis que sa masse sera de

sera de 40 kg. On adoptera les discrétisations suivantes pour l'ensemble du casque :

Numéro de bas en haut	épaisseur [m]	Section [m^2]	Module [MPa]	Masse volumique [kg/m^3]	Masse [kg]	Raideur [MN/mm]
1	0.4	.06	210000	7850	188	31.5
2	0.2	.10	3000	2000	40	1.5

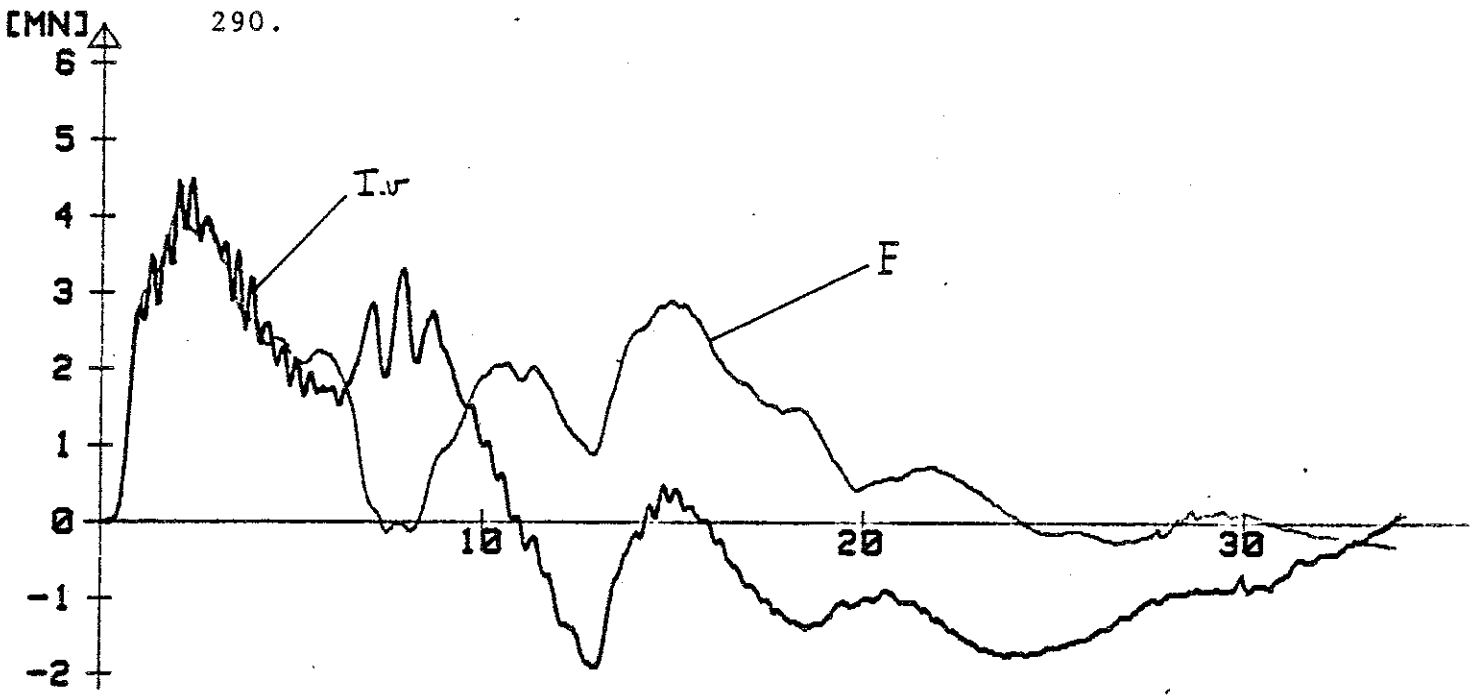
Cette modélisation, dont un exemple de résultat de calcul est donné à la figure 3.41b p. 285 en ce qui concerne l'élément de casque, fait ressortir la période de la pièce métallique entre les deux enclumes. La période de cette vibration "parasite" est d'environ 2.6 ms. et est en fait visible sur le signal de mesure distendu dans le temps, particulièrement pour le signal de vitesse qui n'est pas filtré à 1000 Hz. (voir figure 3.41c p.290 donnant les mesures à la même échelle)

On retient de cette analyse que les mesures destinées à établir des correspondances de calcul avec une modélisation globale ne doivent pas être filtrées à 1000 Hz. Ces hautes fréquences sont révélatrices de mouvements secondaires du système, accessibles à une modélisation plus fine que d'habitude. Si par contre, on dispose de mesures filtrées, il est presque obligatoire de travailler avec des segments pour lesquels le temps critique est lié à la bande passante des mesures. On peut d'ailleurs concevoir que le pieu modélisé grossièrement se comporte comme un filtre mécanique dont la bande passante est liée à la taille des segments.

3.3.3. Tube

Sans trop s'attarder à l'aspect dimensionnel du tube, il est intéressant de signaler que dans le cas des fourreaux récupérés et donc battus de multiples fois, il peut être utile de considérer un tube allant en s'amincissant en profondeur. Pour se faire une idée de cette influence, nous avons analysé le cas de mesures faites dans une section de 310 cm^2 tandis que le reste du tube a une section de 270 cm^2. Dans ce dernier cas, on a constaté un signal de force plus prolongé et moins élevé tandis que le déplacement maximal augmente. On en conclut que le déplacement maximal en tête du pieu est un bon élément pour calibrer le système physique de battage (énergie, impédance du tube).

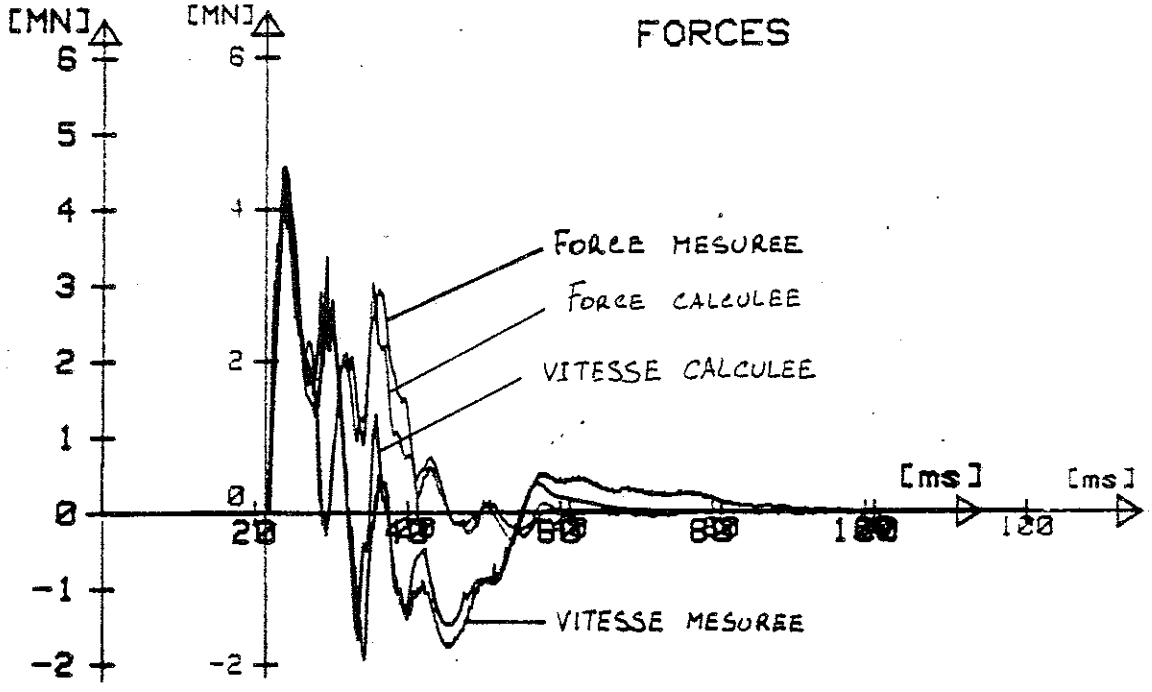
Pour amortir les vibrations calculées dans les cas où le frottement est non visqueux, nous avons calculé des exemples



MESURES REALISEES REPRESENTEES A GRANDE ECHELLE

Mise en évidence des vibrations secondaires par le signal de vitesse

FIGURE 3.41c



SUPERPOSITION DES SIGNAUX MESURES ET OBTENUS PAR LE CALCUL OPTIMAL DE LA MODELISATION COMPLETE POUR 1 m. DE CHUTE

FIGURE 3.44

où le matériau du pieu était supposé subir un amortissement de type visqueux. L'effort de compression dans un segment du pieu est donné par la formule :

$$F = k\,\Delta s + C.I\,\Delta \dot{s}$$

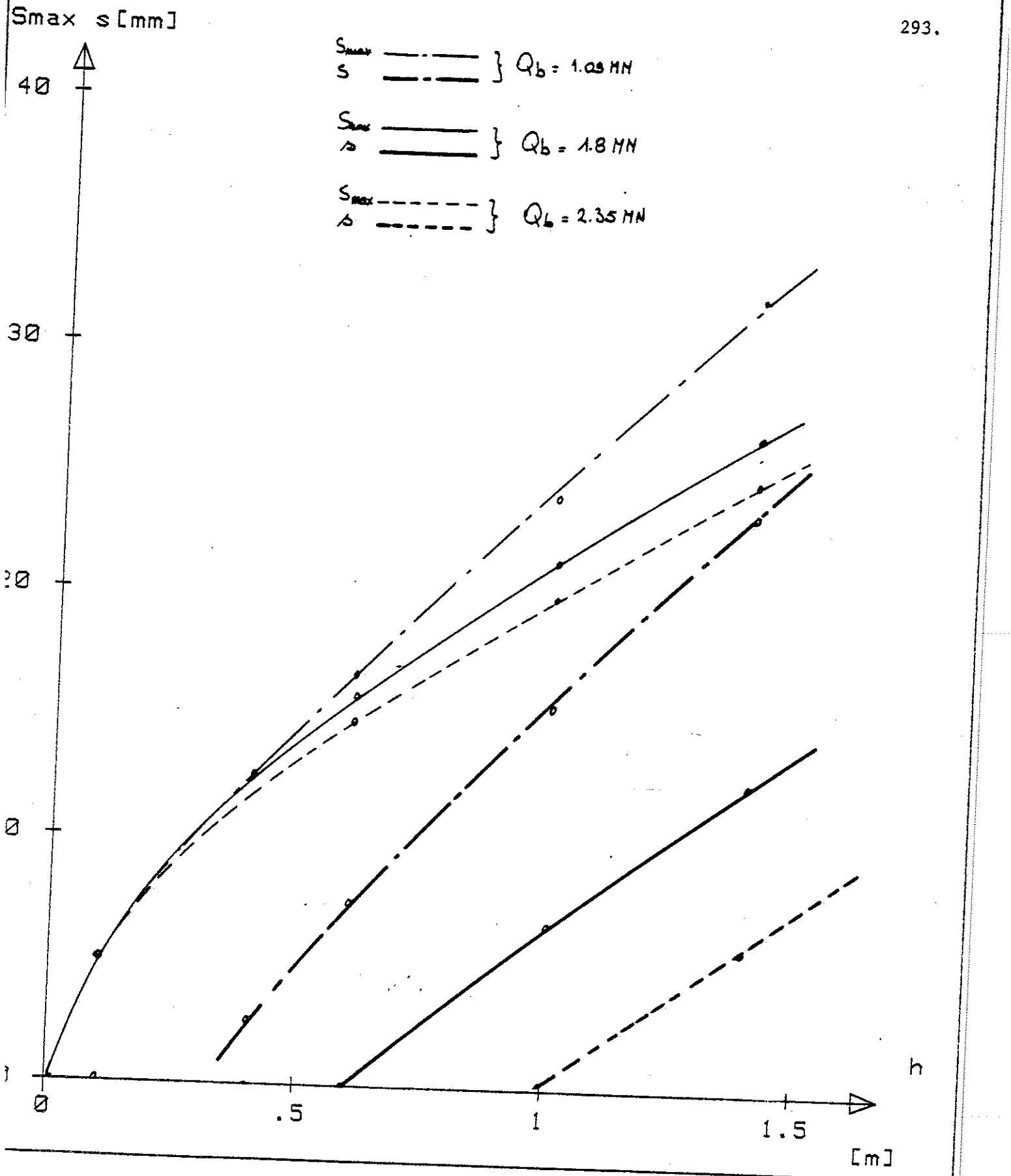
Pour la longueur du segment que nous avons adotpée pour la plupart des calculs de ce pieu E8, et qui est de 15.6/13 = 1.2 m et pour un pieu dont l'impédance vaut 1.218 MN/m/s, la valeur de C = 0.1 semble représenter l'amortissement équivalent à celui qui amène le pieu à se stabiliser au cours du temps. Pour la vitesse de mise en charge de 0.5 MN/ms, $\Delta \dot{s}$ vaut environ 0.1 m/s, le terme de force supplémentaire introduit vaut donc dans ce cas de l'ordre de 11 kN, ce qui ne devient important que lorsque l'effet statique disparaît. Nous n'attacherons pas d'importance à ce stade au sens physique de ce coefficient C car pour nous, il s'agissait simplement de voir l'ordre de grandeur de l'amortissement propre à reproduire les mesures. Si tel était notre but, nous étudierions la longueur d'amortissement pour un pieu infini. Dans le chapitre IV, nous en examinerons toutefois brièvement le bien-fondé. L'avantage mathématique de ce coefficient d'amortissement est d'émousser les pointes du diagramme de calcul. Sans grande importance sur l'allure générale de résultat, son introduction semble assurer une meilleure stabilité numérique.

3.4. Calcul d'une courbe d'étalonnage de battage

Puisque les résultats obtenus par l'analyse globale sont délicats à départager, et ce en fonction des nombreux critères de choix, nous avons décidé de soumettre les meilleures approximations au test de la variation d'énergie. En effet, nous possédons les refus et rebonds du même tube à la même profondeur, mais pour des énergies différentes (courbe d'étalonnage in-situ). Le meilleur modèle à notre sens est celui qui sera capable de reproduire ces enfoncements sous les énergies mesurées (courbe d'étalonnage calculée).

Pour ce faire, on a choisi les hauteurs de chutes du marteau de 6 tonnes suivantes : 0.2/ 0.4/ 0.6/ 1.0 (déjà faite) et 1.4 m pour 6 cas, tous caractérisés par Q_f = 0.67MN, s_f = 1 mm., mais avec :

Q_b = 1.09/1.8 et 2.35 MN
s_b = 2 et 10 mm
C_B = 0.122 MN/m/s. (C_σ = 0.671 MPa/m/s)
Ces cas ont été sélectionnés dans la zone approximant les mesures réalisées pour la hauteur de chute de 1 m. Le résumé



COURBE D'ETALONNAGE : Smax en tête et Refus en fonction de la hauteur de chute

(b) Quake a la base : 10mm

FIGURE 3.43

de cette analyse est présenté sous la forme des graphique 3.43.a. p.292 et b. p.293. Le premier qui correspond au quake de 2 mm, repréqsente l'enfoncement maximal en tête ainsi que le refus stabilisé en fonction de la hautuer de chute. Le second, analogue au premier se rapporte au quake de 10 mm.

Les enfoncements maxima, d'une allure concave vers le bas ne diffèrent sensiblement qu'à partir d'une certaine hauteur de chute (0.4 - 0.6 m). Au-delà de cette hauteur, elles affectent une allure relativement linéaire avec la hauteur de chute dont la pente augmente lorsque la résistance considérée diminue. Comme déjà remarqué précédemment pour 1 m, les courbes des enfoncements maxima sont peu sensibles à la valeur du quake.

Les refus sont nuls (le calcul donne une valeur négative) en-dessous d'une valeur critique de la hauteur de chute. Cette valeur est d'autant plus élevée que la résistance et que le quake sont élevées. Pour le quake faible (2 mm) la hauteur critique (0.1 - 0.4 m) est environ 3 fois celle observée pour le quake élevé (10 mm). On a dessiné les valeurs négatives des refus calculés pour faire sentir de quelle manière le refus commence à naître sous une hauteur de chute juste suffisante. La courbe du refus au-delà de la valeur critique affecte une allure linéaire dont la pente s'approche de la pente des enfoncements maxima. On en conclut que dès que la hauteur de chute critique est dépassée, l'excèdent d'énergie se transforme quasi-intégralement en travail de pénétration. La valeur du rebond, qui sépare les deux courbes devient pratiquement une constante, ainsi qu'observé lors des mesures (fig. 3.26 p.243). Cette valeur constante qui ne peut être fixée que par un coup pour lequel le refus n'est pas proche de zéro, est donc une caractéristique du terrain et non de l'énergie du coup. Elle pourrait dépendre marginalement du système de battage. Le rebond est d'autant plus élevé que la résistance à la base est élevée et que le quake est élevé. Cette constation, déjà faite est maintenant chiffrée et par ce calcul rendue indépendante de la hauteur de chute.

Nous sommes donc en mesure, par comparaison des figures 2.43.a et b avec la figure 3.26 de choisir les paramètres satisfaisant au critère de notre recherche des refus. Cette comparaison nous donne comme meilleurs modèles :

Q_b = 1.81 MN et s_b = 10 mm
Q_b = 2.35 MN et s_b = 2 mm

Le premier a le désavantage de donner des pénétrations nulles sous des hauteurs de chute inférieures à 0.6 m tandis que le second donne des enfoncements maxima plus faibles. Des cas intermédiaires peuvent être envisagés mais nous pensons avoir suffisamment cerné le problème pour vérifier les valeurs qui pourraient être obtenues par une approche prévisionnelle à établir.

4. CONCLUSIONS

Les moyens expérimentaux mis à notre disposition pour investiguer in-situ et en vraie grandeur le comportement des pieux pendant leur battage sont variés et couvrent bien les différents aspects du problème. Nous les avons pratiquement tous utilisés pour cerner l'influence des composantes significatives.

Le mouton de type hydraulique de 6 tonnes utilisé pour nos essais de battage est presque un instrument de recherche tant son fonctionnement est reproductible et aisé à commander. Un capteur de déplacement nous a permis d'en connaître exactement la vitesse d'impact pour tous les coups donnés sur un fourreau récupérable obturé par une plaque.

Les casques utilisés ont été essayés en laboratoire pour en déduire les constantes moyennes de ressort ainsi que le coefficient de restitutuion. Ce dernier diminue avec la force maximale atteinte lors du cycle de mise en charge.

Le fourreau était instrumenté en tête par des capteurs de vitesse, d'accélération et par des strain-gauges. L'installation de mesure sur chantier (schématisée à la figure 3.6 p.207) que nous avons assemblée permet, de visualiser instantanément les signaux dynamiques et de les stocker sur chantier de manière digitale pour une exploitation plus poussée en chambre. Grâce à un montage original, mettant en oeuvre un capteur de vitesse "flottant" (voir figure 3.5 p. 201), nous avons enregistré directement le signal de vitesse

enregistré directement le signal de vitesse du tube. Cette amélioration est sensible car elle évite la coutumière et délicate intégration de l'accéleration et elle permet d'obtenir avec confiance le diagramme de l'enfoncement en fonction du temps.

Les mesures sur lesquelles nous nous sommes concentrés ont été recueillies à une profondeur de 13.20 sous différentes hauteurs de chute. Les énergies mises en jeu ont été chiffrées de manière à établir le rendement de chute à 0.8 et le rendement d'impaction 0.92, cette dernière valeur étant parfaitement en accord avec nos considération théoriques du chapître 2 résumées à la figure 2.6.c. p. 66.

Le site des essais à Almelo (Pays-bas) a fait l'objet d'une investigation géotechnique complète : prélèvement d'une carotte continue et identification géologique et géotechnique couches, C.P.T., S.P.T., essai dynamique DPA et placement d'un piézomètre.

A la profondeur des mesures détaillées, le tube pénétrait de 3 à 4 diamètres dans une couche de sable avec graviers très compact d'origine tertiaire située sous 8 à 9 m de sable compact. A la figure 3.29 p. 255 sont présentés le diagramme de la résistance au cône obtenu au départ de l'essai de pénétration exécuté au droit du battage, sa mise à l'échelle de la plaque suivant deux méthodes ainsi que le diagramme de battage pour une hauteur de chute de 1 m. Les coups donnés avec différentes hauteurs de chute mettent en évidence d'une part l'existence d'une hauteur critique, en-delà de laquelle le pieu ne s'enfonce pas et d'autre part la constance du rebond au-delà d'une certaine énergie pour les 2 systèmes de casque essayés (voir figure 3.26 p. 243). La fixation de cette dernière grandeur est attribuée au sol.

L'interprétation des mesures réalisées a été axée sur la simulation globale des phénomènes observés au moyen du programme "Waveq" décrit à la fin du chapitre II.

Le modèle que nous avons obtenu pour reproduire les mesures effectuées à 13.2 m de profondeur sur le pieu E8 a été établi à partir du schéma de Smith. L'analyse des courbes de force et vitesse en fonction du temps a mis en lumière le fait que dans le sol d'essai le frottement se trouve réduit près de la surface mais que, par contre, il semble être très important près de la base. La modélisation complète, abandonnée par beaucoup depuis l'introduction de la méthode "Case", est possible pour autant que le système de battage soit finement

représenté. Cette discrétisation implique un faible incrément de temps et donc des calculs plus longs; elle ne prend de sens que s'il est possible de la vérifier par des mesures non filtrées. Par quelques exemples (modélisation de la tête du tube, du casque) nous avons montré qu'il est possible de calculer les vibrations parasites que nous avons mesurées et qui sont le résultat du mouvement propre de pièces mécaniques du système de battage. Nous devons cependant reconnaître que si la modélisation n'est pas faite finement, il y a fort à parier que la déduction des paramètres du sol au départ d'une modélisation globale sera entâchée de lourdes erreurs.

Pour ce qui est de la réaction du sol, nous l'avons obtenue par itérations successives en prenant un à un les éléments et en étudiant l'influence sous forme d'analyses paramétriques. Cet exercice, très didactique mais aussi fort laborieux nous conduit à adopter pour les réactions du sol, modélisées suivant une loi visco-élasto plastique les valeurs suivantes :

Frottement :

couche 1 :	0 - 2.5	m	τ = 0.0125	MPa	s_f = 1 mm
couche 2 :	2-5 - 12	m	τ = 0.025	Mpa	s_f = 1 mm
couche 3 :	12 - 13.2	m	τ = 0.2	Mpa	s_f = 1 mm

Base : encadrée par Q_b= 10 MPa s_B = 10 mm
Q_b= 13 MPa s_B = 2 mm
$\}\ C_\sigma$ = 0.67 MPa/ms^{-1}

Cette modélisation à long terme et globale est la première que nous voyons réalisée à cette satisfaction dans la littérature : la superposition des courbes calculées et mesurées est présentée à la figure 3.44 p. 290.

En dépit de cet effort, le modèle reste perfectible lorsqu'on veut le soumettre au test le plus significatif à savoir, le faire réagir à d'autres hauteurs de chute. C'est à ce critère que le modèle parfait devrait se soumettre.
Ce manquement grave nous incite à faire une analyse plus fondamentale de notre problème : c'est ce que nous ferons dans le chapitre suivant. A la lumière de ces nouveaux élémennts analytiques, nous chercherons à en mettre en évidence les implications physiques en poursuivant l'examen des données du chantier d'Almelo, mais en y ajoutant les mesures réalisées en profondeur au chantier de Kallo afin de préciser certaines déductions de notre examen à ce stade :

- frottement élevé proche de la base,
- amortissement faible du frottement au départ du choc,
- amortissement élevé pour amener le pieu au repos.

CHAPITRE IV. ELEMENTS DE MODELISATION PHYSIQUE

TABLE DES MATIERES

	Page
1. PIEU	302
1.1. Vitesse de propagation	302
1.1.1. Matériau imparfaitement élastique	303
1.1.2. Contraintes latérales non-nulles	303
1.1.3. Corrections	305
1.2. Dissipation d'énergie	306
2. MODELISATION FONDAMENTALE DES LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL A LA BASE	309
2.1. Eléments à prendre en compte	310
2.2. Théories disponibles pour les faibles déformations	310
2.2.1. Equilibre statique	310
Cas du milieu élastique homogène et isotrope	312
a. charge ponctuelle	312
b. inclusion dans un milieu infini	314
c. charge à la surface d'un massif semi-infini	317
d. charge au sein d'un massif semi-infini	320
e. charge au fond d'un trou profond cylindrique	322
f. charge au fond d'un trou cylindrique de profondeur limitée	324
g. comparaison des différents cas.	325
Cas du milieu homogène non-isotrope	325
a. Loi de Frölich	325
b. Loi de Buisman	328
Cas du milieu hétérogène	330
2.2.2. Equilibre dynamique	330
Cas du milieu élastique homogène et isotrope	331
a. Charge ponctuelle	336
a.a. au sein d'un massif infini	336
a.b. au sein d'un massif semi-infini	343
a.c. à la surface d'un massif semi-infini	343

Page

b. Charge répartie 348
b.a. spère rigide incluse dans un massif-élastique infini 348
b.b. disque rigide inclus dans un massif élastique infini 354
b.c. cavité sphérique en expansion dans un massif élastique infini 355
b.d. charge circulaire à la surface d'un massif semi-infini 359
b.d.a. charge uniformément répartie 361
b.d.b. charge axisymétrique
b.e. charge circulaire répartie en profondeur 369

Cas du milieu élastique isotrope non-homogène 375
Cas du milieu visco-élastique 377
Cas du milieu non élastique - valeur de l'amortissement hystéritique 382

2.3. Comportement du milieu aux grandes déformations. 386

2.4. Modélisation uni-dimensionnelle 386

2.4.1. Conditions aux limites
2.4.2. Dérivation 286
2.4.3. Vérification du cas élastique homogène 388
2.4.4. Extensions du modèle 393
Milieu non-linéaire 402
Milieu visqueux
Milieu hétérogène 410
412

3. MODELISATION FONDAMENTALE DES LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL AU FROTTEMENT LATERAL 417

3.1. Base de travail 417

3.2. Théories disponibles pour les faibles déformations 417

3.2.1. Equilibre statique
Etude découplée 417
Inclusion sphéroïdale oblongue 417
Comparaison des 2 méthodes présentées 422
425

3.2.2. Equilibre dynamique
Approches possibles 428
Théorie élastique 428
429

Page

3.3. Comportement du milieu non élastique et non linéaire aux fortes déformations 436

3.4. Modèle unidimensionnel 438

3.4.1. Dérivation 438
3.4.2. Vérification du cas élastique homogène infini 440
3.4.3. Compromis pour le cas non infini 444
3.4.4. Extensions du modèle 446
3.4.5. Modèle simplifié 449

4. ESTIMATION DES PARAMETRES 455

4.1. Résistance ultime 455

4.2. Constantes d'élasticité 456

5. RESUME 461

CHAPITRE IV ELEMENTS DE MODELISATION PHYSIQUE

Puisque l'analyse expérimentale a démontré la valeur empirique des paramètres du modèle de Smith et que leur multitude ne conduisait pas à une perception claire des phénomènes, nous entreprenons dans ce chaptire une analyse fondamentale des éléments intervenant dans le problème du battage. Utilisant les paramètres physiques décrivant le comportement des matériaux et les conditions géométriques, nous espérons ainsi établir le lien entre les paramètres fondamentaux et les valeurs de paramètres analogues à ceux du modèle de Smith. Lors de la confrontation du nouveau modèle établi avec l'expérience, nous pourrons déduire des grandeurs physiques plus fondamentales que nous rapprocherons alors des éléments géotechniques habituellement disponibles.

Les éléments analysés ci-après sont le pieu, la réaction à la base et la réaction au frottement latéral. A chaque stade, nous nous efforcerons de partir de paramètres connus et ayant un sens ou une explication physique. Ce n'est qu'après avoir étudié en détail les phénomènes que nous pourrons penser à une simplification en connaissance de cause.

1. PIEU

Le matériau élastique admis jusqu'à présent reproduit avec satisfaction relative les phénomènes mesurés. Deux points sont cependant à investiguer, au vu des résultats de mesure, d'une part la vitesse des ondes dans les tubes en acier instrumentés semble être quelque peu plus élèvée que la vitesse de barre et d'autre part, le matériau n'est pas capable d'amortir ses vibrations sans réactions extérieures verticales.

1.1. Vitesse de propagation

Bien que la correction soit à priori faible, ($\pm$5%), il nous apparaît intéressant d'examiner les raisons physiques pour lesquelles la vitesse de propagation serait plus élevée que celle donnée par la formule:

$$v_c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 5.172 \text{ m/s pour } \begin{cases} E = 210000 \text{ Mpa} \\ \rho = 0.00785 \text{ Mkg/m}^3 \end{cases}$$

Cette vitesse est établie pour un corps allongé élastique dans lequel les contraintes latérales sont nulles.

1.1.1. Matériau imparfaitement élastique

Le module de l'acier choisi est de 210000 MPa. et n'a pas fait lors de nos expériences l'objet de mesure particulière. Cependant, deux raisons permettent d'envisager une valeur plus élevée.
Le module adopté est celui à "0.2%": c'est le module conventiellement défini sur la décharge d'une éprouvette amenée à une déformation de 0.2%. Le diagramme de contrainte-déformation de l'acier en traction est plus linéraire que celui en compression et est souvent réprésenté dans des échelles qui permettent difficilement d'en apprécier le caractère non-linéaire. Le module aux faibles déformations est plus élevé qu'aux déformations conventielles. C'est ainsi que la vitesse de propagation des ultrasons dans une barre peut atteindre 5200 à 5300 m/s. A cette vitesse correspond un module de micro-déformation qui peut être 10 à 20% supérieur à la valeur de 210000 Mpa.

Si les efforts sont appliqués brusquement,avec une vitesse caractéristique de mise en charge ou une vitesse de déformation élevée, la composante visqueuse de l'acier peut devenir sensible. Les essais présentés au sous-chapitre II-2 permettent d'estimer l'effet possible à 10-20% également. Cet aspect visqueux du comportement élastique reste cependant négligeable car la forme de l'onde reste en général bien conservée lors d'essais réalisés sur des pieux libres, ce qui atteste le caractère non dispersif du matériau.

1.1.2. Contraintes latérales non nulles

Dans un milieu continu, des ondes de compression se propagent à une plus grande vitesse que celle de barre. La raison en est que les déformations latérales sont empêchées par la présence de matière latérallement, par rapport au cas de la barre libre. Cet effet de confinement latéral amène le module de déformation suivant le sens de propagation des ondes à sa valeur oedométrique: E_o

$$E_o = E \cdot \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad (4.1)$$

soit pour la valeur de $\nu=0.3$ pour l'acier: $E_o=1.346E$. A ce mode de compression correspond une vitesse de

$$v_p = \sqrt{\frac{E_o}{\rho}} = 6000 \text{ m/s}$$

Un tube peut être considéré comme un cas intérmédiaire dans la mesure où la présence de matière le long de la circonférence n'existe que dans une seule direction latérale de déformation, les parois étant libres de se dilater sur leur épaisseur. En prenant dès lors le cas plan de déformation, la valeur du module de déformation longitudinal E_t du tube vaut :

$$E_t = \frac{E}{(1-\nu^2)} \qquad (4.2)$$

Dans le cas de l'acier (ν=0.3), $v_t = \sqrt{\frac{E_t}{\rho}} = 5422$ m/s.
Si on considère que la masse circonférencielle a une inertie négligeable et que donc l'analogie avec l'état plan de contrainte est trop restreignante, alors on peut considérer quand même l'influence du sol environnant. Celui-ci possède en effet une masse et une raideur permettant de tenir compte de son impédance. La résolution rigoureuse du tube en acier entouré par un milieu d'impédance différente n'est pas disponible. Pour se fixer les idées, on pourrait en première approximation admettre la formule, déduite de manière intuitive donnant le module résultant E_r :

$$E_r = \frac{E}{1 - (i\ \nu)^2} \qquad (4.3)$$

dans laquelle i est le rapport des impédances specifiques du matériau environnant et de l'acier:

$$i = \frac{\sqrt{E_s\ \rho_s}}{\sqrt{E_a\ \rho_a}} = \frac{\sqrt{1000 \times 0.002}}{\sqrt{210000 \times 0.00785}} = 0.035$$

si l'on adopte pour le sol comme module E_s = 1000 MPa (état non-drainé) et comme masse volumique ρ_s = 2000kg/m^3.

Dans ce cas, $E_r = \frac{E}{1 - (0.035 \times \nu)^2} = 1.0001E \qquad (4.4)$

Un raisonnement plus élaboré dans le cas d'une section circulaire pleine elémentaire mène en coordonnées cylindriques (r,ϕ) à :

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - 2\ \nu\sigma_r) \qquad (4.5)$$

σ_r, se calcule avec l'impédance latérale du sol:

$$\sigma_r = - \dot{u}_r \cdot \sqrt{E_s \cdot \rho_s}$$

avec $\dot{u}_r$ vitesse de déplacement latérale de l'interface pieu-sol:

$$\dot{u}_r = - \nu_r \dot{\varepsilon}_z = - \nu R \frac{\dot{\sigma}_z}{E}$$

(4.5) devient :

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left(\sigma_z - 2 \nu^2 \dot{\sigma}_z \sqrt{\frac{E_s \rho_s}{E}} \right) = \varepsilon_{zs} - 2 \nu^2 \dot{\varepsilon}_z \frac{R \sqrt{E_s \rho_s}}{E} \quad (4.6)$$

En adoptant :

$\varepsilon_{zs} = \sigma_z / E$
$E = 210000$ MPa
$\nu = 0.3$
$R = 0.2$ m
$E_s = 1000$ MPa
$\rho_s = 0.002$ Mkg/m^3
$\dot{\varepsilon}_z = 1$ s^{-1}

On obtient :

$\varepsilon_{zs} - \varepsilon_z = 0.24$ µstr.
On constate que cette influence est négligeable en raison de la faible impédance spécifique du sol par rapport à celle de l'acier.

1.1.3. Corrections

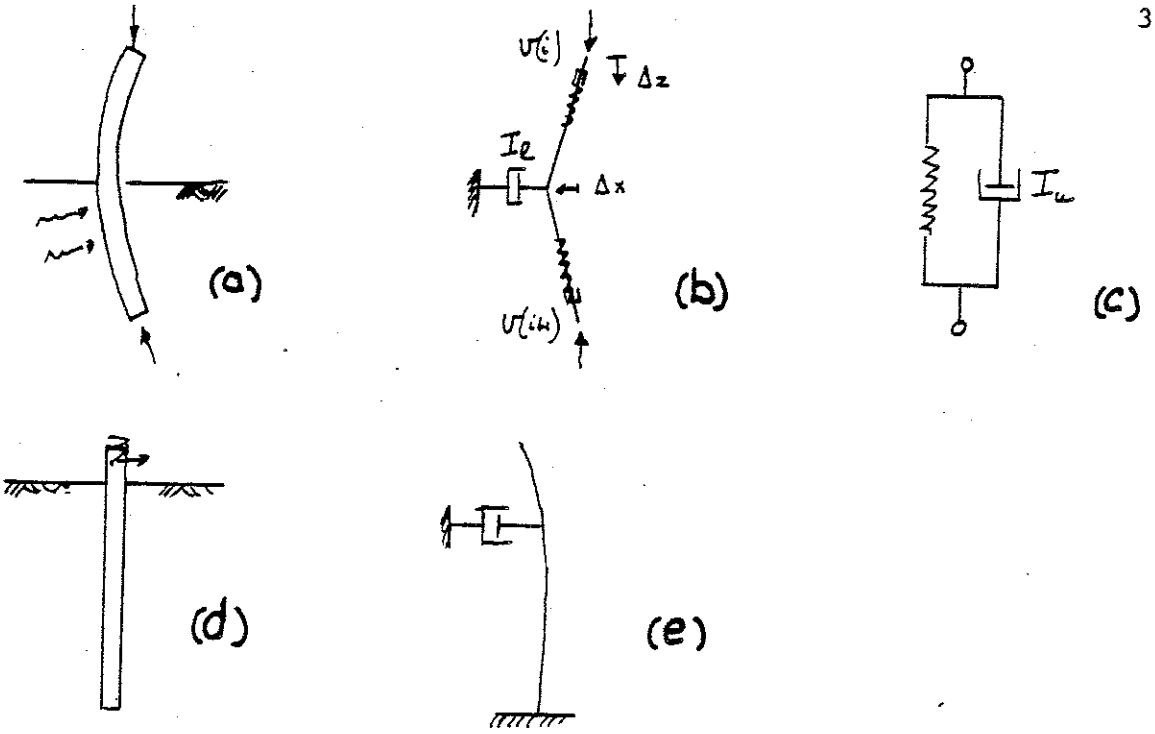
Les diverses raisons possibles énoncées ont été chiffrées dans les cas envisagés. Elles permettent à des degrés divers d'expliquer pourquoi les ondes voyagent plus vite lors des mesures que selon l'onde de barre. Bien que nous soupçonnions une valeur plus élevée du module de l'acier au niveau de déformation dans un tube moultes fois écrouis, nous garderons la valeur de 210000 Mpa, dans l'attente d'expériences spécifiques permettant d'apprécier la validité des differentes hypothèses.

1.2 Dissipation d'energie

Lors de certains calculs du Chapitre III, il est apparu qu'un amortissement interne du matériau était capable de rendre compte de la stabilisation du mouvement des segments du pieu vers leur position d'équilibre. L'introduction d'une composante visqueuse dans la loi de comportement de l'acier ou d'une hystérèse susceptible de dissiper l'énergie ne peut se justifier, étant donné le faible amortissement des ondes dans des pieux non enterrés. En effet, la méthode d'auscultation sonique ou la méthode du choc ont montré que l'amortissement des ondes était lié à la présence de sol autour du pieu.

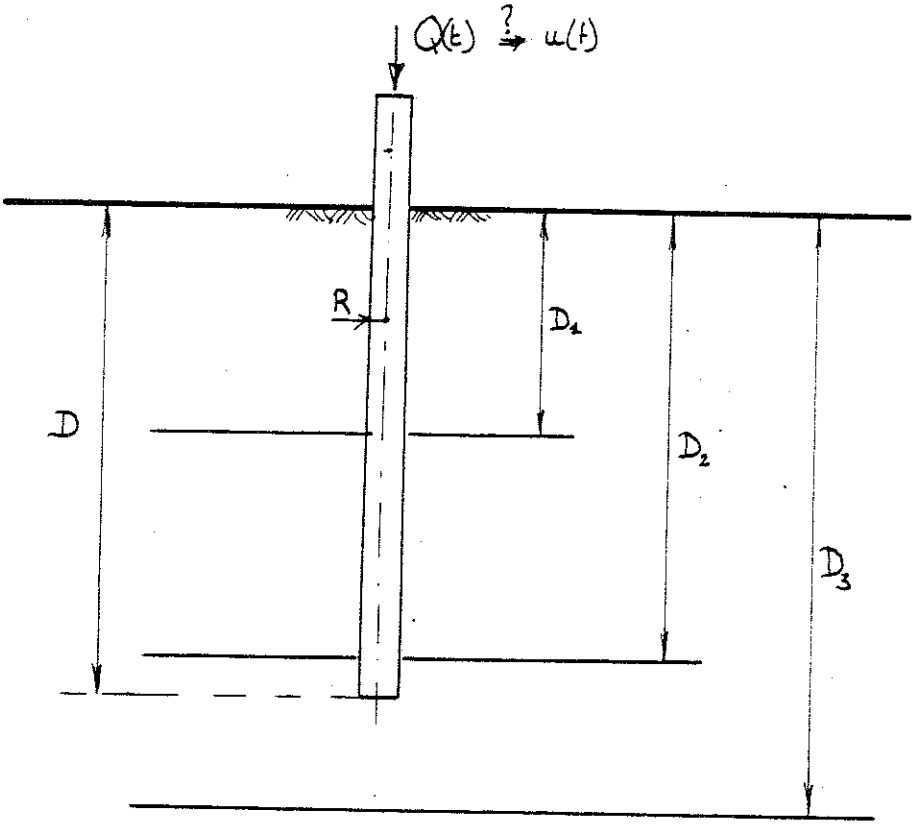
Avant d'écarter définitivement cette hypothèse, on peut envisager un cas où l'amortissement peut provenir des mouvements latéraux du pieu. Pour qui a bien examiné le mouvement du pieu pendant le battage, il est évident qu'à chaque coup, le pieu a tendance à se dérober latéralement sous l'effet des efforts élevés de compression supposée axiale. Pour peu que le mouton, ou le casque ne soient pas parfaitement alignés sur l'axe du pieu ou pour peu que le pieu ne soit pas complètement rectiligne, les mouvements induits auront tendance à faire fléchir le pieu. Il n'entre pas dans nos intentions d'analyser la vibration transversale des pieux ou leur flambage dynamique, qui est un problème complexe digne d'une étude particulière. Nous nous contenterons ici de faire une brève estimation de la contribution de ce terme à la perte d'energie. Pour un pieu libre, comme les flexions laissent le pieu dans le domaine des déformations élastiques, l'energie potentielle correspondant à ce mode de déformation est en principe restituable. Il faut donc la combinaison d'un mouvement latéral et la présence de sol latéralement pour provoquer perte d'énergie.

La figure 4.1a. p. 307 schématise le cas du pieu fléchissant sous effet dynamique vertical. La tendance au mouvement latéral dépend des défauts d'alignement; d'après notre expérience, il est tout à fait courant d'observer des mouvements latéraux du tube de l'ordre du dixième de leur racourcissement vertical. Le mécanisme équivalent simplifié qui est représenté à la figure 4.1.b. est caracterisé suivant cette observation par: $\Delta x = \Delta z/10$. Le mouvement latéral du tube est empêché par la présence du sol et l'énergie communiquée à l'interface se dissipe par propogation des ondes de compression et de cisaillement dans le sol. Cette dissipation est symbolisée par le dashpot dont la constante vaut l'impédance latérale.



Dissipation d'énergie

FIGURE 4.1



Enoncé du probleme fondamental

FIGURE 4.2

I_ℓ fournie par le sol. Puisque ce raisonnement est simpliste, adoptons une valeur approchée de cette impédance par unité de
longeur: $\frac{I_\ell}{L} = \emptyset \sqrt{E_s \rho_s}$, et donc pour une longueur enterrée

sur un pieu de $\emptyset$ 0.42 m et en adoptant E_s= 1000 MPa et ρ_s

= 2000 kg/m^3

$I_\ell = 10 \times 0.42 \sqrt{1000 \times 0.002} = 5.94$ MN/ms^{-1}

Cette valeur est loin d'être négligeable; pour la faire apparaître dans notre modélisation unidimensionelle, nous devons appliquer l'hypothèse: $\Delta\dot{x} = \Delta\dot{z}/10$ et lier le $\Delta\dot{y}$ aux éléments pour répartir la dissipation sur la longeur du pieu. Le schéma équivalent, par élément, representé à la figure 4.1.c. p. 307 permet alors d'écrire un terme de force dissipatif F_u dans un dashpot allongé sur la direction de la formulation unidimensionelle :

$$F_u = \left[v\,(i) - v\,(i+1)\right] \cdot I_u \qquad (4.7)$$

avec $I_u = I_\ell / K\Delta\ell$ K étant un coefficient dépendant de la perfection de la rectitude du système de battage et $\Delta\ell$ étant une longeur effective dépendant de la déformée latérale dynamique. En adoptant K=10 et $\Delta\ell$ = 5m, on obtient pour notre pieu: I_u=0.3 MN/ms^{-1}. Compte tenu de la forte valeur du module et de l'approximation du raisonnement, ce chiffre se rapproche assez favorablement de la valeur 0.1 I_p, obtenue par les calculs. Il peut paraître étrange d'avoir remplacé la dissipation latérale par une dissipation verticale, ce qui conduit à un partage de la force appliquée en tête de segment entre un terme effectif pour la pénétration et un terme qui se dissipe. Néanmoins, lorsque le pieu se dérobe, on retrouve bien que l'effort engendré qui se transmet élastiquement est réduit. On retrouve que par le calcul la perturbation dans l'effort calculé par rapport à la solution élastique est d'autant plus faible que les segments sont de longeur réduite. C'est pourquoi il est préférable de faire intervenir la vitesse de déformation unitaire $\dot{\varepsilon}$ au lieu de v.

Lorsque le coup est donné, les conditions d'appui du pieu changent: elles sont répresentées à la figure 4.1.d. et par leur schématisation à la figure 4.1.e. (p. 307). Dans ce cas encore, l'impédance du terrain entourrant le pieu et donc jouant dans les 2 sens de vibration latérale, sera responsable de l'amortissement du pieu encastré partiellement dans le sol.

Ces considérations pratiques et pseudo-théoriques semblent verifiées par le calcul. Il ne faut cependant pas perdre de vue que l'amortissement du mouvement est dû à la présence du sol entourrant le pieu. Nous avons vu ici la conversion de l'amortissement extérieur latéral en un amortissement interne vertical. Nous examinerons dans le sous-chapitre 3 l'amortissement extérieur vertical dû au frottement latéral. Nous sommes convaincus que ce dernier est prépondérant, et en tout cas est toujours présent, ne dépendant que marginalement de la perfection du système de battage.

2. MODELISATION FONDAMENTALE DES LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL A LA BASE

2.1. Eléments à prendre en compte

Pour rendre compte des phénomènes complexes associés au comportement transitoire de la réaction à la base du pieu lors de son battage, il nous semble nécessaire d'analyser ce qui se passe dans le sol même et donc d'aller au-delà du modèle simpliste classique constitué par un seul degré de liberté.

Cette démarche a pour objectif la prise en compte des éléments suivants:

- conditions géométriques: diamètre de la base du pieu, profondeur d'encastrement;

- hétérogénérité: position et épaisseur des différentes couches constituant le sous-sol;

- comportement intrinséque du sol : relation contraintes-déformations, en charge et décharge, y compris le domaine des grandes déformations, influence de la vitesse de mise en charge, influence du nombre de cycles appliquées, influence des contraintes passées.

Le problème représenté à la figure 4.2 p.307 s'énnonce comme suit:

"Connaissant la profondeur D à laquelle se situe la base supposée de forme circulaire de rayon R, dans un profil défini par les profondeurs D_1, D_2, D_3... des différentes couches de sol, quel est le mouvement de cette base sous l'effet d'un signal de force transitoire donné ? ".

Pour résoudre le problème dans sa globalité, il peut être fait appel à la technique des éléments finis. Cette méthode, coûteuse pour le calcul d'un cas où tous les paramètres sont fixés, devient prohibitive dans l'optique d'un ajustement itératif des paramètres visant à reproduire les mesures réalisées lors d'essais de battage.

La méthode approximative à développer, tout en tenant compte des éléments mentionnés ci-dessus, doit satisfaire à des cas particuliers résolus par la théorie. Etant donné que la résolution de l'équation de l'onde dans le pieu se fait suivant un modèle unidimensionel, il est souhaitable de garder ce caractère afin de ne pas nuire à l'élégance du procédé. Nous envisagerons dès lors un modèle unidimensionel et après analyse, verrons s'il peut être subsitué de manière satisfaisante par un modèle simplifié.

Afin de calibrer ce modèle, il convient d'examiner en premier lieu les conditions limites connues dans le cas particulier du milieu homogène élastique; l'élasticité étant une hypothèse que nous admettrons pour les problèmes mettant en jeu de faibles déformation.

2.2. Théories disponibles pour les faibles déformations

2.2.1. Equilibre statique

Pour se faire une idée aussi complète que possible du problème de la charge appliquée à la surface d'une inclusion axisymètrique dans un massif elastique homogène, une synthèse a été faite, qui permet de mettre en évidence l'influence de certaines hypothèses:

- l'inclusion est-elle un disque d'épaisseur négligeable, ou est-elle un ellipsoïde (sphère)?

- l'inclusion est-elle située dans un massif infini ou dans un massif semi-infini? Dans ce dernier cas l'inclusion est-elle à la surface ou est-elle encastrée d'une certaine profondeur?

- la définition géométrique du milieu tient-elle compte du trou dont l'espace est occupé par le fût du pieu ?

- l'inclusion est-elle rigide ou fait-on l'hypothèse d'une charge uniformément répartie ?

- Le milieu est-il ou non lié à l'inclusion indéformable ? S'il est lié, selon quelles composantes du déplacement ?

Pour comparer les solutions, nous allons mettre en lumière la caractéristique la plus utile de cette approche : le coefficient de réaction adimensionnel K du système. Il est défini par l'expression :

$$K = \frac{q \cdot R}{s \cdot E} \qquad (4.8)$$

dans laquelle :

q : est la pression axiale moyenne appliquée
R : est le rayon délimitant l'extension horizontale de l'inclusion axisymétrique
s : est le tassement moyen ou d'un point de l'inclusion
E : est le module de déformation linéaire du milieu.

La pression axiale moyenne appliquée est déduite de la force totale appliquée Q et du rayon R de l'inclusion :

$$q = \frac{Q}{\pi R^2} \qquad (4.9)$$

Ayant défini le coefficient de réaction k du système par le rapport de la force appliquée Q au tassement produit s :

$$k = \frac{Q}{s} , \qquad (4.10)$$

nous pouvons exprimer la relation (4.8) sous une autre forme:

$$K = \frac{k}{\pi R E} \qquad (4.11)$$

Pour les notations qui suivent, on adoptera les indices :

K_s lorsqu'on se réfère à une inclusion souple
K_r lorsqu'on se réfère à une inclusion rigide

Le milieu élastique homogène et isotrope est essentiellement défini par les paramètres :

E : module d'Young
ν : coefficient de Poisson

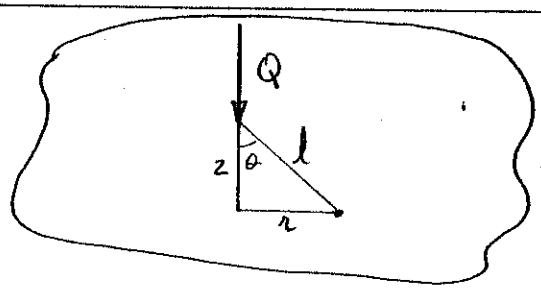
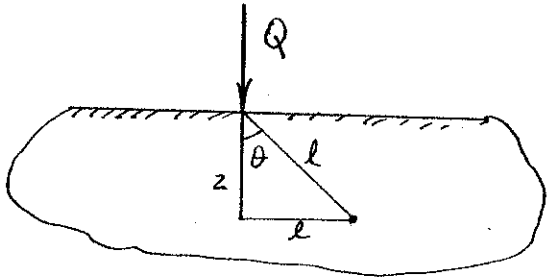
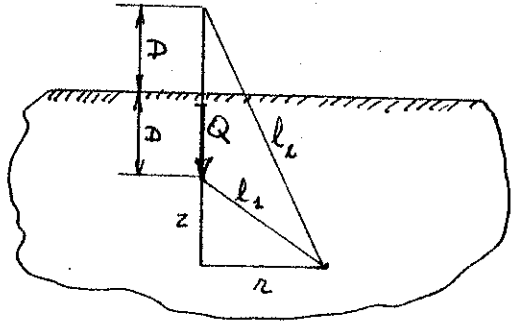
Cas du milieu élastique homogène et isotrope

Les cas particuliers sont déduits par intégration d'une des 3 solutions fondamentales suivantes, due à Kelvin, Boussinesq, ou Mindlin suivant que l'on traite le cas du massif infini, semi-infini avec charge à la surface ou semi-infini avec charge encastrée. Nous nous bornons ici à présenter les résultats de démonstrations reprises dans des ouvrages spécialisés. Un certain nombre de cas proviennent du recueil de solutions élastiques de Poulos et Davis (1973).

a. Charge ponctuelle

Pour mémoire, ces solutions précisent le champ de déplacement dans le milieu pour une charge ponctuelle Q. Le système de coordonnées adopté est naturellement cylindrique (r,z). Son origine est le point d'application de la force. Les expressions définissant la composante verticale s_z du champ de déplacement sont synthétisées dans le tableau 4.I.

TABLEAU 4.I

AUTEUR (Année) - Cas	FIGURE	FORMULE
KELVIN (1890) Massif infini		$s_z = \frac{Q\ (1+\nu)}{8\pi\ (1-\nu)\ E\ell}\left(3 - 4\nu + \frac{Z^2}{\ell^2}\right)$ (4.12)
BOUSSINESQ Massif semi-infini chargé à la surface		$s_z = \frac{Q\ (1+\nu)}{2\ \pi E\ell}\left(2-2\nu + \frac{Z^2}{\ell^2}\right)$ (4.13)
MINDLIN Massif semi-infini, charge à la profondeur D		$s_z = \frac{Q\ (1+\nu)}{8\pi\ (1-\nu)E}\left(\frac{3-4\nu}{\ell_1} + \frac{8\ (1-\nu) - (3-4\nu)}{\ell_2} + \frac{(Z-D)^2}{\ell_2^3}\right.$ $\left. + \frac{(3-4\nu)\ (Z+D)^2 - 2DZ}{\ell_2^3} + \frac{6\ DZ\ (Z+D)^2}{\ell_2^5}\right)$ (4.14)

On vérifie que le tassement à l'origine (ℓ ou $\ell_1 = 0$) devient infini.

b. Inclusion dans un milieu infini

Les solutions disponibles dans la littérature sont synthétisées dans le tableau 4.II. Outre la référence et la figure illustrant le cas, la valeur du coefficient de réaction adimensionnel relatif est précisée en fonction du coefficient de Poisson. Lorsque ce coefficient se rapporte au cas d'une surface de charge souple, on adopte comme second indice:

- o lorsque l'expression se rapporte au centre;
- m lorsque l'expression se rapporte à la moyenne pondérée sur la surface;
- e lorsque l'expression se rapporte à l'extrêmité.

Le premier indice supérieur est o et dénote le massif infini. Le second indice supérieur est choisi en fonction des conditions de contact.

TABLEAU 4.II.a.

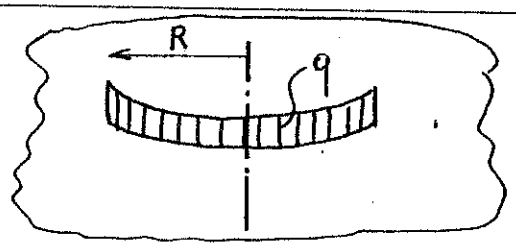
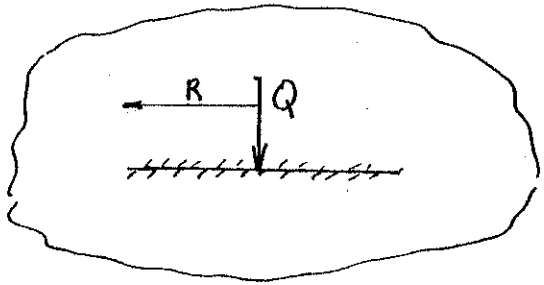
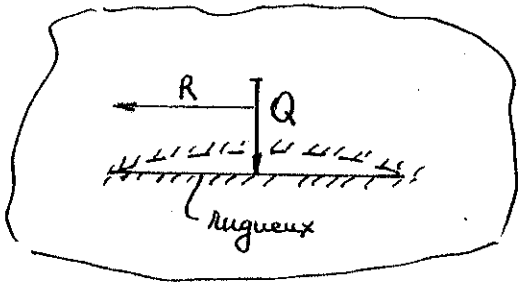
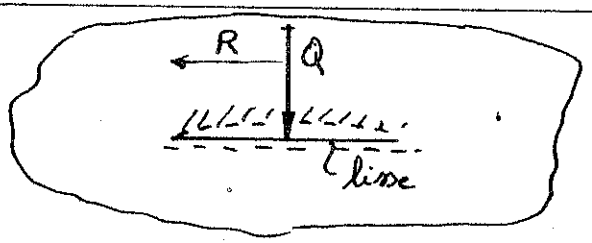
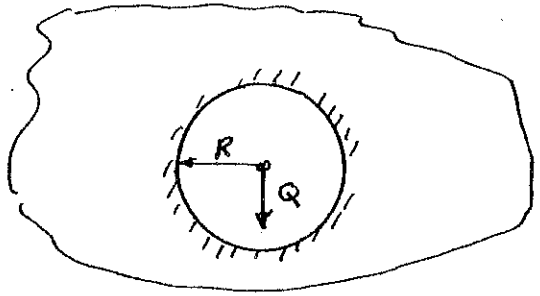
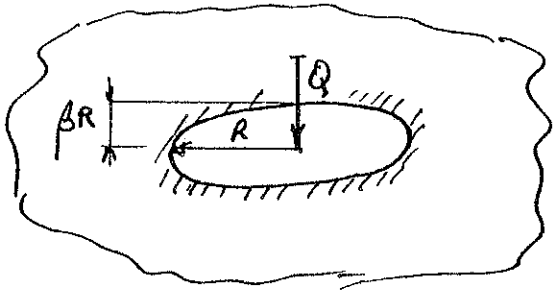
AUTEUR (Année) - Cas	FIGURE	FORMULE
Charge uniforme flexible COLLINS (1962) plaque rigide complètement liée	 	$K^{o}_{so} = \frac{4\ (1-\nu)}{(3-4\ \nu)\ (1+\nu)}$ (4.15) $K^{o}_{sm} = 1.19 \times K^{o}_{so}$ $K^{o}_{se} = \frac{\pi}{2} \cdot K^{o}_{so} = 1.571\ K^{o}_{so}$ $K^{or}_{r} = \frac{4}{\pi} \cdot K^{o}_{so} = 1.273\ K^{o}_{so}$ (4.16)
KEER (1975) plaque rigide liée à la surface inférieure		$K^{o}_{r} = \frac{2\left[1+\left(\ln\ (3-4\nu)\right)^{2} / \pi^{2}\right]}{(1+\nu)\ \sqrt{3-4\nu}}$ (4.17)

TABLEAU 4.II.b

AUTEUR (Année) - Cas	FIGURE	FORMULE
HUNTER & CAMBLEN (1974) Plaque rigide liée pour la composante verticale à sa surface inférieure		$K_r^{ol} = \frac{4\,(1-\nu)}{(1+\nu)\left\{(3-4\nu) + (1-\frac{\pi}{4})\,(1-2\nu)^2\right\}}$ (4.18)
JOSSELIN DEJONG (1957) Sphère rigide liée		$K_r^{os} = \frac{12\,(1-\nu)}{(5-6\nu)\,(1+\nu)}$ (4.19)
SELVADURAI (1976) Inclusion rigide liée ellipsoïdale		$K_r^{oe} = \frac{8\,(1-\nu)\,\sqrt{1-\beta^2}}{(1+\nu)\left\{\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} - \left[\frac{\beta^2}{1-\beta^2} - 3+4\nu\right]\mathrm{Cot}^{-1}\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\right\}}$ (4.20)

Ces expressions de K^o sont comparées dans le tableau 4.III et à la figure 4.3 p. 319 en fonction de la valeur du coefficient de Poisson.

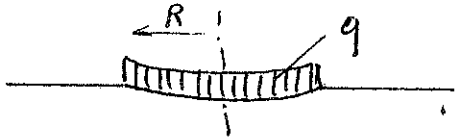
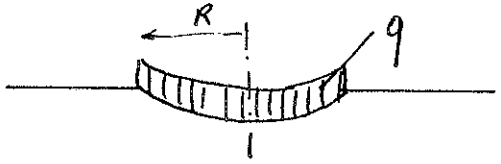
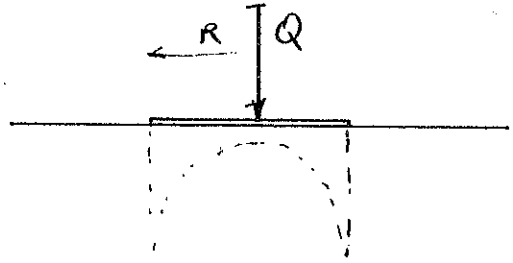
TABLEAU 4.III

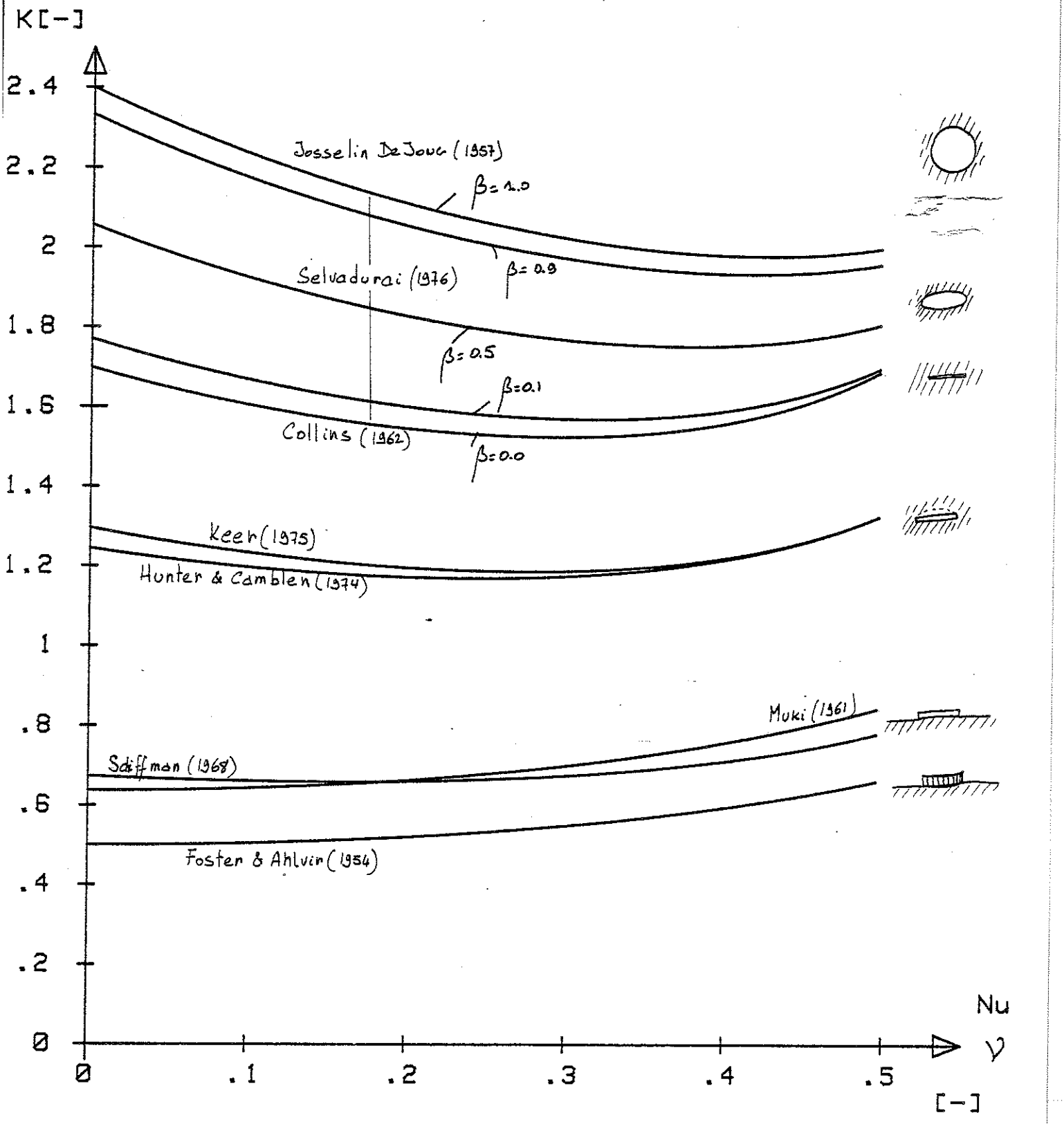
ν =	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
K^o_{so}	1.333	1.259	1.212	1.197	1.225	1.333
K^o_{sm}	1.587	1.498	1.442	1.424	1.457	1.587
K^{or}_r	1.697	1.603	1.543	1.524	1.560	1.697
K^o_r	1.296	1.232	1.194	1.187	1.221	1.333
$K^{o\ell}_r$	1.244	1.196	1.171	1.174	1.217	1.335
K^{os}_r	2.4	2.231	2.105	2.019	1.978	2.0
K^{oe}_r						
β=0.1	1.770	1.666	1.598	1.568	1.591	1.705
β=0.5	2.056	1.921	1.824	1.765	1.752	1.811
β=0.9	2.333	2.170	2.050	1.969	1.932	1.960

c. Charge à la surface d'un milieu semi-infini

Les solutions disponibles de la littérature sont synthétisées de la même façon que pour le paragraphe b au tableau 4.IV.a. Pour ces cas, le premier indice supérieur de K est 1.

TABLEAU 4.IV.a

AUTEUR (Année) - Cas	FIGURE	FORMULE
JOSSELIN DEJONG (1957) FOSTER & AHLVIR (1954 $\nu = 0.5$) Charge uniforme		$K^{1}_{so} = \dfrac{1}{2\,(1-\nu)\,(1+\nu)}$ (4.21)
SCHIFFMAN (1968) Charge uniforme déplacement radial nul sous la charge		$K^{1r}_{so} = \dfrac{(1-\nu)\,\pi}{\left[2\pi\,(1-\nu)^2 - (1-2\nu)^2\right](1+\nu)}$ (4.22) $K^{1r}_{sm} = \dfrac{3\,(1-\nu)\,\pi}{2(1+\nu)\left[8(1-\nu)^2 - (1-2\nu)^2\right]}$ $K^{1r}_{se} = \dfrac{\pi}{4\,(1-\nu)\,(1+\nu)}$
MUKI (1961) Plaque rigide liée (charge hyperbolique)		$K^{1}_{r} = \dfrac{2}{\pi\,(1-\nu)\,(1+\nu)}$ (4.23)



COMPARAISON DES COEFFICIENTS ADIMENSIONNELS DE RAIDEUR EN FONCTION DU COEFFICIENT DE POISSON POUR DIFFERENTES GEOMETRIES

FIGURE 4.3

Ces expressions de K^1 sont comparés dans le tableau 4.IV.b et à la figure 4.3 p. 319 en fonction de la valeur du coefficient de Poisson.

TABLEAU 4.IV.b.

ν	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
K^1_{so}	0.500	.505	0.521	0.550	.595	0.667
K^1_r	0.637	.643	0.663	0.700	0.758	0.849
K^{1r}_{so}	0.594	0.578	0.572	0.581	0.606	0.667
K^{1r}_{sm}	0.672	0.66	0.66	0.675	0.71	0.785
K^{1r}_{se}	0.785	0.795	0.817	0.864	0.936	1.046

d. charge au sein d'un massif semi-infini

Les solutions disponibles dans la littérature sont synthétisées de la même façon que pour les paragraphes b et c aux tableaux 4.V.a, b et c. Pour ces cas, le 1° indice supérieur de K est 2.

TABLEAU 4.V.a

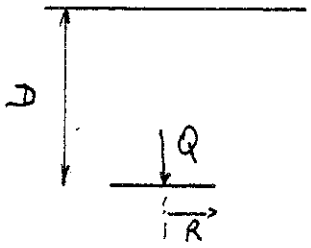
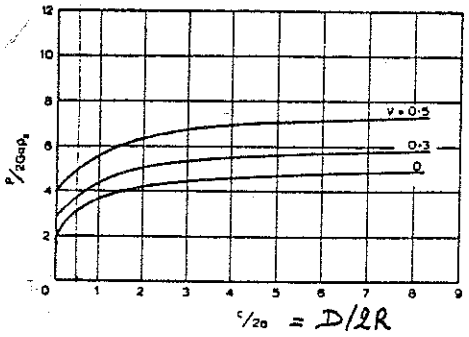
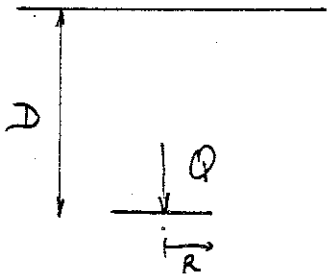
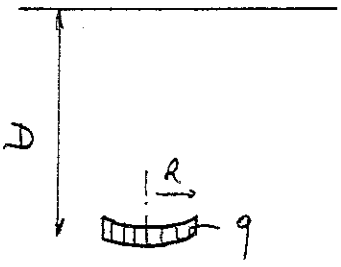
AUTEUR année - cas	FIGURE	EXPRESSION de K
BARNEJEE (1971) Plaque rigide		$Q/2GRs$  FIG. 7.24 Vertical displacement of embedded rigid circle (Butterfield and Banerjee, 1971). Valeurs numériques sous forme du tableau 4.Va.
SELVADURAI & NICHOLAS (1979) quelconque		$K^2 \equiv K$ pour $D/R \geq 12$
NISHIDA 1966 Charge uniforme		Valeurs numériques données sous forme du tableau 4.V.c.

TABLEAU 4 V.b K^2 Selon Banerjee

D/R	0	1	2	4	6	10	∞
$\nu = 0$	0.64	.99	1.15	1.34	1.40	1.50	1.56
$\nu=0.3$	0.71	.91	1.08	1.22	1.30	1.37	1.44
$\nu=0.5$	0.85	1.04	1.19	1.36	1.42	1.51	1.57

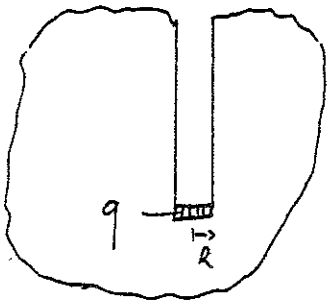
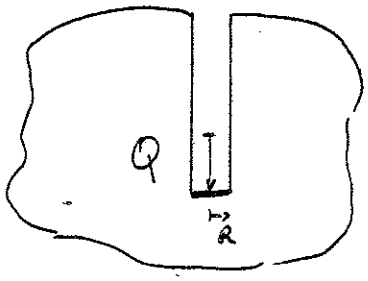
TABLEAU 4 V.c K^2selon Nishida

D/R	0	3.5	5	100
$\nu = 0.0$	.50	1.10	1.16	1.333
$\nu =0.25$	.533	1.005	1.06	1.2
$\nu = 0.5$	0.667	1.10	1.16	1.333

e. charge_au_fond_d'un_trou_profond_cylindrique

Les solutions analytiques ne sont pas disponibles et les valeurs de K^3 ont été déterminées dans certains cas particuliers donnés au tableau 4.VI obtenus par la méthode des éléments finis. Ils concernent une charge appliquée au fond d'un trou cylindrique ménagé dans un espace infini et s'appliquent donc aux grandes profondeurs d'encastrement.

TABLEAU 4.VI

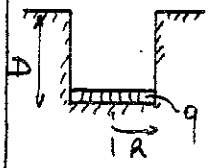
AUTEUR année - cas	FIGURE	VALEUR DE K
BURLAND (1969) CHRISTIAN & CARRIER (1978) PELLS & TURNER (1978) Charge uniforme		K^3_{so} = 1.409 pour ν = 0 1.227 ν = 0.47 K^3_{sm} = 1.667 pour ν = 0 1.370 ν = 0.47
SELVADURAI Plaque rigide non liée		K^3_r = 2.410 pour ν = 0 1.905 pour ν = 0.47

f. Charge au fond d'un trou cylindrique de profondeur limitée

Les solutions analytiques n'étant pas disponibles, les valeurs de K^4 ont été déterminées soit au départ de données empiriques, soit par la méthode des éléments finis. Elles sont reprises au tableau 4.VII.

TABLEAU 4.VII

Valeurs de K^4

AUTEUR année - cas	FIGURE	D/R=0	0.4	1	2	4	10	20	100
JANBU, BJERRUM, KJAERNSLI (1956)		0.78	0.83	0.92	1.09	1.24	1.40	1.49	1.53
		(empirique et d'après Fox (1948)							
ν = 0.5									
CHRISTIAN + CARRIER (1978)		D/R=0	1	2	4	10	20	40	
ν = 0.5		0.78	0.84	0.86	0.87	0.90	0.91	0.92	
KALDJIAN (1969)		D/R=0	0.4	0.8	2	3.6			
ν = 0.4		0.76	0.80	0.83	0.87	0.95			

g. Comparaison des différents cas

La figure 4.3 p. 319 représentant le coefficient adimensionnel de raideur permet de comparer différentes géométries. Les inclusions sont systématiquement plus raides que les charges appliquées en surface. La raideur augmente avec les conditions de contact autour de l'inclusion. La sphère est la plus raide car retenue par des contacts suivant toutes les directions. Au fur et à mesure qu'elle s'aplatit (ellipsoïde) son contact perd de l'efficacité pour arriver au minimum du disque attaché des 2 côtés. Lorsque l'on supprime la liaison supérieure (contact ne reprenant pas de traction), la raideur diminue encore. Si on enlève par rapport à ce cas le massif semi-infini supérieur, on retombe sur la solution de Muki. Des cas intermédiaires peuvent être obtenu suivant l'épaisseur restant au-dessus de la plaque et/ou suivant un évidement cylindrique que l'on pratique au-dessus de la plaque. Ce graphique permet de voir aussi quelles hypothèses ont été faites pour calculer par éléments finis la raideur pour certaines géométries.

Nous pensons que la valeur de K à faire intervenir se situe entre 0.7 et 1.2 et même plutôt proche de 0.7 car on ne peut faire l'hypothèse que le sol reprend la traction. Si une solution analytique devait être adoptée, nous pencherions pour celle de Muki, qui satisfait à la condition de rigidité de la surface d'application de la charge et qui tient le moins erronément compte des conditions géométriques de contact avec le milieu qui nous intéresse.

Cas du milieu homogène non isotrope

a. Loi de Frölich

Dans le cas du milieu semi-infini homogène, la formule fondamentale est celle de Frölich (1934), qui fait intervenir comme paramètre caractérisant l'anisotropie du milieu, le facteur de concentration : n_f.
La contrainte verticale σ_z provoquée par une charge ponctuelle Q à la surface du massif semi-infini (voir figure (a) du tableau 4.I p. 313) s'obtient par la formule :

$$\sigma_z = \frac{n_f\, Q}{2\pi Z^2} \cos^{n_f+2} \Theta \qquad (4.24)$$

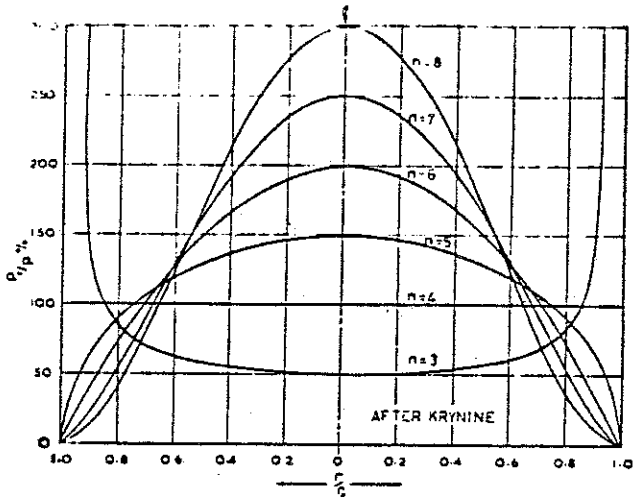
Ce facteur est introduit de manière à tenir compte dans une certaine mesure de l'inaptitude du milieu à reprendre la traction. Certains auteurs, partant du coefficient de poussée des terres au repos, établissent un lien entre ce facteur et l'angle de frottement interne ϕ du milieu. Krynine (1936) propose : $n_f = 2 + 1/k_o$ avec k_o coefficient de poussée des terres au repos. En adoptant la relation de Jaky (1948), $k_o = 1 - \sin\phi$, on obtient;

$$n_f = \frac{3 - 2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \qquad (4.25)$$

Dans la pratique géotechnique, les valeurs de n_f sont comprises entre 3 et 5. Le cas $n_f = 3$, qui correspond à $\phi = 0°$ est équivalent en ce qui concerne la contrainte verticale à la solution de Boussinesq.

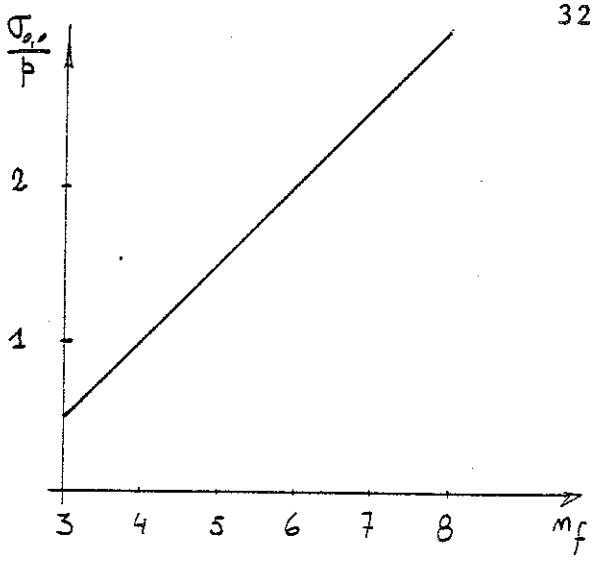
Il est intéressant de voir l'influence du facteur de concentration n_f sur la répartition des pressions d'une plaque circulaire rigide appliquant une charge moyenne q à la surface d'un massif semi-infini (voir figure 4.4.a p. 327) ainsi que sur l'influence de la répartition des contraintes en profondeur (voir figure 4.4.b).

Ces figures (d'après Krynine) montrent que pour le cas du milieu parfaitement élastique ($n_f = 3$) correspondant aux faibles niveaux de contraintes par rapport à la résistance du terrain, la répartition est hyperbolique avec forte concentration des contraintes de contact vers la périphérie. Pour un milieu où $n_f = 4$, la répartition devient uniforme tandis que à partir de $n_f = 5$, la contrainte de contact s'annule à la périphérie pour se concentrer vers le centre. On peut émettre l'hypothèse que dans des états proches de la rupture, ce sont ces répartitions qui prévalent. Lorsque l'on met le coefficient de concentration en relation avec les contraintes verticales le long de l'axe de la plaque (figure 4.4.c.), on voit que le tassement vertical, qui est visualisé par l'intégrale des courbes sur la profondeur infinie (figure 4.4.b.), croît plus rapidement par rapport à la charge pour des répartitions correspondant à des états proches de la rupture.

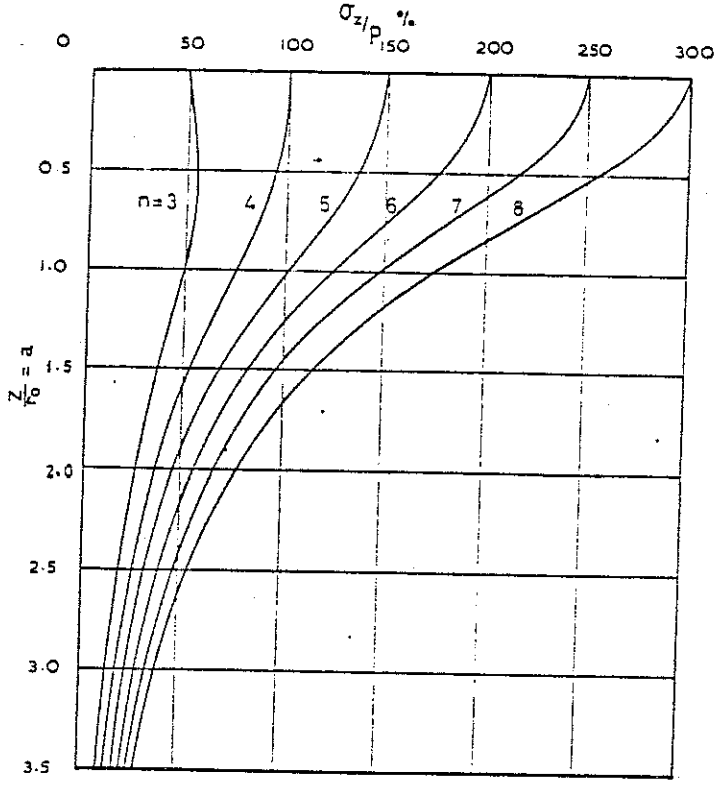


Relationship between contact pressure *pr* and concentration factor *n*
Relation entre la pression de contact *pr* et le facteur de concentration *n*

(a)



(c)



(b)

Vertical stresses derived from Krynine's contact pressure hypothesis
Contraintes verticales déduites de l'hypothèse de Krynine sur la pression de contact

DISTRIBUTION DE CONTRAINTES DANS UN MASSIF ANISOTROPE (Frolich 1934 ; Krynine 1936)

FIGURE 4.4

Le tassement de la plaque sous la charge Q est obtenu en choisissant le facteur de concentration correspondant au cas considéré (faibles contraintes ou état proche de la rupture) et en intégrant les déformations verticales engendrées par les contraintes en profondeur. Ce calcul a été exécuté pour les cas $n_f = 3$ et $n_f = 4$. Pour le cas $n_f = 5$, on dispose d'une forme analytique de σ_z en profondeur le long de l'axe de la charge:

$$\sigma_z = q \cdot \frac{n_f \left[(z/R)^2 + 1\right] - 2}{2\left[(z/R)^2 + 1\right]^2} \qquad (4.26)$$

En simplifiant et en prenant une module représentatif de la déformation verticale, E_v

$$s = \int_o^\infty \varepsilon_r \, dz = \int_o^\infty \frac{\sigma_z}{E_v} \, dz = \frac{R}{E_v} \int_o^\infty \frac{n_f(\zeta^2 + 1) - 2}{2(\zeta^2 + 1)^2} \, d\zeta \qquad (4.27)$$

après avoir posé $z/R = \xi$

b. Loi de Buisman

Une autre approche disponible pour le calcul des répartitions de contraintes est la loi de Buisman applicable à un massif semi-infini pour lequel le module d'élasticité croît linéairement avec la profondeur:

$$E = Cte.z \qquad (4.28)$$

et dont l'anisotropie est caractérisée par le rapport du module de déformation suivant la direction horizontale E_h à celui suivant la direction verticale E_v

$$\frac{E_h}{E_v} = n_b \qquad (4.29)$$

n_b étant un nombre habituellement plus grand que 1 en raison de la stratification horizontale du terrain.
La loi de répartition s'écrit:

$$\sigma_z = \frac{6}{n_b + 2} \cdot \frac{Q}{\pi z^2} \cos^6\theta \left\{\cos^2\theta + n_b \sin^2\theta\right\} \qquad (4.30)$$

On établit que $n_f = \frac{12}{n_b + 2}$ en comparant cette formule à celle de Frölich.

Lorsque la charge est appliquée en profondeur, en admettant que les contraintes doivent être évaluées dans une zone où l'on considère E = Cte, la formule devient:

$$\sigma_z = \frac{15}{2(3 + 2\,n_b)} \frac{Q}{\pi z^2} \cos^5 \sigma \left\{\cos^2 \theta + n_b \sin^2 \theta\right\} \qquad (4.31)$$

De même que pour la loi de Frölich, les tassements sont obtenus par intégration de la répartition des contraintes en profondeur, moyennant l'introduction du module répresentatif de la déformation verticale: E_v. Cette loi de répartition des σ_z en profondeur est obtenue elle-même par intégration de l'équation fondamentale au cas de charge considéré.

Pour une charge circulaire et pour le cas où $n_b = 1$ (ou $n_f = 4$) Bossum a identifé l'existence d'une verticale particulière pour laquelle la distribution est indépendante de la loi de répartition de pression axisymétrique en surface. La figure 4.5 p. 331 montre la position de cette verticale ainsi que les répartitions calculées pour une loi de répartition uniforme ou parabolique.

Cette observation nous a inspiré pour imaginer le raccourci suivant. Puisque à grande profondeur, la répartition des contraintes dépend uniquement de la grandeur de la force totale appliquée Q (principe de St. venant), il devrait être possible de subsituer la charge répartie par une charge unique positionée en distance radiale et en hauteur par rapport à la verticale de calcul. Cette recherche a été opérée en utilisant la notion de bulbe d'influence appliquée à la loi de Buisman pour $n_b = 1$:

$$\sigma_z = 2 \frac{Q}{\pi z^2} \cos^6 \theta \qquad (4.32)$$

On a tracé dans le plan adimensionnel (z'/R, r/R) la section des bulbes pour lesquels $\sigma_z/q = 1$ et $\sigma_z/q = 0.5$ et trouvé une verticale dont les intersections délimitaient une distance égale à $\Delta z/R = 1$, donnée par les graphiques selon Bossum (pour Z/R = 1, $\sigma_z/q = 0.5$ tandis que pour Z/R = 0, $\sigma_z/q = 1$). Par bonheur, cette verticale est quasi-tangente au bulbe $\sigma_z/q = 1$, ce qui reproduit bien l'allure de la répartition des contraintes à faible profondeur.

Le résultat de cet exercice est que l'on peut calculer aisément et de manière analytique la répartition des contraintes sous une charge circulaire en la remplaçant par

On établit que $n_f = \frac{12}{n_b + 2}$ en comparant cette formule à celle de Frölich.

Lorsque la charge est appliquée en profondeur, en admettant que les contraintes doivent être évaluées dans une zone où l'on considère E = Cte, la formule devient:

$$\sigma_z = \frac{15}{2(3 + 2\, n_b)} \frac{Q}{\pi z^2} \cos^5 \sigma \left\{\cos^2 \theta + n_b \sin^2 \theta\right\} \qquad (4.31)$$

De même que pour la loi de Frölich, les tassements sont obtenus par intégration de la répartition des contraintes en profondeur, moyennant l'introduction du module répresentatif de la déformation verticale: E_v. Cette loi de répartition des σ_z en profondeur est obtenue elle-même par intégration de l'équation fondamentale au cas de charge considéré.

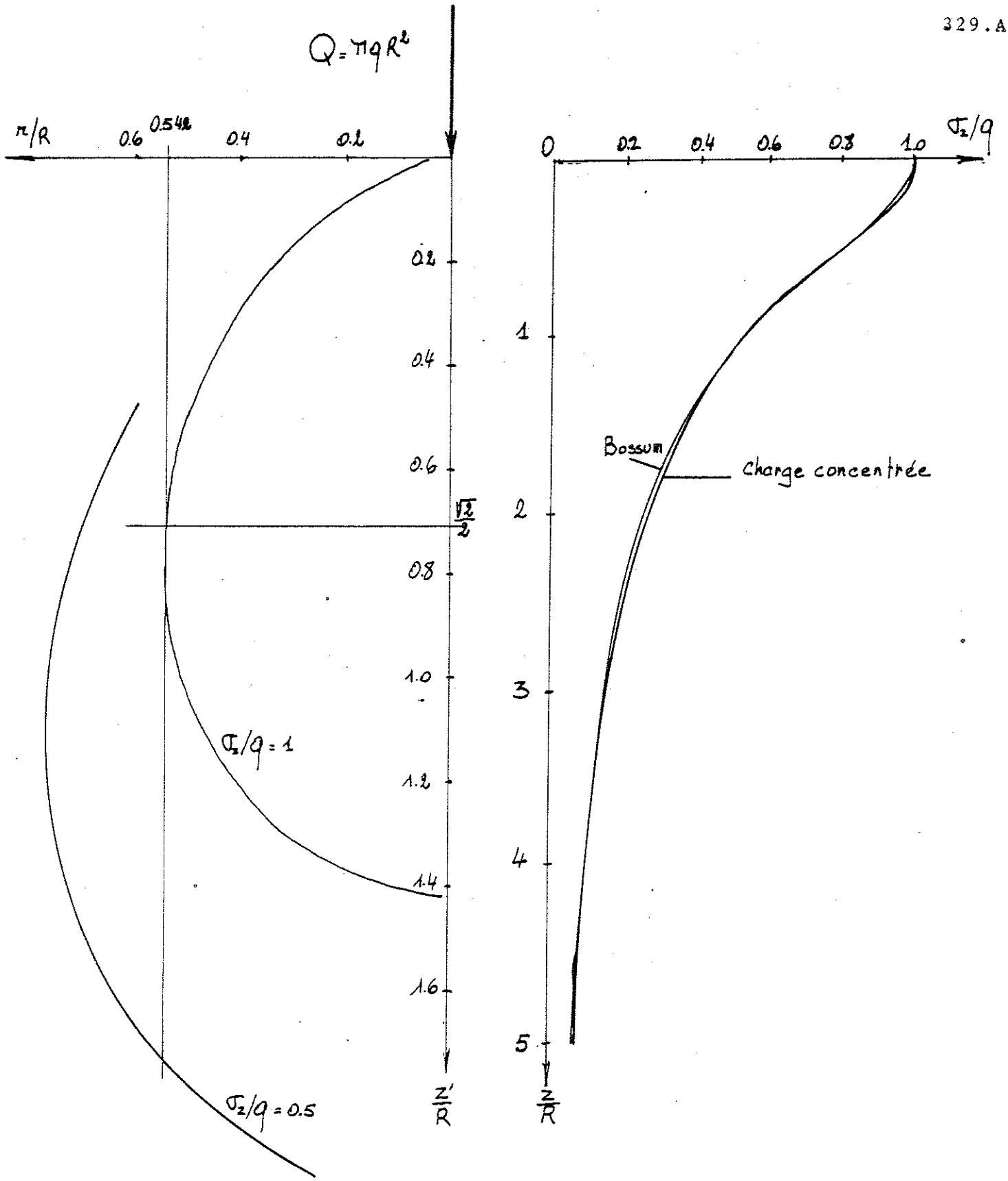
Pour une charge circulaire et pour le cas où $n_b = 1$ (ou $n_f = 4$) Bossum a identifé l'existence d'une verticale particulière pour laquelle la distribution est indépendante de la loi de répartition de pression axisymétrique en surface. La figure 4.5 p. 331 montre la position de cette verticale ainsi que les répartitions calculées pour une loi de répartition uniforme ou parabolique.

Cette observation nous a inspiré pour imaginer le raccourci suivant. Puisque à grande profondeur, la répartition des contraintes dépend uniquement de la grandeur de la force totale appliquée Q (principe de St. venant), il devrait être possible de subsituer la charge répartie par une charge unique positionée en distance radiale et en hauteur par rapport à la verticale de calcul. Cette recherche a été opérée en utilisant la notion de bulbe d'influence appliquée à la loi de Buisman pour $n_b = 1$:

$$\sigma_z = 2 \frac{Q}{\pi z^2} \cos^6 \theta \qquad (4.32)$$

On a tracé dans le plan adimensionnel (z'/R, r/R) la section des bulbes pour lesquels $\sigma_z/q = 1$ et $\sigma_z/q = 0.5$ et trouvé une verticale dont les intersections délimitaient une distance égale à $\Delta z/R = 1$, donnée par les graphiques selon Bossum (pour $Z/R = 1$, $\sigma_z/q = 0.5$ tandis que pour $Z/R = 0$, $\sigma_z/q = 1$). Par bonheur, cette verticale est quasi-tangente au bulbe $\sigma_z/q = 1$, ce qui reproduit bien l'allure de la répartition des contraintes à faible profondeur.

Le résultat de cet exercice est que l'on peut calculer aisément et de manière analytique la répartition des contraintes sous une charge circulaire en la remplaçant par



CHARGE CONCENTREE QUASI-EQUIVALENTE A UNE CHARGE CIRCULAIRE REPARTIE (Loi de Buisman $n_b = 1$)

FIGURE 4.5

une charge ponctuelle distante radialement de la verticale de calcul de r/R = 0.542 et située $\Delta z/R = \sqrt{2}/2$ au-dessus du niveau d'application de la charge répartie. Les valeurs déterminées par cette approche sont également reproduites à la figure 4.5 : l'approximation est excellente. Il serait intéressant de pouvoir généraliser cette méthode mais cette tâche n'entre pas dans le cadre de ce travail.

Cas du milieu hétérogène

Les cas hétérogènes traités dans la littérature concernent les massifs constitués de multicouches horizontales. Des tables existent qui permettent de tenir compte des différents modules pour calculer exactement la répartition des contraintes verticales en profondeur.

Dans la pratique géotechnique, partant du principe que la détermination précise de ces modules est utopique, on adopte une loi de répartition correspondant à un cas homogène soit élastique, soit décrit par la loi de Buisman ou de Frölich en ayant soin d'appliquer le facteur éventuel d'anisotropie pour les milieux stratifiés. Ce n'est qu'au niveau du calcul du tassement que l'on fait intervenir les propriétés de déformation des couches de terrain sous la contrainte additionelle.

La loi de déformation peut être non linéaire: loi de Terzaghi avec rôle de la contrainte géologique, loi de déformation hyperbolique dans le cas de déformations élèvées. Quelque soit la loi adoptée, le module de déformation est l'élément prépondérant sur l'estimation du tassement, non les éventuelles modifications de la répartition des contraintes par rapport à un cas homogène.

2.2.2. Equilibre dynamique

Pour une charge étant appliquée rapidement, on conçoit aisément que l'équilibre dynamique fera intervenir des termes supplémentaires :

- terme lié à l'accélération: il s'agit de masse, ou de masse volumique pour les milieux continus:

ρ : la masse volumique du sol [kg/m^3]

- terme lié à la vitesse: il s'agit de viscosité dans le cas de comportement laminaire, ou d'autres expressions dans le cas de comportement non laminaire. Dans les modèles de comportement du sol, on introduit:

μ : le coefficient de viscosité [MPa.s]

D'autre part, la charge dynamique disparaissant ou étant périodique, il y a lieu d'introduire le comportement lors de la décharge. Si la décharge n'est pas élastique, le cycle engendre une perte d'énergie, laquelle est associée au concept d'amortissement "hystérétique".

Avant d'aborder le comportement des milieux visco-élastiques, ou à amortissement hystérétique, nous nous pencherons d'abord sur le problème du massif purement élastique. Dans cette premiere approche n'interviendra, outre le module d'elasticité et le coefficient de Poisson déjà utilisés pour l'équilibre statique, que la masse volumique du sol.

Cas du milieu élastique homogène et isotrope

Pour bien comprendre le comportement dynamique d'un milieu élastique isotrope et homogène, il nous apparaît opportun d'expliciter les équations du mouvement, et en particulier de rappeler (Richart, Hall et Woods (1970)) les éléments essentiels de leur dérivation.

Considérons en coordonnées cartésiennes un volume élémentaire du milieu situé au point de coordonnées x,y,z, et défini par les dimensions Δx, Δy, Δz (fig. 4.6 p. 333). On appelle u_x, u_y et u_z les composantes des déplacements suivant respectivement les axes x, y et z.

Sur chacune des facettes est representé le tenseur des contraintes τxy (en trait interrompu pour les facettes cachées). L'équilibre de translation suivant la direction de l'axe des x s'exprime par application de la loi de Newton (on néglige les forces dues à la gravité).

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}.\ \Delta x\right)\ \Delta y\ \Delta z - \sigma_x \Delta y\ .\ \Delta z \qquad (4.33)$$

$$+\ \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}\ \Delta y\right)\ \Delta x\ \Delta z - \tau_{xy}\ \Delta x\ .\ \Delta z$$

$$+\ \left(\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}\ \Delta Z\right)\ \Delta\ x\ \Delta y - \tau_{xz}\ \Delta\ x\ \Delta y = \rho\ (\Delta x.\ \Delta y.\Delta z)\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

En supprimant les termes qui s'annulent, et en exprimant l'équilibre de translation dans les 3 directions, on obtient les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\
\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\ \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \qquad (4.34) \\
\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}
\end{aligned}$$

Pour passer des contraintes aux déformations, on fera référence aux équations fondamentales de l'élasticité:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \lambda\bar{\varepsilon} + 2G\ \varepsilon_x \qquad \tau_{xy} = \tau_{yx} = G\gamma_{xy} \\
\sigma_y &= \lambda\bar{\varepsilon} + 2G\ \varepsilon_y \qquad \tau_{zy} = \tau_{zy} = G\gamma_{yz} \qquad (4.35) \\
\sigma_z &= \lambda\bar{\varepsilon} + 2G\ \varepsilon_z \qquad \tau_{zx} = \tau_{xz} = G\gamma_{zx}
\end{aligned}$$

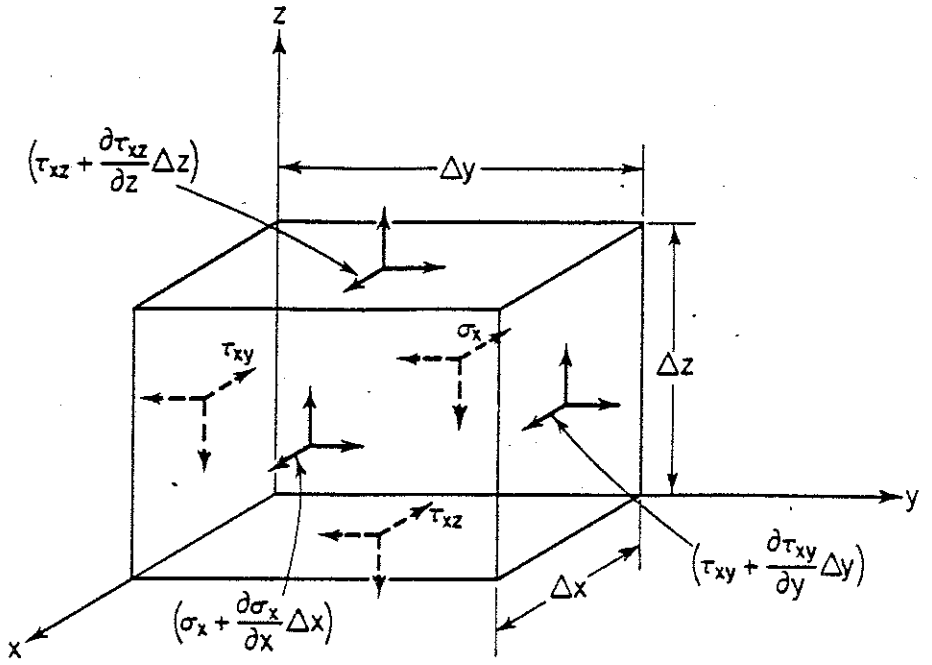
$$\text{avec } G = \frac{E}{2\ (1+\nu)} \qquad \text{et } \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)\ (1-2\nu)} \qquad (4.36)$$

dans lesquelles λ et G sont les constantes de Lamé, et $\bar{\varepsilon}$ la déformation volumétrique définie par :

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

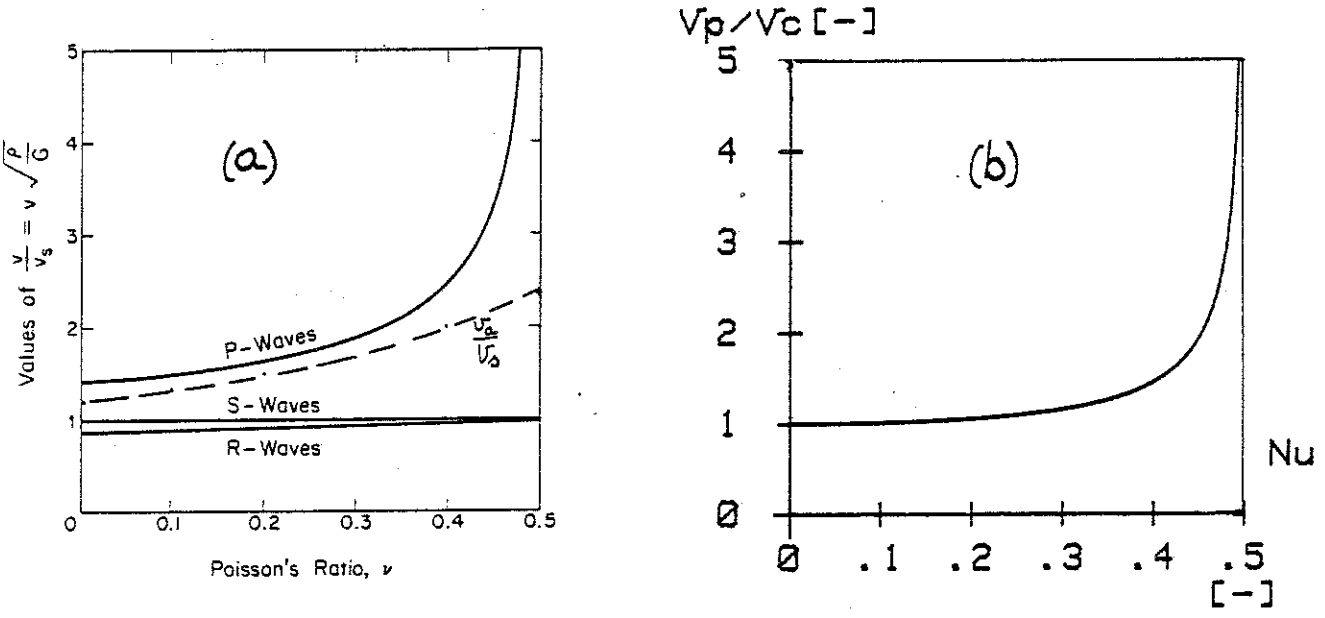
Pour passer des déformations aux déplacements, on fera référence aux relations et définitions fondamentales suivantes:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad 2\ \bar{\omega}_x = \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \qquad 2\ \bar{\omega}_y = \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \qquad (4.37) \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z} \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \qquad 2\ \bar{\omega}_z = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}
\end{aligned}$$



Coordonnees pour exprimer l'équilibre dynamique

FIGURE 4.6



RAPPORTS DE VITESSES D'ONDES

(a) par rapport à Vs

(b) par rapport à Vc

FIGURE 4.7

dans lesquelles:

ε sont les déformation unitaires (allongements)
γ sont les déformations angulaires (distorsions)
$\vec{\omega}$ sont les rotations.

Après utilisation des relations fondamentales de l'élasticité pour substituer les contraintes dans les équations de l'équilibre de rotation, on obtient les expressions suivantes:

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 u_x \qquad (a)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 u_y \qquad (b) \qquad (4.38)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 u_z \qquad (c)$$

dans lesquelles ∇^2 symbolise l'opérateur Laplacien dans les coordonnées cartésiennes:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (4.39)$$

Au départ des équations différentielles du mouvement dans un milieu élastique continu, il est possible de déduire dès à présent 2 solutions distinctes: la première décrit la propagation d'une onde de dilatation volumique (onde irrotationelle) tandis que la seconde décrit la propogation d'une onde de rotation pure (onde à volume constant).

La prémière solution peut être obtenue par differentiation des équations du mouvement (4.38) par rapport à respectivement x,y, et z et en faisant la somme:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \nabla^2 \bar{\varepsilon} \qquad (4.40)$$

En posant, $v_p^2 = \frac{\lambda + 2G}{\rho}$ on retrouve l'équation classique de l'onde:

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla^2 \bar{\varepsilon} \qquad (4.41)$$

L'onde de dilatation volumique se propage donc à la vitesse

$$v_p = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho} \qquad (4.42)$$

La seconde solution peut être obtenue en différentiant l'équation 4.38.b par rapport à z et l'équation 4.38.c par rapport à y et éliminant $\bar{\varepsilon}$ en les soustrayant. Cette opération donne:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\omega}_x}{\partial t^2} = G \nabla^2 \bar{\omega}_x \qquad (4.43)$$

En posant $v^2_s = G/\rho$, on retrouve l'équation classique de l'onde:

$$\frac{\partial^2 \bar{\omega}_x}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \bar{\omega}_x \qquad (4.44)$$

Des équations semblables peuvent être obtenues pour $\bar{\omega}_y$ et $\bar{\omega}_z$, ce qui indique que les ondes de rotation se propagent à la vitesse :

$$v_s = \sqrt{G/\rho} \qquad (4.45)$$

Il est intéressant de voir qu'au départ des équations du mouvement suivant les 3 directions des axes, un milieu élastique continu est le siège de 2 types d'ondes, associés chacun à un type de déformation et possédant sa vitesse de propagation propre. On appellera ces ondes:

(1) onde de dilatation (ou aussi onde primaire, onde P, onde de compression, onde irrotationelle)

(2) onde de distortion (ou aussi onde secondaire, onde S, onde de cisaillement, onde à volume constant)

L'onde de dilatation se propage systématiquement plus vite que l'onde de cisaillement, le rapport des vitesses dépendant essentiellement du coefficent de Poisson:

$$\frac{v_p}{v_s} = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{G}} = \sqrt{\frac{2 - 2\nu}{1 - 2\nu}} \qquad (4.46)$$

Ce rapport est illustré à la figure 4.7.a. p. 333.

Il est utile de noter également que l'onde de dilatation plane d'un milieu infini se propage plus rapidement que l'onde de dilatation plane dans une barre ou dans un pieu. Les déformations de la barre sont identiques aux déformations du milieu infini, mais dans le milieu infini, la condition de déformation latérale nulle imposée par l'étendue infinie du front d'onde met en jeu le module de déformation confiné (ou oedométrique): E_o

Le rapport de la vitesse de l'onde du milieu infini v_p à celle de l'onde dans la barre v_c, s'obtient aisément:

$$\frac{v_p}{v_c} = \frac{\sqrt{(\lambda + 2G)/\rho}}{\sqrt{E/\rho}} = \sqrt{\frac{E_o}{E}} = \sqrt{\frac{1 - \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \qquad (4.47)$$

Ce rapport est illustré a la figure 4.7.b.

Par contre, les ondes de cisaillement (torsion) se propagent à la même vitesse dans le milieu infini et la barre.

a. Charge ponctuelle

Les cas où une charge ponctuelle périodique agit au sein d'un milieu infini ou semi-infini ainsi qu'à la surface d'un massif semi-infini ont été résolus à la fin du siècle passé et au début de ce siècle par Stokes (1849), Kelvin (1899) ainsi que par Lamb (1904) qui a présenté sous une formulation générale les résultats de ces 3 cas de charges.

Au contraire de la présentation condensée qui avait été adoptée par l'équilibre statique, il nous semble convenir ici d'expliciter les solutions disponibles. La présentation adoptée ici est tirée de Lamb (1904)

a.a. Charge ponctuelle au sein d'un massif infini

En faisant usage des notations complexes, on définit l'action au centre du système de coordonnées cylindriques:
$\overline{Q} = Q \cdot e^{i\omega t}$

Dans cette expression, Q est l'amplitude de la force et ω la fréquence angulaire [rad/s]. Dans le cas de mouvements harmoniques, les équations du mouvement (4.38) sont satisfaites par:

$$u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} + u'_x$$
$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} + u'_y$$
$$\omega = \frac{\partial \phi}{\partial z} + u'_z$$

pourvu que : $(\nabla^2 + h^2)\ \phi = 0.$ (4.48)

avec :

$$(\nabla^2 + k^2)\ u'_x = 0$$
$$(\nabla^2 + k^2)\ u'_y = 0$$
$$(\nabla^2 + k^2)\ u'_z = 0$$

et $\frac{\partial u'_x}{\partial x} + \frac{\partial u'_y}{\partial y} + \frac{\partial u'_z}{\partial z} = 0$ (4.49)

Dans ces expressions, ϕ est la fonction potentielle du champ de déplacement et :

$$h^2 = \omega^2 / v_p^2$$
$$k^2 = \omega^2 / v_s^2 = \omega^2 \rho / G \qquad (4.50)$$

Une solution particulière du système d'équations différentielles en u'_x, u'_y, u'_z est:

$$u'_x = \frac{\partial^2 Y}{\partial x \partial z}\ ,\ u'_y = \frac{\partial^2 Y}{\partial y \partial z}\ ;\ u'_z = \frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} + k^2\ Y \qquad (4.51)$$

pourvu que $(\nabla^2 + k^2)\ Y = 0$

L'opérateur de Laplace s'exprimant en coordonnées cylindriques (r,z) par:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r} + \frac{1}{r}\ \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ou transformant les équations différentielles en $\emptyset$ et Y par :

$$\begin{cases} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = u_r = \dfrac{\partial \emptyset}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 Y}{\partial r\ \partial_z} \\ u_z = \dfrac{\partial \emptyset}{\partial z} + \dfrac{\partial^2 Y}{\partial z^2} + k^2 Y \end{cases} \qquad (4.52)$$

ont on peut définir la solution générale pour $z \geqslant 0$.

$$\begin{aligned} \emptyset &= A\ e^{-\alpha z}\ J_o\ (\xi r) \\ Y &= B\ e^{-\beta z}\ J_o\ (\xi r) \end{aligned} \qquad (4.53)$$

avec : $\sqrt{x^2 + y^2}$

Dans ces expressions, A et B sont des constantes dépendant de l'amplitude de la force, ξ est un réel, tandis que α et β sont des quantités positives réelles ou imaginaires définies par les relations:

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \xi^2 - h^2 \\ \beta^2 &= \xi^2 - k^2 \end{aligned} \qquad (4.54)$$

$J_o\ (\xi)$ est la fonction de Bessel du premier type et est définie par:

$$J_o\ (\xi) = \frac{2}{\pi} \int_o^{\pi/2} \text{Cos}\ (\xi \cos \omega)\ d\omega \qquad (4.55)$$

De ces potentiels, on déduit les déplacements généraux :

$$u_r = \left(- \xi A e^{- \alpha z} + \xi \beta B e^{- \beta z}\right) J_1 (\xi r)$$
$$u_z = \left(- \alpha A^{-\alpha z} + \xi^2 B e^{- \beta z}\right) J_o (\xi r) \qquad (4.56)$$

où :

$$J_1(\xi) = - \frac{\partial J_o}{\partial \xi} \qquad (4.57)$$

Ce qui permet d'obtenir les contraintes pour les points situés dans le plan z = 0, mais avec :

$$[\tau_{rz}]_o = G \left[\frac{u_r}{\partial z} + \frac{u_z}{\partial r}\right]_o = G \left\{2\xi\alpha A - \left(2\xi^2 - k^2\right) \xi B\right\} J_1(\xi r) \qquad (4.58)$$

$$[\sigma_z]_o = \left[\lambda\overline{\varepsilon} + 2G \frac{u_z}{\partial z}\right]_o = G \left\{\left(2\xi^2 - k^2\right) A - 2\xi^2 \beta B\right\} J_o(\xi r)$$

Pour $z < 0$, on déduit des solutions analogues

$$\emptyset = A' e^{\alpha z} J_o (\xi r) \text{ et } Y = B' e^{\beta z} J_o (\xi r) \qquad (4.59)$$

que l'on peut expliciter jusqu'au même stade.

Pour introduire la condition de force ponctuelle, on aura recours à une contrainte verticale agissant dans le plan z=0 et définie par: $\Sigma J_o(\zeta r) e^{i\omega t}$; cette contrainte respecte la symétrie cylindrique. La discontinuité des contraintes verticales définies dans le semi-espace $z \geqslant 0$ avec celles définies pour $z \leqslant 0$ à leur surface de jonction équivaut à la contrainte extérieure appliqué dans le plan z=0; soit:

$$[\sigma_z]_{z=o^-} - [\sigma_z]_{z=+o} = \Sigma\, J_o\,(\xi r)\, e^{i\omega t} \qquad (4.60)$$

tandis que :

$$[\tau_{rz}]_{z=-o} = [\tau_{rz}]_{z=+o}$$

on en déduit :

$$\begin{cases} (2\xi^2 - k^2).\,(A - A') - 2\,\xi^2\beta\,(B + B') = -\frac{\Sigma}{G}\, e^{i\omega t} \\ 2\alpha\,(A + A') - (2\,\xi^2 - k^2)\,(B - B') = 0 \end{cases} \qquad (4.61)$$

La continuité des déplacements u_r et u_z impose:

$$\begin{cases} A - A' - \beta\,(B + B') + 0 \\ \alpha\,(A + A') - \xi^2\,(B - B') = 0 \end{cases} \qquad (4.62)$$

On résout les 4 dernières équations linéaires en A, A', B et B' :

$$A = -A' = \frac{\Sigma}{2\,k^2\,G}\, e^{i\omega t}$$

$$B = B' = \frac{\Sigma}{2\,k^2 G\beta}\, e^{i\omega t} \qquad (4.63)$$

Ainsi, pour $z > 0$,

$$\phi = \frac{\Sigma e^{i\omega t}}{2\,k^2 G}\, e^{-\alpha z}\, J_o(\xi r) \quad \text{et} \quad Y = \frac{\Sigma e^{i\omega t}}{2\,k^2 G}\, \frac{e^{-\beta z}}{\beta}\, J_o(\xi r) \qquad (4.64)$$

Pour passer de la charge répartie à la charge concentrée ($Qe^{i\omega t}$), on utilise l'identité :

$$f(r) = \int_o^\infty J_o(\xi r)\, r dr \int_o^\infty f(\lambda)\, J_o(\xi\lambda)\, \lambda d\lambda$$

où l'on suppose que $f(\lambda)$ s'annule pour des valeurs de λ autres qu'infinitésimales, pour lesquelles $f(\lambda)$ devient infini de telle sorte que :

$$\int_o^\infty f(\lambda)\, 2\pi\lambda d\lambda = Q$$

On peut dès lors écrire que $\Sigma = Q\,\xi\,.\,d\xi/2\pi$, et intégrer par rapport à ξ sur le domaine $[o, \infty]$.
On trouve ainsi pour $z \geqslant o$,

$$\phi = \frac{Qe^{i\omega t}}{4\pi\omega^2\rho} \int_o^\infty e^{-\alpha z}\, J_o(\xi r)\, \xi d\xi = -\frac{Q}{4\pi\omega^2\rho}\, \frac{\partial}{\partial z}\, \frac{e^{i(\omega t - h\ell)}}{\ell}$$

$$Y = \frac{Qe^{i\omega t}}{4\pi\omega^2\rho} \int_o^\infty \frac{e^{-\beta z}}{\beta}\, J_o(\xi r)\, \xi d\xi = \frac{Q}{4\pi\omega^2\rho}\, \frac{e^{i(\omega t - k\ell)}}{\ell}$$

$$\text{où } \ell = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{r^2 + z^2} \qquad (4.65)$$

Ces potentiels devenant infinis pour des valeurs nulles de z, on se contente d'expressions approchées valables pour des valeurs réputées élevées de ℓ :

$$u_r = \frac{Qe^{i\omega t}}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\lambda+2G} \frac{zr}{\ell^3} e^{-ih\ell} - \frac{1}{G} \frac{zr}{\ell^3} e^{-ik\ell} \right\}$$

$$u_z = \frac{Qe^{i\omega t}}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\lambda+2G} \frac{z^2}{\ell^3} e^{-ih\ell} + \frac{1}{G} \frac{r^2}{\ell^3} e^{-ik\ell} \right\}$$

dont nous réduisons la seconde au cas r=o ou ℓ=z

$$\boxed{u_z = \frac{Q}{4\pi(\lambda+2G)} \frac{1}{z} e^{i\omega(t - \frac{z}{v_p})}} \qquad (4.66)$$

Dans l'axe des z, le champ des déplacements verticaux suit une décroissance inversément proportionnelle à la distance z au déphasage près provoqué par la lenteur de la propogation des ondes. En particulier, le mouvement du point d'application est infini et en phase avec la force appliquée. La loi de décroissance de l'amplitude est analogue à celle de la solution statique.
Cependant, les amplitudes du déplacement sont supérieures dans le cas statique. En effet dans le cas statique, nous avons le long de l'axe z,

$$s_z = \frac{Q}{Ez} \cdot \frac{1+\nu}{2\pi}$$

tandis que dans le cas dynamique,

$$u_z = \frac{Q}{Ez} \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)}$$

Le rapport de ces déplacements est:

$$\frac{s_z}{u_z} = \frac{2\,(1-\nu)}{1-2\nu} = \frac{v_p^2}{v_s^2} = \frac{E_o}{E} \qquad (4.67)$$

Nous pouvons donc conclure que les amplitudes des déplacements dynamiques le long de l'axe des z sont proportionels aux déplacements correspondant au cas statique et que le rapport, toujours inférieur à 1, ne dépend pas de la fréquence, mais uniquement du coefficient de Poisson. Ce rapport est illustré à la fig. 4.7. En particulier, pour une valeur du coefficient de Poisson approchant 0.5, l'amplitude du déplacement périodique deviendra négligeable par rapport à celle du déplacement statique.
Il est intéressant de noter que Lamb a calculé la puissance transmise au milieu par la force périodique en prenant la partie réelle de la vitesse du point d'application de la force sur un disque dont le rayon tend vers zéro:

$$P = \frac{\omega^2 Q^2}{24\pi\rho}\left(\frac{1}{v_p^3} + \frac{2}{v_s^3}\right) \qquad (4.68)$$

a.b. Charge ponctuelle au sein d'un massif semi-infini

Pour un solide occupant le semi-espace défini par $z \geq o$, les déplacements ne sont obtenus par Lamb que pour les points de la surface. Etant donné que les solutions qui intéressent notre cas sont celles qui concernent l'endroit où la charge est appliquée, nous passerons directement au cas de la charge appliquée à la surface du massif.

a.c. Charge ponctuelle appliquée à la surface d'un massif semi-infini

La dérivation de cette solution, tout en suivant les mêmes étapes que celles exposées dans le cas du massif infini, est plus complexe étant donné la présence de la discontinuité du milieu en z=o. C'est pourquoi nous nous en tiendrons ici aux articulations essentielles du raisonnement de Lamb :

Les conditions limites :

$$[\sigma_z]_o = \Sigma\, J_o(\xi r)$$
$$[\tau_{rz}]_o = 0 \qquad (4.69)$$

permettent de trouver les valeurs de :

$$\begin{cases} A = \dfrac{2\xi^2 - k^2}{F(\xi)} \cdot \dfrac{\Sigma}{G} \\ B = \dfrac{2\alpha}{F(\xi)} \cdot \dfrac{\Sigma}{G} \end{cases} \qquad (4.70)$$

avec :

$$F(\xi) = (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\,\xi^2 \alpha\,\beta \qquad (4.71)$$

Ce qui permet d'exprimer les déplacements à la surface pour une répartition de charge Σ que l'on suppose égale à:

$$\Sigma = -\frac{Q\xi}{2\pi}\, d\xi\, e^{i\omega t}$$

et qui s'intègre dans le domaine de ξ $[0, \infty]$:

$$(u_r)_{z=o} = \frac{Q e^{i\omega t}}{2\pi G} \int_o^\infty \frac{\xi^2 (2\xi^2 - k^2 - 2\,\alpha\,\beta)}{F(\xi)}\, J_1(\xi r)\, d\xi$$
$$(u)_{z=o} = -\frac{Q e^{i\omega t}}{2\pi G} \int_o^\infty \frac{k^2 \xi \alpha}{F(\xi)}\, J_o(\xi r)\, d\xi \qquad (4.72)$$

En se servant d'identités faisant intervenir les fonctions de Bessel, il est possible d'exprimer la solution sous une forme faisant mieux en apparaître les composantes:

$$(u_r)_{z=o} = \frac{\bar{\bar{k}}Q}{2G} \cdot H \cdot D_1(\bar{\bar{k}}r)\, e^{i\omega t}$$

$$+ \frac{ik^2}{\pi G} Q \int_h^k \frac{\xi^2 (2\xi^2 - k^2)\alpha\beta}{F(\xi)\, f(\xi)} \cdot D_1(\xi r)\, e^{i\omega t}\, d\xi$$

$$(u_z)_{z=o} = -\frac{ik^2 Q}{2\pi G} \int_k^\infty \frac{\xi\alpha}{F(\xi)} \cdot D_o(\xi r)\, e^{i\omega t}\, d\xi \qquad (4.73)$$

$$- \frac{ik^2 Q}{2\pi G} \int_h^k \frac{\xi\,(2\xi^2 - k^2)\alpha}{F(\xi)\, f(\xi)} \cdot D_o(\xi r)\, e^{i\omega t} d\xi$$

Dans ces expressions,

$$D_o(\xi) = \frac{2}{\pi} \int_o^\infty e^{-i\xi \cosh(u)} du$$

$$D_1(\xi) = - D_o'(\xi) \qquad (4.74)$$

$$f(\xi) = (2\xi^2 - k^2)^2 + 4\xi^2 \alpha\beta$$

$\bar{\bar{k}}$ est la racine supérieure à k de la fonction $F(\xi)$: c'est l'inverse de la vitesse de propagation des ondes de Rayleigh.

$$H = - \frac{\bar{\bar{k}}\,(2\bar{\bar{k}}^2 - k^2 - 2\alpha_1\beta_1)}{F'(\bar{\bar{k}})}$$

où : $\alpha_1 = \sqrt{\bar{\bar{k}}^2 - h^2}$

$\beta_1 = \sqrt{\bar{\bar{k}}^2 - k^2}$

$$K = \frac{-k^2\alpha_1}{F'(\bar{\bar{k}})}$$

Pour le point d'application de la charge, le déplacement vertical est infini. Pour des valeurs réputées élevées de la distance r dans le plan horizontal, on peut démontrer que la solution devient :

$$(u_r)_{z=o} = \frac{-i\bar{k}Q}{2G} H \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{i(\omega t - \bar{k}r - \frac{1}{4}\pi)}$$

$$(u_z)_{z=o} = \frac{\bar{k}Q}{2G} K \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{i(\omega t - \bar{k}r - \frac{1}{4}\pi)} \qquad (4.75)$$

On en conclut qu'à des distances suffisamment grandes, l'amplitude des déplacements affectant la surface du massif semi-infini décroissent suivant l'inverse de la racine carrée de la distance. Cette décroissance correspond à la propogation d'ondes cylindriques que Rayleigh fut le premier à appréhender. Pour ce type d'onde (abrégé par R) le mouvement du point de la surface est élliptique rétrograde (voir fig. 4.80 p. 347). A distance suffisamment grande de la source, c'est le seul type qui importe étant donné que les deux autres types (P et S) sont rapidement dissipés dans le milieu suivant une loi de décroissance en $1/\ell$ (4.66) et à la surface suivant une loi de décroissance en $1/\ell^2$ déductible de 4.73

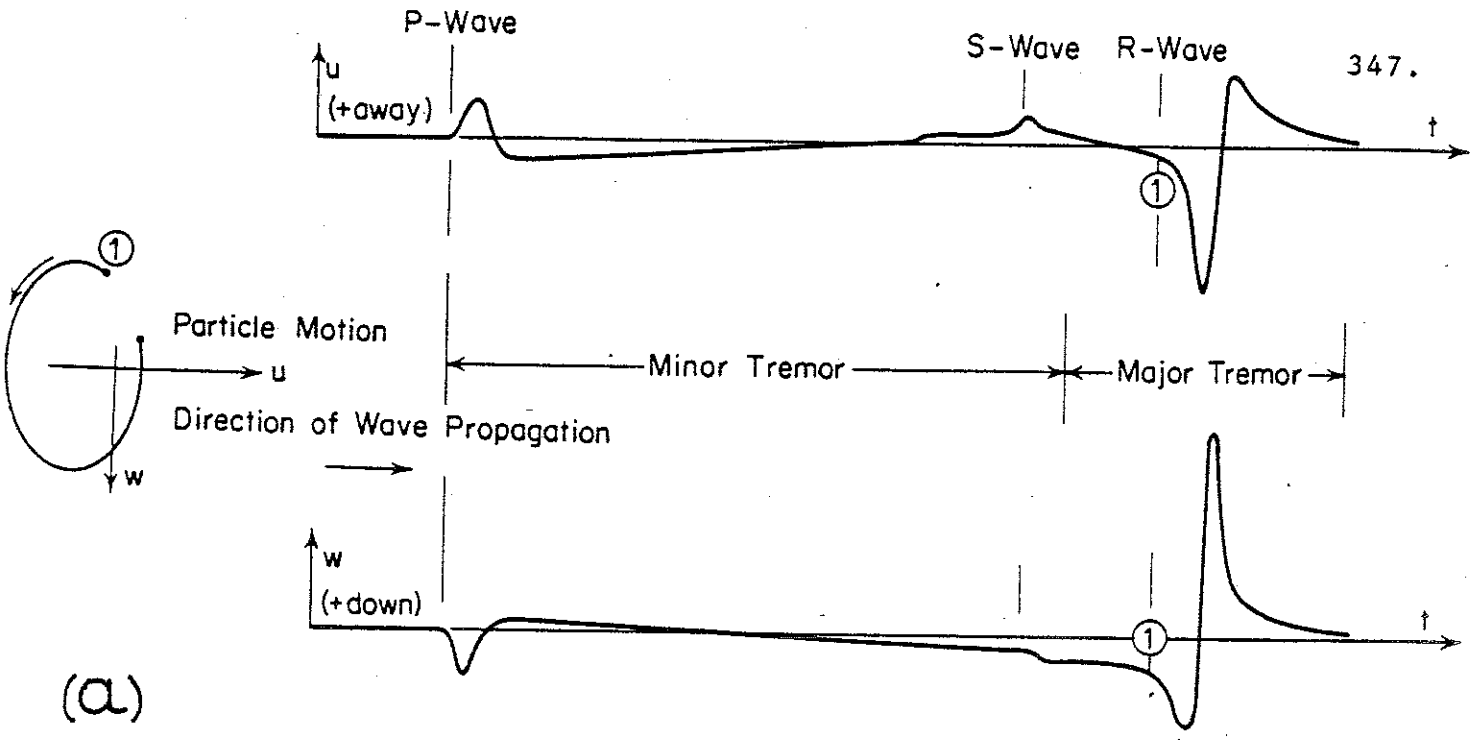
La vitesse de propagation de ce type d'onde se déduit de l'équation: $F(\xi) = o$; elle se compare assez bien à la vitesse de propogation des ondes de cisaillement. Le rapport v_r/v_s, inférieur ou égal à 1 ne dépend que du coefficient de Poisson. Il est illustré a la figure 4.7 p. 333.

Le calcul de l'amplitude du déplacement en profondeur par rapport au déplacement à la surface, démontre bien la nature superficielle de ce type d'onde. Cet aspect est illustré à la figure 4.8.b, en fonction du rapport adimensionnel de la profondeur à la longeur d'onde L_R de Rayleigh.

$$L_R = \frac{2\pi v_r}{\omega} = \frac{v_r}{f}$$

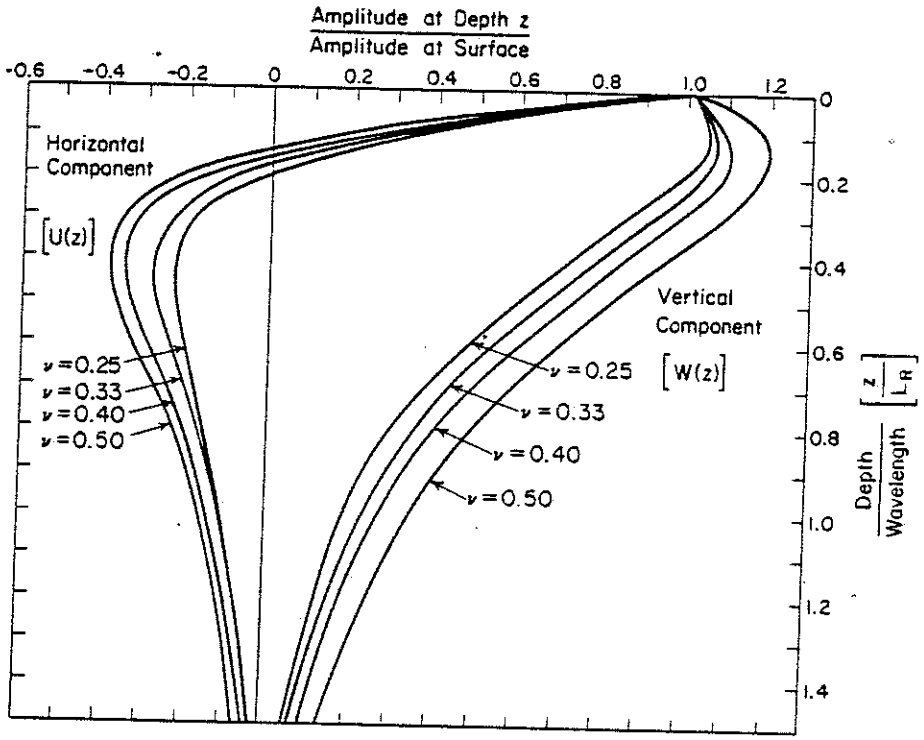
avec f : fréquence du mouvement périodique : $f = \omega/2\pi$

On en déduit également que l'épaisseur concernée par ces mouvements est d'autant plus faible que la longeur d'onde de Rayleigh est courte, ou étant donné une vitesse de propogation, que la fréquence est élevée.



(a)

(b)



ONDES DE RAYLEIGH (Lamb 1904)

(a) mouvement d'un point de la surface

(b) amplidude en profondeur

FIGURE 4.8

b. Charge répartie

Les solutions des cas où la charge est répartie peuvent se trouver, soit par intégration des équations générales aux conditions limites fixées par la géométrie du problème, soit par intégration des solutions fondamentales de Lamb. Ces solutions nous intéressent davantage car les expressions fondamentales, tout en étant instructives pour comprendre le comportement du massif, ne sont pas utilisables directement en raison de leur singularité (déplacement infini au point d'application). Les solutions exactes où la charge est répartie ne sont pas nombreuses; la plupart du temps, leurs auteurs ont eu recours à des approximations mathématiques et/ou numériques. Nous examinerons ci-après:

- le cas d'une sphère rigide incluse dans un massif infini
- le cas d'une sphère en expansion dans un massif infini
- le cas d'une plaque circulaire rigide dans un massif infini
- le cas d'une charge circulaire répartie à la surface d'un massif semi-infini
- le cas d'une charge circulaire appliquée au fond d'un trou cylindrique.

b.a. Spère rigide incluse dans un massif élastique infini

Ce cas est examiné par Chadwick et Trowbridge (1967). Ils considèrent une sphère indéformable de rayon R en contact avec le milieu infini dont on impose le déplacement suivant, par exemple, l'axe des z :

$$\bar{u} = \varepsilon R\, e^{i\omega t} = s e^{i\omega t} \qquad (4.76)$$

ε est donc l'amplitude du déplacement de la sphère divisé par son rayon. De plus, on appelle ρ_o la masse volumique de la sphère dont la masse m vaut: $4/3\ \pi R^3 \rho_o$.

On adopte les notations suivantes:

$$a_o = \frac{R\omega}{v_s}$$

$$b' = \frac{m}{4/3\ \pi R^3 \rho} = \frac{\rho_o}{\rho} \qquad (4.77)$$

$$q = \frac{v_s}{v_p} = \sqrt{\frac{1 - 2\nu}{2 - 2\nu}}$$

Les auteurs définissent ensuite :

$$\ell_1 = -\frac{1}{a_o^2} \cdot \frac{q^2(2q-1)\,a_o^4 + (5q^2-2)\,a_o^2 + 3\,(q^2+2)}{q^4\,a_o^4 - q^3(q-4)\,a_o^2 + (q^2+2)^2}$$

$$m_1 = \frac{1}{a_o} \cdot \frac{q^3\,a_o^4 - q^2(q-4)\,a_o^2 + (q^3+2)}{q^4\,a_o^4 - q^3(q-4)\,a_o^2 + (q^2+2)^2}$$

$$\ell_2 = -\frac{1_2}{a_o} \cdot \frac{q^3\,a_o^4 - q^2(q^2-4)\,a_o^2 + 3\,(q^2+2)}{q^4\,a_o^4 - q^3(q-4)\,a_o^2 + (q^2+2)^2} \qquad (4.78)$$

$$m_2 = \frac{1}{a_o} \cdot \frac{q^4 a_o^4 + q^2\,(2q+1)\,a_o^2 + 3\,(q^3+2)}{q^2\,a_o^4 - q^3(q-4)\,a_o^2 + (q^2+2)^2}$$

Le problème revient à calculer la force $\bar{Q}$, en avance de l'angle de phase α sur le déplacement nécessaire à entretenir le mouvement périodique de la sphère, et s'exprime par :

$$m \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \bar{Q} + \int_o^{\pi} 2\pi R\,(R \cdot \sin\theta)\,(\sigma_{rr} \cos\theta - \sigma_{r\theta} \sin\theta)_{r=R}\, d\theta$$

on obtient:

$$\bar{Q} = \frac{4}{3} \pi \varepsilon R^2 G \cdot \bar{\bar{Q}}\, e^{i(\omega t + \pi + \alpha)} \qquad (4.79)$$

expression dans laquelle :

$$\bar{\bar{Q}} = a_o^2 \sqrt{(\ell_1 + 2\,\ell_2 + b')^2 + (m_1 + 2\,m_2)^2} \qquad (4.80)$$

$$\tan \alpha = \frac{m_1 + 2\,m_2}{\ell_1 + 2\ell_2 + b},$$

Ces expressions permettent de voir que la force est en avance d'une phase supérieure à π et que hormis les influences de la fréquence et du coefficient de Poisson, son amplitude est proportionelle à l'amplitude du déplacement, au rayon de la sphère et au module de cisaillement.

Si dans les expressions ci-dessus, nous faisons tendre a_o vers zéro, nous devons retrouver le cas statique:

$$\lim_{a_o \to o} \bar{Q} = \frac{12\,\pi \varepsilon R^2 G}{q^2 + 2} \qquad (4.81)$$

ou, pour revenir aux notations définies dans le cas statique (paragraphe 1.2.1),

$$K_r^{os} = \frac{qR}{sE} = \frac{|\bar{Q}|\ R}{\pi R^2 .\ s.\ E}$$

or $\varepsilon R = s$. et donc :

$$K_r^{os} = \frac{12\ G}{(q^2+2)E} = \frac{12\ G/E}{\frac{1-2\nu}{2-2\nu}+2} = \frac{12 \times \frac{1}{2(1+\nu)}}{\frac{1-2\nu+4-4\nu}{2-2\nu}}$$

$$= \frac{12}{(1+\nu)} \times \frac{(1-\nu)}{(5-6\nu)},$$

ce qui est effectivement l'expression fournie par Josselin de Jong une dizaine d'années au paravant.

Pour évaluer le déplacement provoqué par une force Q périodique, on introduit le facteur adimensionnel : sGR/Q, qui a été calculé par Selvadurai pour les cas $\nu = 1/3$ et $\nu = 1/2$. Les résultats sont reproduits à la figure 4.9. p. 353. On remarque que pour les valeurs élevées de $\Delta = b' \times \pi (1-\nu/3$, la masse de 3a sphère induit une amplification des mouvements par rapport au cas statique (a_o=o).

Lorsque la masse est faible ou négligeable, l'amplitude des déplacements périodiques est toujours inférieure au cas statique, la différence s'accentuant lorsque la fréquence augmente.

Valeur des paramètres adimensionels a_o et b'

Pour se faire une idée de l'ordre de grandeur du paramètre de fréquence adimensionnel a_o, qui intervient dans le cas du battage de pieu, il y a lieu de supposer des dimensions typiques de pieu (longueur, rayon) ainsi que de vitesse de propagation des ondes de cisaillement: v_s.

En adoptant les fourchettes de valeur suivantes, valables pour le battage on-shore,

$150 \leqslant v_s \leqslant 400$ m/s

$300 \leqslant \omega = 2\pi f \leqslant 1200$ rad/s

(la fréquence à considérer varie suivant le système de battage entre 50 et 200 Hz.),

nous obtenons la valeur la plus élevée de a_o:

$$(a_o)_{max} = \frac{1200 \times 0.4}{150} = 3.2$$

tandis que la plus faible vaut:

$$(a_o)_{min} = \frac{300 \times 0.15}{400} \simeq 0.11$$

Bref, les valeurs à considérer s'étendent sur la plage simplifiée suivante:

$$0.1 \leqslant a_o \leqslant 3 \qquad (4.82)$$

En ce qui concerne le rapport adimensionnel de densité, la valeur à considérer pour le problème du battage devrait être comprise dans la fourchette :

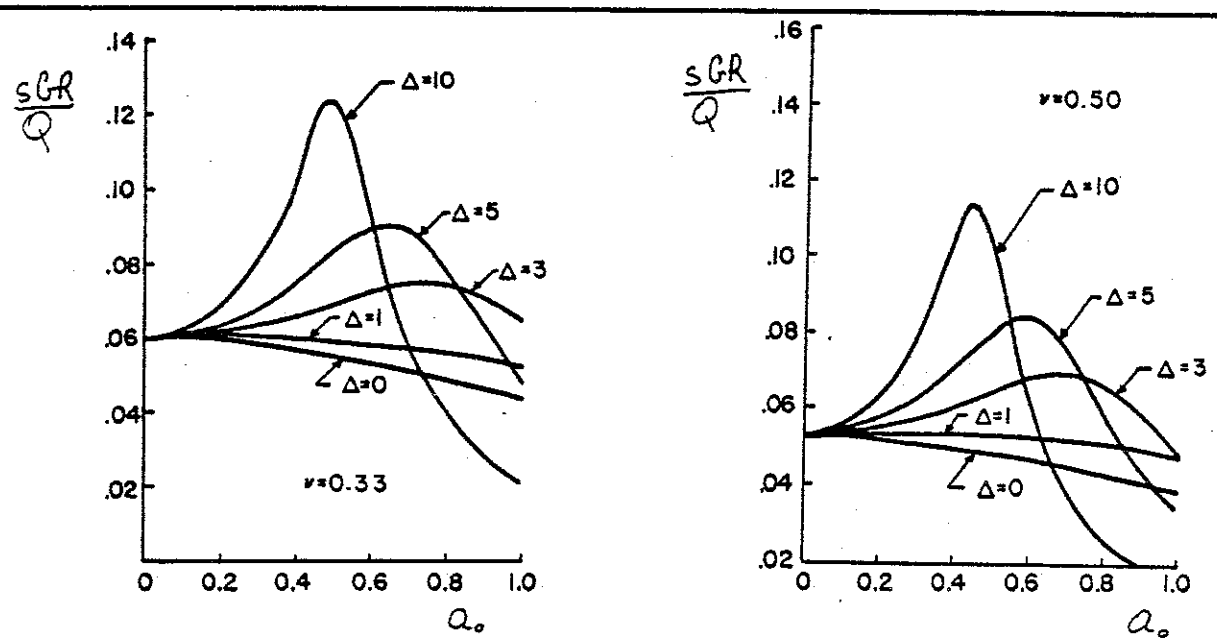
$$o \leqslant b' = \frac{\rho o}{\rho} \leqslant 1, \qquad (4.83)$$

étant donné que l'extrémité inférieure du pieu n'est pas sphérique.
Dans le cas où l'on considère une demi-sphère supposée rigide attachée à la base horizontale, et si l'on tient compte du poids d'une partie de l'extremité du pieu, on doit adopter $b' \simeq 1$. Par contre, si l'on considère que les masses sont déjà mobilisées dans L'équivalent physique du pieu et que l'on néglige la masse de la demi-sphère en partant du principe qu'elle n'est pas indéformable, on doit adopter $b'=o$. Les valeurs de Δ pour $b' = 1$ sont :

pour $\nu = 0.5$, $\Delta = 0.52$
$\nu = 1/3$, $\Delta = 0.70$

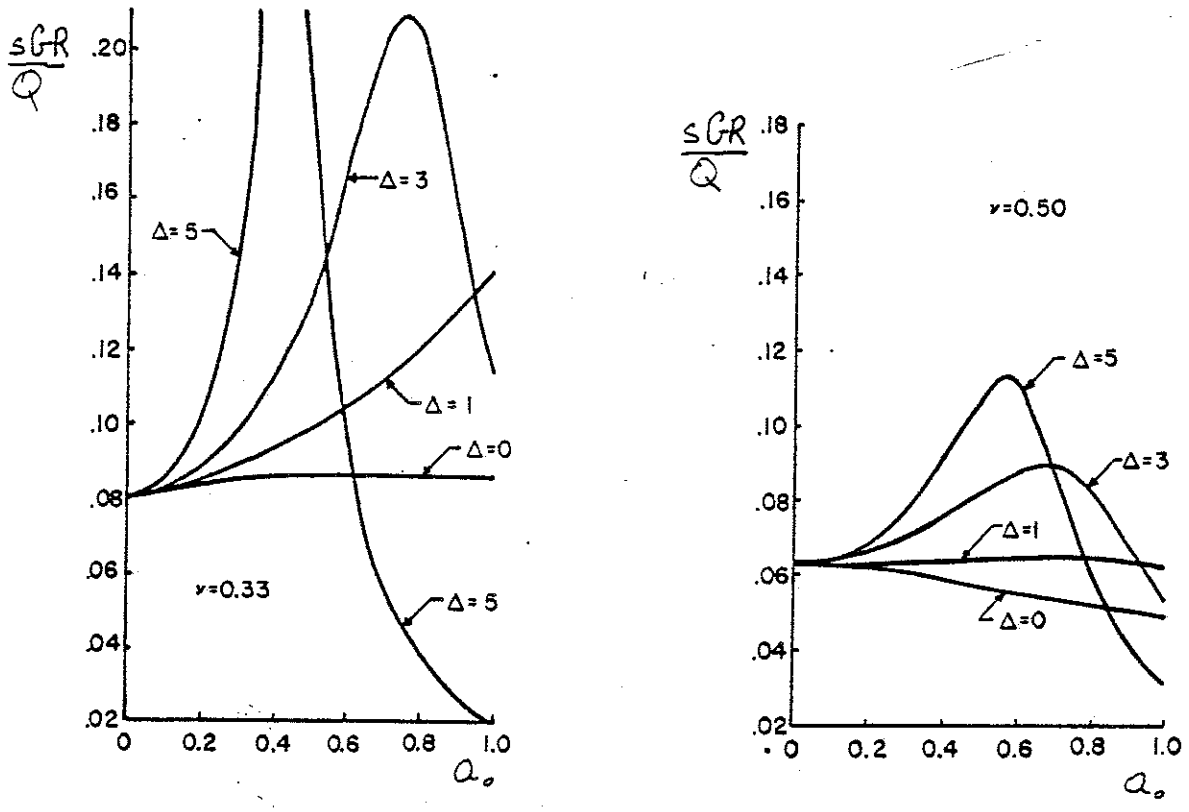
On en déduit que dans le cas du battage, la base au sens strict ne se situe jamais dans les conditions où le mouvement périodique s'amplifie. Ceci est dû, principalement à la faible valeur relative de la masse rigide ou coopérant au mouvement et secondairement aux fréquences élevées mises en jeu. Ce dernier aspect s'accentue encore si l'on considère des signaux transitoires dont l'analyse de Fourrier fera apparaître des termes à fréquence encore supérieure.

On peut donc considérer par comparaison avec les systèmes à 1 dégré de liberté que le système est fortement amorti. C'est l'effet de la dissipation de l'énergie depuis la sphère vers l'infini du milieu par les ondes de compression et de cisaillement. Le mouvement est d'autant plus amorti que la



MOUVEMENT HARMONIQUE D'UNE SPHERE EN TRANSLATION DANS UN MASSIF INFINI (Chadwick & Trowbridge 1967; Selvadurai 1980)

FIGURE 4.9



MOUVEMENT HARMONIQUE D'UN DISQUE DANS UN MASSIF INFINI (Selvadurai 1980)

FIGURE 4.10

sphère est moins capable d'emmagasiner de l'énergie cinétique (effet de Δ ou b') et que les ondes se propagent rapidement.

b.b. disque rigide inclus dans un massif élastique infini

Pour le cas du disque rigide en translation suivant son axe de symétrie, aucune solution exacte n'existe encore. Par contre, Selvadurai (1980) a obtenu une solution approximative. Utilisant l'axisymétrie des déformations, il réduit le problème à celui d'un semi-espace à conditions limites mixtes. En formulant la transformée de Hankel, il réduit le problème à celui d'une équation intégrale de Fredholm de seconde espèce. La solution à cette dernière est évaluée par décompositions asymptotiques.

Utilisant la même notation pour Δ (m=masse du disque), q et a_o, Selvadurai définit:

$$d_1 = \frac{\Delta \cdot a_o^2 \, (3-4\nu)}{8 \, (1-\nu)^2}$$

$$d_2 = \frac{8 \, (1-\nu) \, (2+q^3)}{3 \, \pi \, (3-4\nu)}$$

Selvadurai propose la formulation adimensionelle de l'amplitude du déplacement:

$$\frac{s_{GR}}{Q} = \frac{3 - 4\nu}{32 \, (1-\nu) \sqrt{(1-d_1)^2 + d_2^2}} \qquad (4.84)$$

qu'il a chiffrée pour les cas $\nu=1/3$ et $\nu=1/2$ (voir figure 4.10 p. 353)

Les courbes ont la même allure que dans le cas de la sphère rigide. Les amplitudes sont cependant plus élevées pour la même valeur de Δ. On remarque également que pour les faibles valeurs de Δ ($0 \leq \Delta \leq 1$)l'atténuation de l'amplitude en fonction de la fréquence s'effectue beacoup moins rapidement. Dans le cas $\nu = 0.5$, la courbe correspondant à $\Delta = 1$ marque un plateau, tandis que dans le cas $\nu = 1/3$, le mouvement va en s'amplifiant. Cependant, cette dernière observation doit être considérée comme le résultat de l'approximation apportée par la méthode. En effet, cette méthode approximative appliquée au cas de la sphère, produit des effets semblables.

On en conclut que le comportement du disque rigide est fortement analogue à celui de la sphère rigide, les deux corps étant soumis à l'amortissement géomètrique de l'espace infini. Par l'examen de ces deux cas dans les conditions d'équilibre statique, on n'avait pas noté de différence supérieure à 20% pour la raideur adimensionelle K (voir graphique 4.3 p. 319).

b.c. Cas d'une cavité sphérique en expansion dans un massif élastique infini

Ce cas est examiné car certains auteurs ont fait l'analogie entre cette sollicitation et la rupture à la base d'un pieu. Les déformations respectant la symetrie sphérique, ce cas se simplifie en un problème à 1 dimension: la dimension radiale r. En appelant u le déplacement radial, on établit l'équation d'équilibre dynamique:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial_r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = \rho \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \qquad (4.85)$$

Si on fait appel à un champ de déplacement défini par le potentiel Φ tel que :

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \qquad (4.86)$$

on trouve une nouvelle forme de l'équation de l'onde:

$$\frac{\partial^2 (r\Phi)}{\partial r^2} = \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 (r\Phi)}{\partial t^2} \qquad (4.87)$$

La solution générale en est:

$$\Phi\ (r,t) = \frac{1}{r} f\ (t - \frac{r}{v_p}) + \frac{1}{r} g\ (t + \frac{r}{v_p}) \qquad (4.88)$$

où f et g sont les fonctions représentant les ondes respectivement divergentes et convergentes. Pour un massif homogène infini, il n'y a pas d'onde réfléchie et la solution utile est:

$$\Phi (r,t) = \frac{1}{r} \; f (t') \qquad (4.89)$$

où l'argument s'est défini par: $t' = t - \frac{r-R}{v_p}$

Dans le cas d'ondes harmoniques, on obtient immédiatement,

$$f (t') = A.e^{- i\omega t'} \qquad (4.90)$$

En introduisant cette expression dans 4.86 et en utilisant l'expression suivante de la contrainte radiale σ_r :

$$\sigma_r = (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \lambda \frac{u}{r} \qquad (4.91)$$

dans laquelle on exprime λ et G en fonction de v_p et de ν, on obtient :

$$\sigma_r = \rho D (\omega, r) \frac{A}{r} e^{-i\omega t'} \qquad (4.92)$$

dans laquelle:

$$D (\omega, r) = \omega^2 + 2i \left(\frac{R}{r}\right) \alpha\omega - 2 (1-\nu) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \beta^2 \qquad (4.93)$$

avec :

$$\alpha = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \cdot \frac{v_p}{R}$$

$$\beta^2 = \frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)^2} \cdot \frac{v_p^2}{R^2} \qquad (4.94)$$

La pression p régnant dans la cavité s'obtient en faisant r=R dans l'expression de σ_r :

t' devient t

D (ω, r) devient: $\omega^2 + 2i\alpha\omega - 2(1-\nu)\beta^2$

$$D(\omega, R) = \omega^2 + 2i\omega \frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{v_p}{R} - \frac{2(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{v_p^2}{R^2}$$

on obtient donc:

$$p = -\frac{\rho A v_p^2}{R^3} \left[\frac{R^2\omega^2}{v_p^2} - \frac{2(1-2\nu)}{(1-\nu)} + 2i\omega \frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{R}{v_p}\right] e^{-i\omega t} \qquad (4.95)$$

De même, la fonction Φ nous permet de trouver le déplacement radial u_o à la paroi de la cavité:

$$u_o = -\frac{A}{R^2}\left[1 - \frac{i\omega R}{v_p}\right] e^{-i\omega t} \qquad (4.96)$$

Outre les relations de phase, nous déduisons le déplacement maximum:

$$|u_o| = \frac{A}{R^2}\sqrt{1 - \frac{\omega^2 R^2}{v_p^2}} = \frac{A}{R^2}\sqrt{1 - a_o^2 q^2} = \frac{A}{R^2}\sqrt{1 - a_1^2} \qquad (4.97)$$

si nous posons : $a_1 = \frac{\omega R}{v_p} = a_o \cdot q$

et la pression maximale :

$$|p| = \frac{\rho A\, v_p^2}{R^3} \sqrt{\left(\frac{2\,(1-2\nu)}{1-\nu} - \frac{\omega^2 R^2}{v_p^2}\right)^2 + 4\,\frac{\omega^2 R^2}{v_p^2}\cdot\frac{(1-2\nu)^2}{(1-\nu)^2}}$$

$$= \frac{\rho A\, v_p 2}{R^3} \sqrt{\left(4q^2 - a_1^2\right)^2 + (4q\, a_1)^2}$$

$$= \frac{GA}{R^3} \sqrt{(4-a_o^2)^2 + (4\, a_o)^2} \qquad (4.98)$$

Quant à la solution statique, son potentiel Φ_{st} est donné par l'expression:

$$\Phi_{st} = -\frac{R^3}{r}\,\frac{p_{st}}{4G} \qquad (4.99)$$

pour une pression statique p_{st}. Le déplacement radial u_{st} correspondant à la surface de la cavité vaut donc:

$$u_{st} = \frac{R p_{st}}{4G} \qquad (4.100)$$

Cette expression pouvait également être obtenue au départ de 4.97 et 4.98 dans lesquelles on faisait tendre a_o vers 0.
Il est dès lors possible de calculer les expressions de :

$$\frac{4G\,|u_o|}{R\,|p|} \text{ ou mieux, } \frac{|u_o|}{u_{st}} = M$$

en fonction de la fréquence. Nous avons ainsi obtenu une courbe de réponse analogue à celle obtenue dans le cas de la sphère ou du disque pour le cas $\Delta = o$. Cette courbe est représentée à la figure 4.17 p. 373. En effet, dans le cas présent, la cavité possède une masse nulle.

Pour rapprocher l'expansion d'une cavité sphèrique à la situation prévalant pendant le battage, il faut admettre que la base du pieu est un plan médian de la cavité. L'hypothèse est donc que le rayon de la base du pieu est égal au rayon de la cavité et que la force Q exercée est donnée par: $Q = \pi R^2$

Si l'on voulait définir un coefficient adimensionnel K_{se} dans ce cas, on trouverait:

$$K_{se}^2 = \frac{P_{st} \cdot R}{u_{st} \cdot E} = \frac{2}{(1+\nu)} \qquad (4.101)$$

L'indice "se" dénote "sphère en expansion".
Les valeurs prises par le coefficient de raideur sont reprises ci-après:

ν	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
K_{se}^2	2	1.82	1.671	1.54	1.43	1.33

Alors que les valeurs absolues se comparent aux valeurs obtenues pour les cas statiques analysés, les variations relatives suite à l'influence du coefficient de Poisson sont très élevées. Il convient, suite à cette différence manifeste de comportement, de considérer l'analogie avec circonspection. Cette différence de comportement s'explique par un champ de déplacement symétrique par rapport à l'inclusion, alors que pour tous les autres cas, le champ de déplacement est anti-symétrique ou à tendance anti-symétrique lorsque les conditions de contact ne sont pas symétriques.

Cependant, il nous a paru intéressant d'en faire état, étant donné la rareté de solutions exactes de vibrations d'inclusions.

b.d. Charge circulaire à la surface d'un massif semi-infini

b.d.a. charge uniformément répartie

Par intégration des solutions élémentaires données par Lamb, Reissner (1936) a analysé le comportement d'une surface circulaire souple soumise à une charge uniforme harmonique située à la surface d'un massif semi-infini. En particulier, Reissner donne le déplacement du centre de cette surface circulaire en utilisant les notations complexes:

$$\bar{u} = \frac{Q\, e^{i\omega t}}{GR} (f_1 + i\, f_2) \qquad (4.102)$$

f_1 et f_2 sont dénomées fonctions de déplacement. f_1 représente la composante en phase avec la force et f_2 celle en avance de $\pi/2$.
Les fonctions f_1 et f_2 sont des expressions compliquées des deux paramètres déjà introduits précédemment :

ν : coefficient de Poisson
$a_o = \omega R/v_s$ fréquence adimensionnelle.

Nous ne reproduirons pas ici ces expressions puisque, selon Richart et al (1970), des erreurs se seraient glissées dans le développement de f_2.

Lorsque l'on considère une masse solidaire de la surface d'action de la force périodique, Reissner introduit également un paramètre adimensionnel de masse:

$$b = \frac{m}{\rho R^3} \qquad (4.103)$$

et établit la base des expressions permettant d'obtenir respectivement, l'amplitude du déplacement u_o, l'angle de déphasage ϕ entre la force $\bar{Q}$ et le déplacement $\bar{u}$ ainsi que l'énergie P dissipée dans le milieu :

$$u_o = \frac{Q}{GR} \frac{f_1^2 + f_2^2}{\sqrt{(1-ba_o^2 f_1)^2 + (ba_o^2 f_2)^2}}$$

$$\tan \phi = \frac{f_2}{-f_1 + ba_o^2 (f_1^2 + f_2^2)} \qquad (4.104)$$

$$P = \frac{Q^2}{R^2 \sqrt{GR}} \cdot \frac{a_o f_1}{(1-ba_o^2 f_1)^2 + (b a_o^2 f_2)^2}$$

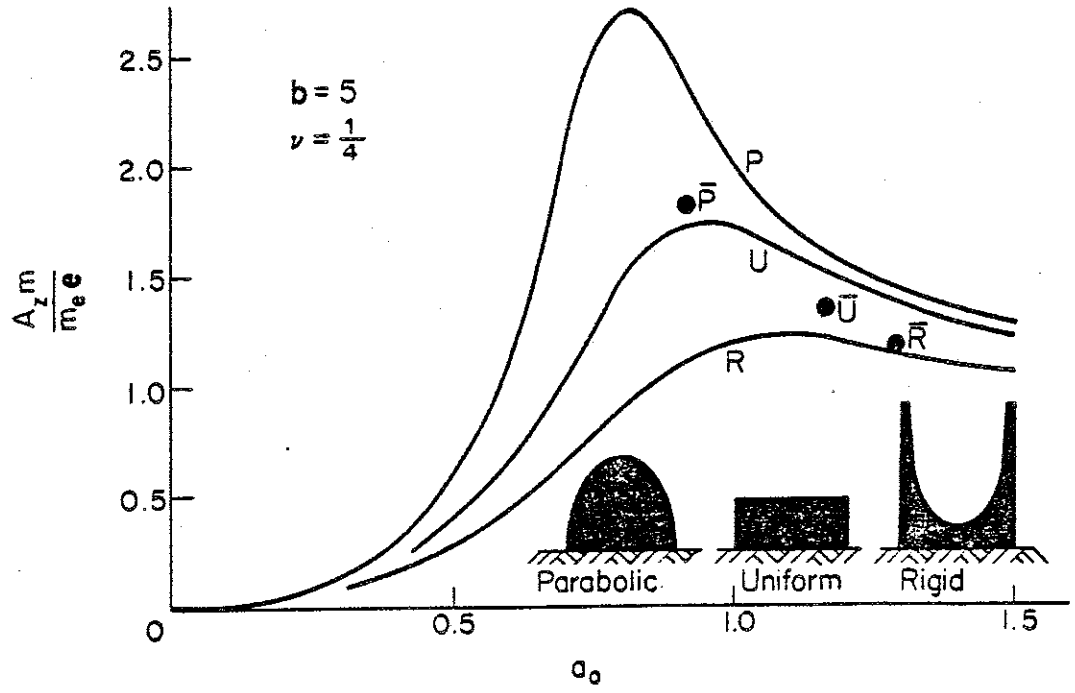
b.d.b. charges axisymétriques

Simultanément, Quinlan (1953) et Sung (1953) ont développé les expressions de f_1 et f_2 pour une répartition de charge :
- hyperbolique
- uniforme
- parabolique.

Les fonctions ont été calculées pour les valeurs du coefficient de Poisson de 0, 1/4, 1/3 et 1/2 pour la gamme: $0 \leqslant a_o \leqslant 1.5$. L'analyse de ces résultats par Richart et Whitman (1967) montre que l'amplification des déplacements décroît du cas de répartition parabolique au cas de répartition hyperbolique (correspondant à la loi de répartition statique pour une plaque rigide) et lorsque le coefficient de Poisson augmente. Ces deux aspects sont illustrés respectivement par les figures 4.11 et 4.12 p. 362 donnant l'amplitude adimensionnelle du déplacement A_z provoqué par un balourd de moment cinétique $m_e.e$.

Une autre conclusion est qu'étant donné la faible valeur du paramètre adimensionnel de masse, déduit de 4.83 pour le problème du battage,

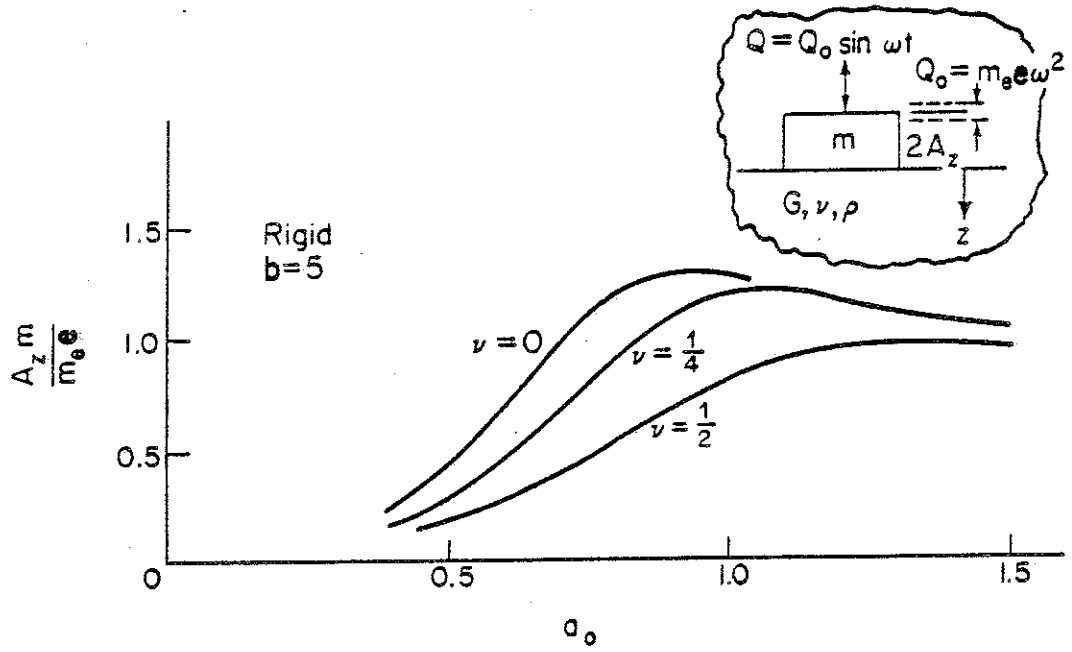
$$0 \leqslant b = b' . \frac{4}{3} \pi \leqslant 5$$



INFLUENCE DE LA REPARTITION DES PRESSIONS SUR LA COURBE DE REPONSE D'UNE SEMELLE CIRCULAIRE

Richart & Whitman - 1967

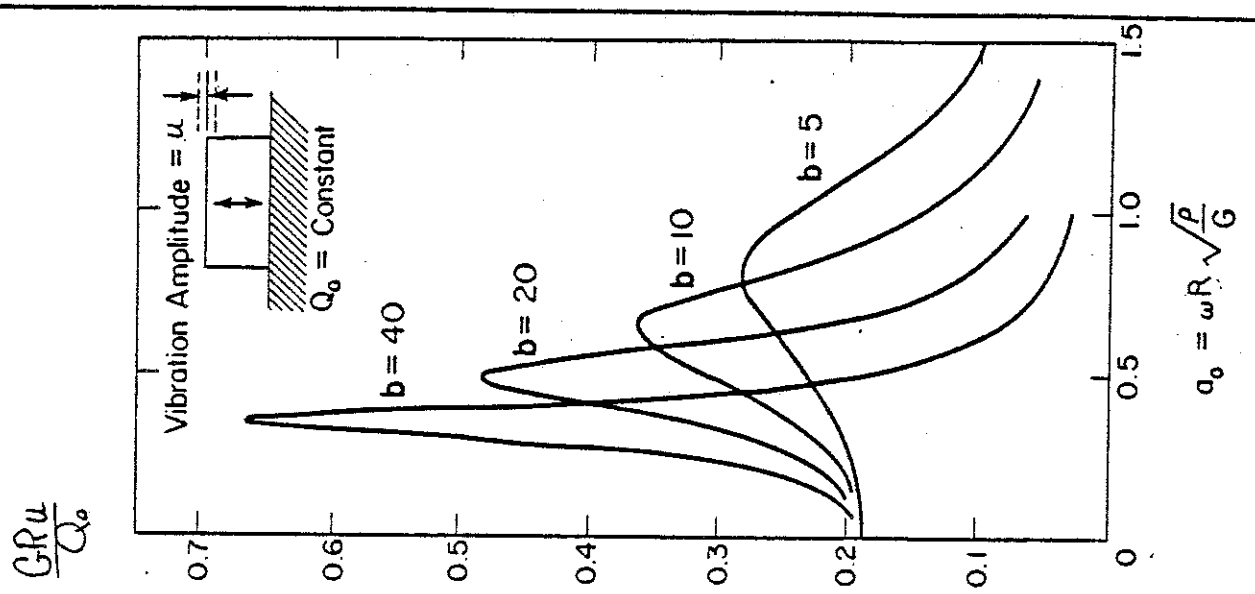
FIGURE 4.11



INFLUENCE DU COEFFICIENT DE POISSON SUR LA COURBE DE REPONSE D'UNE SEMELLE CIRCULAIRE

Richart & Whitman - 1967

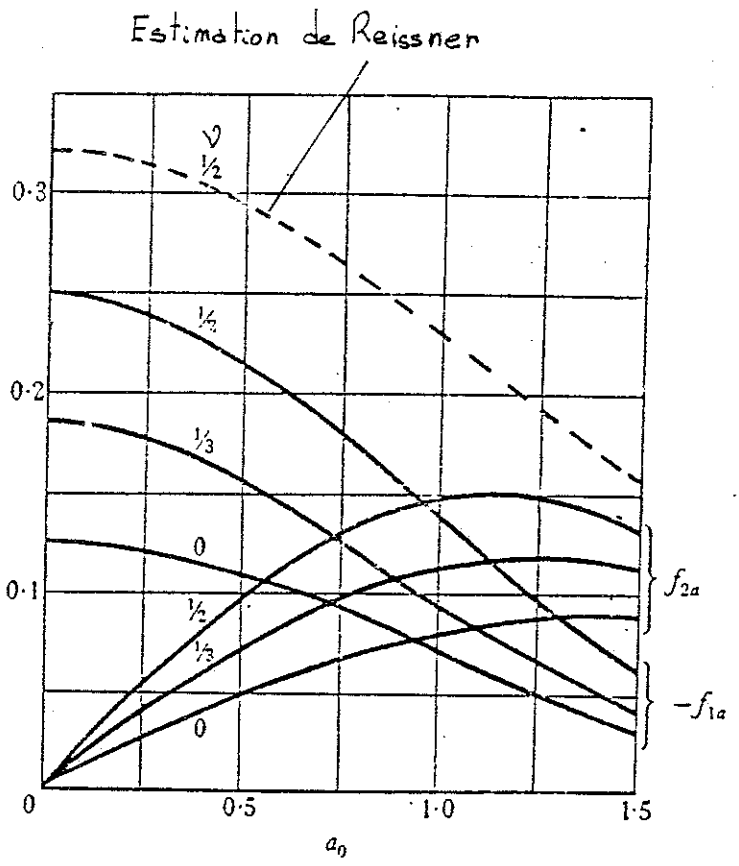
FIGURE 4.12

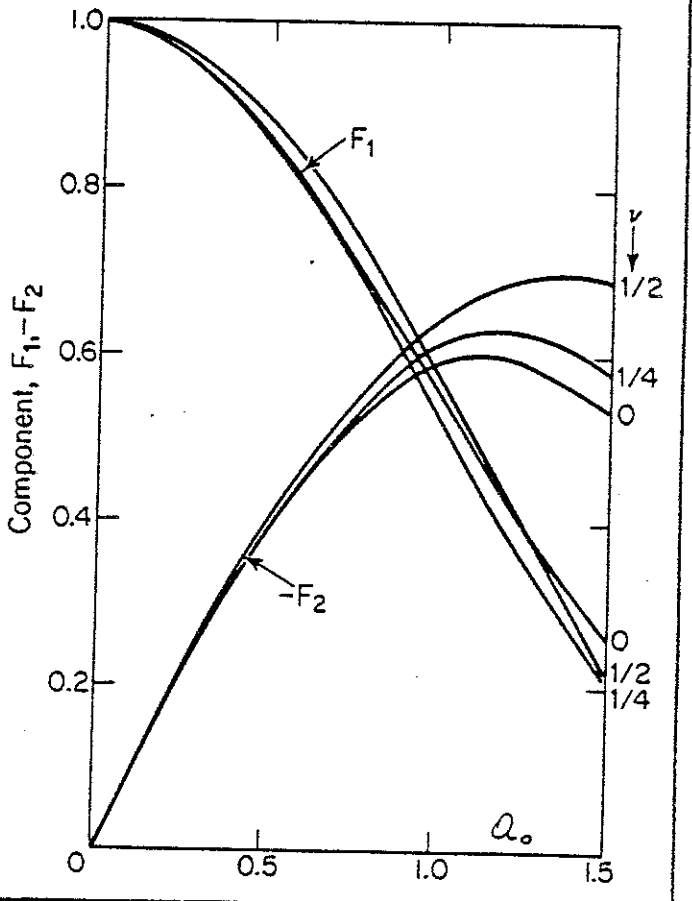


EFFET DE LA MASSE ADIMENSIONNELLE SUR LA COURBE DE REPONSE D'UNE SEMELLE CIRCULAIRE

Richart - 1962

FIGURE 4.13





SEMELLE EN MOUVEMENT HARMONIQUE

(a) Fonctions de déplacement f1 f2 de Bycroft 1956

(b) Fonctions F1 F2 de Lysmer 1965

FIGURE 4.14

les oscillations verticales sont extrèmement amorties, ainsi que l'illustre la figure 4.13 p. 363.

Une solution améliorée de la plaque rigide à tout moment de son mouvement a été donnée par Bycroft (1956). Les fonctions f_1 et f_2 calculées pour $\nu=0$, 1/4 et 1/2 sont données à la figure 4.14a p. 363 dans l'intervalle $0 \leqslant a_o \leqslant 1.5$. Il faut noter que pour $a_o=o$, on a :

$f_1 = 0$
$f_2 = (1-\nu)/4$, qui correspond au cas statique.

Pour $a_o > 0$, la fonction f_2 qui introduit le déphasage, est négative. Ceci exprime donc que le déplacement est en retard sur la force de l'angle ϕ donné par 4.104.
Au fur et à mesure que la fréquence augmente dans les limites du calcul, f_1 décroît tandis que $-f_2$ croît. Il en résulte un déphasage de plus en plus grand du déplacement par rapport à la force. Pour de hautes fréquences, la réaction du milieu se transforme en impédance: la force devient de plus en plus en phase avec la vitesse ($i\omega\hat{u}$).

Cette impédance, ou amortissement géométrique, a été clarifié par Hsiesh (1962): il exprime la vitesse verticale du disque rigide de masse nulle:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{Q_o\ \omega e^{i\omega t}}{GR} (-f_2 + if_1) \qquad (4.105)$$

Dès lors, en combinant 4.102 et 4.105 pour éliminer les termes imaginaires, il obtient:

$$f_1 \omega u - f_2 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\overline{Q}}{GR} (f_1^2 + f_2^2)$$

qui peut se réécrire sous la forme complète suivante après introduction de la masse m du disque:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + C_z \frac{\partial u}{\partial t} + k_z . u = \overline{Q} \qquad (4.106)$$

qui est l'équation différentielle décrivant le comportement d'un système à un seul degré de liberté de masse m, dont le coefficient d'amortissement C_z vaut :

$$C_z = \frac{R^2}{a_o} \sqrt{G\rho} \left(\frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2}\right) \qquad (4.107)$$

et dont le coefficient de réaction K_z vaut:

$$k_z = GR \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} \qquad (4.108)$$

k_z représente le coefficient de réaction et donc la contribution de la réaction en phase avec le déplacement tandis que C_z represente la contribution en phase avec la vitesse: c'est l'amortissement dit "géométrique".

Malheureusement, ces deux coefficents sont des fonctions de f_1 et f_2 qui dépendent elles-mêmes de la fréquence (a_o), ce qui rend l'analyse de signaux transitoires peu pratique.

Pour remédier à cet inconvénient, Lysmer (1965) qui obti nt une solution exacte de la plaque rigide à tout moment pour $\nu = 1/3$, introduisit de nouvelles fonctions:

$$F = \frac{4}{1-\nu} f = F_1 + i\, F_2 \qquad (4.109)$$

dont la particularité est qu'elles dépendent très peu du coefficent de Poisson: la figure 4.14b. p. 363. fait apparaître la fusion des courbes de Bycroft suite à cette simple multiplication par le Facteur $4/(1-\nu)$. Un autre aspect important est que de ce fait, pour $a_o=o$, F_1 vaut 1, F_2 restant égal à 0. Le déplacement s'exprime directement par:

$$u = \frac{Q}{k_s} \cdot F \qquad (4.110)$$

où k_s est le coefficient de réaction statique (cf. paragraphe 2.2.1.

$$k_s = \frac{4GR}{1-\nu} \qquad (4.111)$$

Grâce à ses nouvelles notations, Lysmer calcule les fonctions F_1 et F_2 pour une plus grande plage de a_o (voir figure

4.15.a. p. 367), mettant par là-même en évidence le maximum de la fonction F_2 pour $a_o \simeq 1.25$.

Pour tenir compte de la masse m éventuelle de la semelle rigide, Lysmer introduit un paramètre adimensionnel modifié:

$$B_z = \frac{1-\nu}{4} \frac{m}{CR^3} \quad (=\Delta) \qquad (4.112)$$

auquel il donne certaines valeurs afin de calculer les courbes de réponse: c'est à dire le facteur d'amplification dynamique M_d en fonction de la fréquence adimensionnelle a_o. M_d est définit par le rapport de l'amplitude du mouvement harmonique sous la charge $Q_o\, e^{i\omega t}$ au déplacement à l'équilibre sous la charge statique Q_o

$$M_d = u_o \frac{(1-\nu)\, Q_s}{4GR} \qquad (4.113)$$

u_o est défini par l'expression 4.104.
Suite à un examen des coefficents de ressort d'amortissement, Lysmer découvrit que des valeurs indépendantes de a_o pouvaient être utilisées avec une approximation remarquable. Bien que les valeurs aient été ajustées dans le domaine $0 \leqslant a_o \leqslant 1$, la figure 4.15.b p. 367 démontre la validité de la simplification proposée du système à un degrée de liberté décrit par l'équation différentielle suivante:

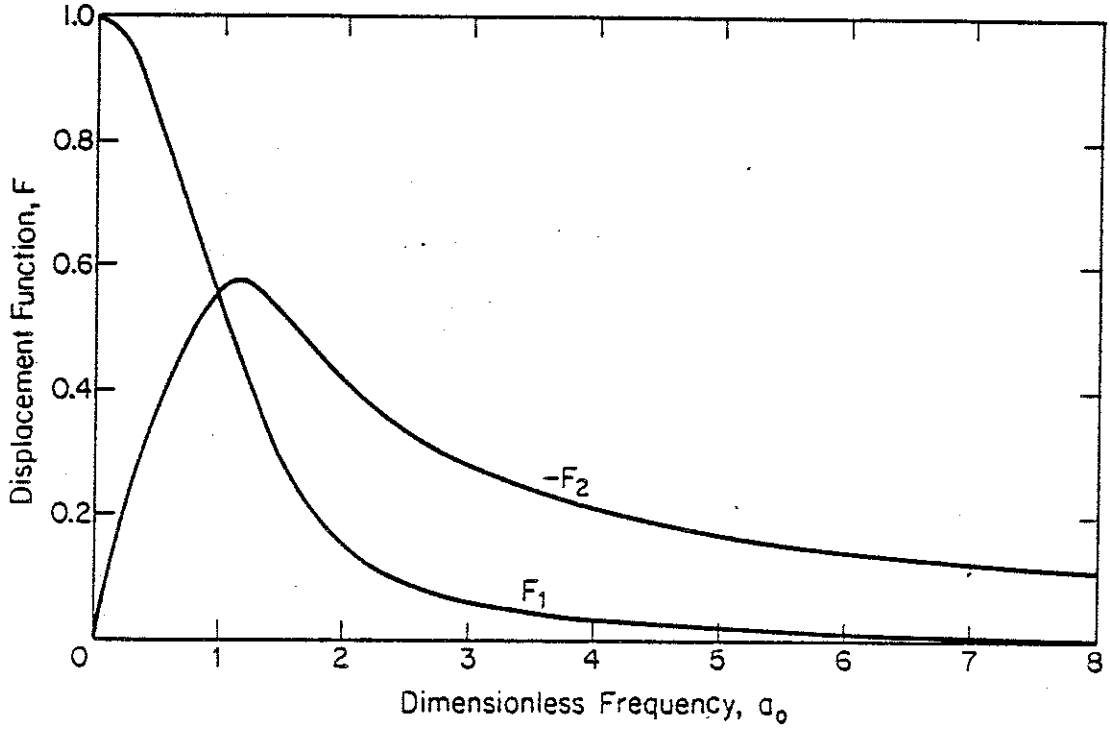
$$m \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial t^2} + \frac{3.4\, R^2}{1-\nu} \sqrt{\rho G}\, \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \frac{4GR}{1-\nu}\, \overline{u} = \overline{Q} \qquad (4.114)$$

Le coefficient de ressort est bien le coefficient statique k_s défini par 4.111 tandis que le coefficient d'amortissement est:

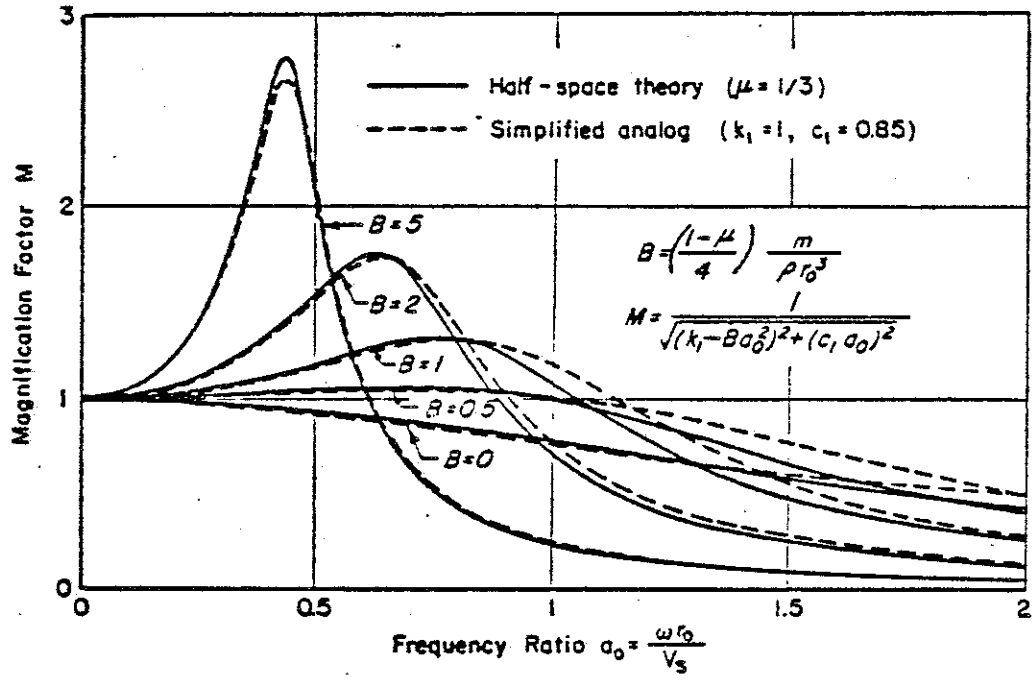
$$C_z = \frac{3.4\, R^2}{1-\nu} \sqrt{\rho G} \qquad (4.115)$$

Si nous divisons ce coefficient par la surface de la plaque nous obtenons le coefficient d'amortissement spécifique:

(a)



(b)



SEMELLE EN MOUVEMENT HARMONIQUE (Lysmer, Richart 1966)

(a) Fonctions de déplacement F1 F2 (m=0)

(b) Réponse de l'analogue

FIGURE 4.15

$$C_\sigma = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} \sqrt{\rho G} = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)\sqrt{2(1+\nu)}} \sqrt{\rho E}$$

Cette formulation permet de faire le parallèle entre l'impédance du milieu semi-infini et celui d'un cylindre infini de même section que la plaque et dont la vitesse équivalente v'_c de propagation des ondes vaut:

$$v'_c = v_s \times \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} \qquad (4.116)$$

Grâce à l'analogue de Lysmer (4.114), il est possible d'examiner le comportement de la plaque suite à l'application de signaux transitoires. A cet égard, c'est le modèle le plus pratique et qui est susceptible d'établir dans le domaine élastique la correspondance avec le "quake" et l'amortissement de l'analyse de Smith: en effet;

$$\frac{s}{Q_{max}} = k_s = \frac{4GR}{(1-\nu)}$$

$$I_b = C_z = \frac{3.4\ R^2\ \sqrt{\rho G}}{(1-\nu)} \qquad (4.117)$$

Le problème se ramène à trouver les valeurs adéquates du module de cisaillement et du coefficient de Poisson. Cependant, nous n'opérerons notre choix définitif qu'après avoir examiné toutes les possibilités.

Verbic et Veletsos (1972) ont présenté des approximations affinées des valeur "constantes" à adopter, une fois que la situation fait intervenir une fréquence dominante a_o, en utilisant les notations,

$$\overline{Q} = k^* . \overline{u}$$

avec $k^* = k_{st}[k_1 + i\omega C_1]$

On note qu'il s'agit d'une notation condensée de l'équation différentielle des systèmes à un degré de liberté.
En fonction des valeurs du coefficient de Poisson, Verbic et Veletsos proposent;

$$k_1 = 1 - \frac{0.22\ a_o^2}{1 + 0.64\ a_o^2}$$

$$C_1 = 0.85 + \frac{0.17\ a_o^2}{1 + 0.64\ a_o^2} \quad \Big\} \text{ pour } \nu \geq 0.45 \qquad (4.118)$$

et : (4.119)

$$k_1 = 1 - 0.17 a_o^2$$

$C_1 = 0.85$ (équivalent à Lysmer) $\Big\}$ pour $\nu \simeq 0.5$

Cependant, l'élégance de la solution est perdue pour l'analyse de signaux transitoires, étant donné la dépendance de ces coefficients de a_o. Par contre, ces formules donnent une meilleure base de comparaison pour calibrer des modèles futurs.

b.e. Charge circulaire répartie en profondeur

Bien que des auteurs (Kuhlemeyer, Novak...) se soient penchés sur les vibrations verticales de pieux, le problème du comportement dynamique d'une charge circulaire agissant au fond d'un trou cylindrique a été évité ou sommairement simplifié. Richart et al (1970) semblent considérer qu'il soit nécessaire d'introduire la correction proposée par Kaldjan (1969) en ce qui concerne le coefficient de réaction statique. D'après les essais rapportés par Barkan (1962), Paw (1952) et Fry (1963), on peut observer que l'encastrement de la fondation a pour effet de réduire le facteur d'amplification dynamique ainsi que d'augmenter la fréquence de résonance. Outre l'augmentation du coefficient de réaction statique, il est certain que l'amortissement géométrique est augmenté. Richart et al (1970) estime que les déplacements seront surestimés de 10 à 25% si l'on néglige l'effet d'un encastrement partiel. Ce jugement porte sur des fondations dites superficielles pour lesquelles la charge est transmise également par frottement le long des surfaces latérales. Comme le montre l'analyse par éléments finis de Kaldjan, cette erreur doit être encore réduite si on

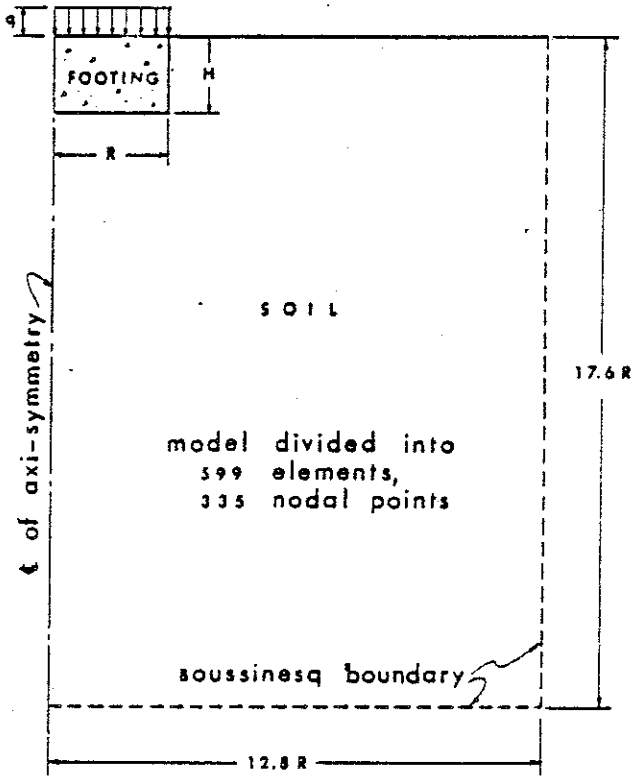
examine, comme on le veut dans le cas présent, l'effet de la charge transmise uniquement à la base. Pour ce cas, en effet, l'encastrement introduit un accroissement de raideur égal au quart environ (voir figure 4.16 p. 371) de celui où les surfaces latérales se déplacent comme le fond du trou cylindrique. Le correspondant dynamique qui a été examiné par Baranov (1967) et par Novak et Berdugo (1972): dans ce cas, les parois du trou vibrent rigidement avec le fond. Bien que la compatibilité des déplacements ne soit pas respectée à l'interface du massif semi-infini auquel on superpose une couche d'épaisseur constante d'un milieu pouvant avoir des caracteristiques différentes, les résultats semblent réalistes et aller dans le sens des experiences. Cette solution reste d'application limitée en principe pour le problème de la base étant donné les grandes profondeurs relatives des trous à considérer. En effet, d'une part le comportement sera dominé par le travail du fût alors que nous essayons ici d'isoler le comportement à la base, et d'autre part l'hypothèse d'un pieu rigide est l'antithèse de l'analyse conduite par l'équation de l'onde. Nous verrons cependant dans le modèle finalement adopté que le principe de la superposition d'un massif semi-infini pour la base et de couches de sol autour du pieu pour le fût sera utilisé.

c. Comparaison des solutions et choix d'un modèle

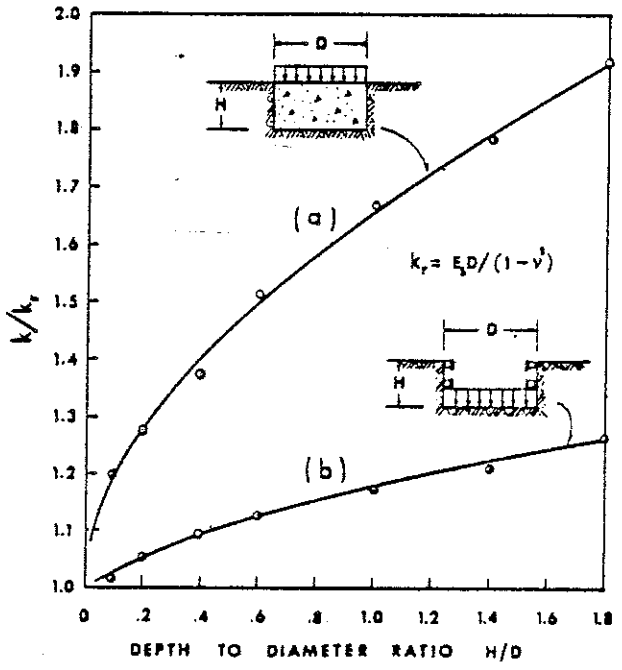
Le modèle le plus attrayant est l'analogue de Lysmer: Il est simple (modèle à 1 degré de liberté), il est clair (on retrouve le coefficient de réaction statique et le coefficient d'amortissement géométrique), et ce au prix d'une erreur minime.

L'obstacle à utiliser ce modèle est le non respect des conditions géométriques de l'enfouissement de la base du pieu.

Lors de l'analyse de l'équilibre statique, nous avions senti l'influence des conditions géométriques sur le coefficient adimensionnel de raideur. Nous avions en particulier encadré la solution entre le disque rigide inclus et celui en surface. Nous avons vu en particulier que des différences allant du simple au double pouvaient exister et que donc le module de déformation du sol à introduire pouvait dépendre du modèle qui avait servi à le calibrer.



EMBEDDED CIRCULAR FOOTING AND SOIL—MODEL FOR ELASTIC HALF-SPACE (DIMENSIONS ARE IN TERMS OF RADIUS OF FOOTING)



VARIATION OF SPRING CONSTANT WITH DEPTH OF EMBEDMENT

EFFET DES CONDITIONS D'ENCASTREMENT SUR LA RAIDEUR D'UNE SEMELLE

Kaldjan - 1969

FIGURE 4.16

Pour les vibrations harmoniques dans le domaine élastique, un terme supplémentaire est introduit: c'est l'amortissement géométrique. Comment évolue-t-il en fonction de la fréquence suivant la situation géométrique? Nous voyons que ce terme est introduit par une racine carrée du module de déformation (éq. 4.117) alors que le terme statique l'est par le module de déformation. Une analyse détaillée du damping géométrique s'impose donc.

Nous disposons de 5 bases de comparaison, 3 solutions exactes: la sphère en expansion, la sphère rigide incluse en translation, la plaque rigide sur le massif semi-infini) et deux solutions approchées (le disque inclus rigide et l'analogue de Lysmer).

La solution du disque inclus étant sujette à caution et la solution exacte de la plaque rigide sur le massif infini n'étant connue que pour $\nu=1/3$, la base se réduit à 3 cas pour lesquels il est facile de calculer le facteur d'amplification dynamique pour toute valeur du coefficient de Poisson.

Cette étude a été faite dans l'hypothèse où la masse attachée à l'interface est nulle. S'il importe de considérer la masse, la base de comparaison se réduit à deux étant donné que la cavité en expansion possède une masse nulle.

Un exemple de courbes d'amplification dynamique est donnée à la figure 4.17 p. 373 pour un coefficient de Poisson égal à 0.4.
Le coefficient d'amplification dynamique M est le rapport entre l'amplitude du mouvement périodique et le déplacement statique correspondant.
Les valeurs ont été calculées au moyen des formules suivantes:

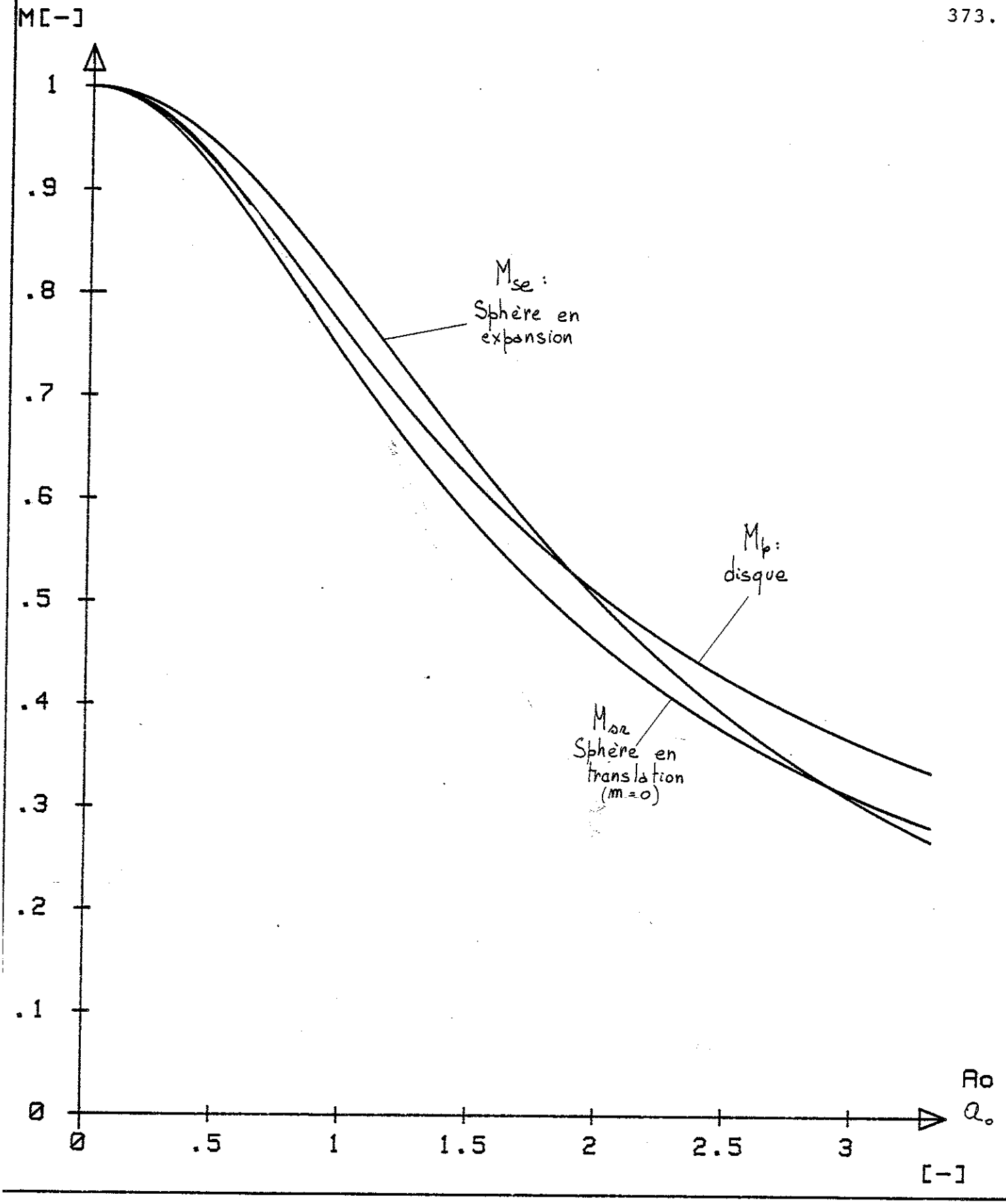
- cas de la sphère rigide en translation: (au départ de 4.79, 4.80 et 4/81).

$$M_{sr} = \frac{9}{(q^2 + 2)\,\bar{Q}}$$

- cas de la sphère en expansion: (au départ de 4.98 et 4.100)

$$M_{se} = \frac{4}{\sqrt{(4 - a_o^2)^2 + (4\,a_o)^2}}$$

- analogue de Lysmer: (au départ de 4.113 et 4.117)



COURBES D'AMPLIFICATION DE LA SPHERE EN TRANSLATION ET EN EXPANSION ET DU DISQUE (ϑ=.4)

FIGURE 4.17

$$M_p = \frac{k_{st}}{\sqrt{k_s^2 + (C_z\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (0.85a_o)^2}}$$

Les différentes valeurs sont portées à la figure 4.17 en fonction de $a_o = \omega R/v_s$, la fréquence adimensionelle, jusqu'à la valeur a_o=3.5.

En dépit des conditions géométriques et de sollicitations fondamentallement différentes, on note la correspondance frappante entre toutes ces courbes.

Ce caractère remarquable exprime que si l'on étudie le mouvement périodique par rapport au déplacement statique, on tient automatiquement compte de l'amortissement géométrique. Ceci revient à dire que les déplacement harmoniques d'une sphère rigide incluse et d'une plaque rigide à la surface dans des milieux semblables sont approximativement homothétiques, le rapport des amplitudes étant fixé au départ par la solution statique. Inversément, le même mouvement est entretenu pour les deux cas par des forces proportionelles; pour la sphère incluse, la force est 2.61 fois plus élevée que pour le disque en surface (ν = 0.4 et dans le domaine $0 \leqslant a_o \leqslant 3$).

Dans le domaine des hautes fréquences, ($a_o > 3$), l'approximation semble moins bonne. Cette impression se base sur l'analogue de Lysmer; cependant si l'on retourne aux fonctions F_1 et F_2 donnés par ce dernier pour a_o=8, on renforce et étend le domaine d'application de la correspondance obtenue.

Puisque l'analyse statique nous avait fait comprendre que le coefficient de réaction de la sphère incluse était nettement trop élevé et que la réalité se situait plus vraissemblement du coté de la plaque rigide à la surface du massif semi-infini, il ne nous apparaît pas justifié, au stade actuel de détermination de modules de cisaillement du sol, d'introduire une correction suspectée faible et de perdre la clarté de vision introduite par l'analogue de Lysmer. Cette adoption se justifie dans les cas où l'encastrement du pieu dans la couche portante, qui est la principale responsable de la réaction, est faible. En dernier ressort, s'il est absolument nécessaire d'envisager de grands encastrements dans des couches compétantes, on en sera réduit à admettre l'incompressibilité du pieu dans sa partie encastrée, hypothèse malheureuse puisque ces couches sont très raides.
A l'opposé, si la base n'a pas encore pénétré dans la couche portante, on utilisera la théorie relative à la couche (non portante) d'épaisseur limitée ou, au besoin, la théorie des multi-couches.

A moins donc de déceler des manquements du modèle, nous considérerons comme valable l'analogue de Lysmer, qui s'adapte particulièrement bien à la formulation de l'équation de l'onde du pieu.

Cas du milieu élastique isotrope non-homogène

Parmi les cas limités examinés dans la littérature, il convient de citer celui d'une plaque circulaire rigide à la surface d'une couche d'épaisseur constante H limitée inférieurement par un massif indéformable.

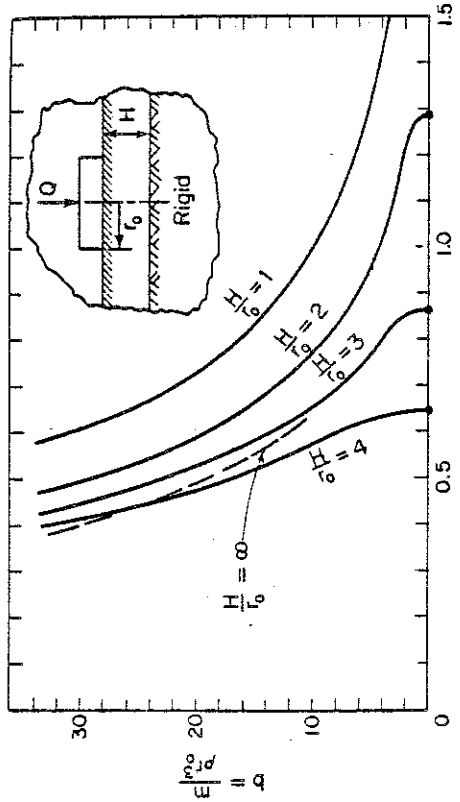
La solution statique calculée par Bycroft (1956) indique le raidissement important du système pour des rapports de l'épaisseur de la couche au rayon de la plaque inférieur à 3 (voir figure 4.18.a p. 376). Pour le cas harmonique, lorsque la masse du disque est nulle, il est possible d'observer une résonance vraie (amplitudes du déplacement infinies) entre autres pour les fréquences f_{on} définies par :

$$f_{on} = \frac{(2n-1)\ v_p}{4H} \qquad \text{pour } n = 1, 2 \ldots . \qquad (4.120)$$

qui correspondent à la création d'ondes stationaires dans un cylindre confiné de hauteur H, fixé à la base.

Warburton (1957) a examiné le même cas où il a considéré l'influence de la masse m du disque rigide. Le graphique 4.18.b. p. 376 donne le résultat de son analyse du cas ν=0.25. Il s'agit de la fréquence adimensionnelle de résonance a_o en fonction du paramètre adimensionnel de masse b. Le facteur d'amplification dynamique à la fréquence de résonance est donné dans le tableau 4.18.c. Il importe de signaler que ce facteur est défini par rapport au déplacement statique, qui est fortement réduit pour de faibles valeurs de l'épaisseur de la couche. On note bien la présence d'une fréquence de résonance au contraire du cas du massif semi-infini.

Ce cas pourra servir à examiner l'influence de l'hétérogénitité sur les conditions de battage dans un terrain mou surincombant un massif nettement plus rigide. Il nous semble intéressant en particulier d'exploiter le parallèle établi entre la couche et la colonne de sol confiné.



(b)

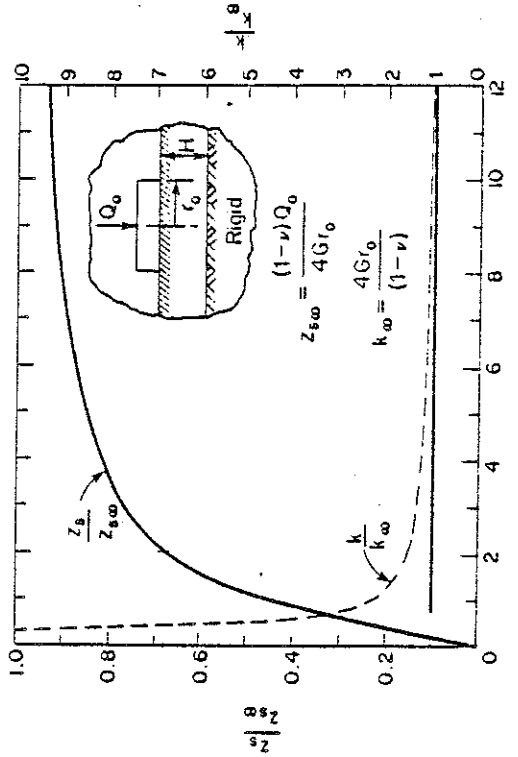
Variation of dimensionless frequency at resonance with mass ratio and thickness of the elastic layer for vertical oscillation of rigid circular footing (*after Warburton, 1957*).

$$M_{Lm}=\frac{A_{zLm}4Gr_o}{(1-\nu)Q_o}$$

Magnification Factors for Vertical Vibration of Rigid Circular Footing Supported by an Elastic Layer ($\nu=\frac{1}{4}$)

$\frac{H}{r_o}$	M_{Lm} for				
	b = 0	b = 5	b = 10	b = 20	b = 30
1	∞	5.8	11.4	20.5	28.9
2	∞	8.0	16.1	30.6	40.8
3	∞	4.7	9.5	23.7	36.0
4	∞	(3.4)	5.9	15.6	27.9
∞	1	1.21	1.60	2.22	2.72

(c)



(a)

Static displacement and spring constant for vertical loading of rigid circular footing on elastic layer (*after Bycroft, 1956*).

DISQUE RIGIDE SUR UNE COUCHE ELASTIQUE (tiré de Richart et al 1970)

(a) solution statique (b) fréquences de resonance

(c) amplification dynamique

FIGURE 4.18

Cas du milieu visco-élastique

Etant donné les approches et définitions nombreuses de l'amortissement, nous préciserons ici la notion d'amortissement visqueux (Richart et al (1970)).

L'amortissement visqueux est la manifestation de la perte d'énergie contenue dans un système incombant uniquement à la vitesse de déformation du système.

Pour un système à un degré de liberté, l'amortissement visqueux est modélisé par un dashpot (amortisseur). Cet élément est le siège d'une force proportionelle à la vitesse relative de ses extrémités. Si une extrémité est fixe (cf. fig. 4.19.a. p. 378) et si l'on appelle $\dot{u}$ la vitesse de l'autre extrémité, la force extérieure F_d nécessaire à produire cette vitesse est donnée par l'équation:

$$F_d = + C \dot{u} \qquad (4.121)$$

le signe + exprimant que l'action extérieure est de signe opposé à la force interne qui elle s'oppose à la vitesse et la constante C $[N/ms^{-1}]$ étant le coefficient d'amortissement visqueux.

Dans le cas du mouvement périodique : $\bar{u} = u_o \, e^{i\omega t}$

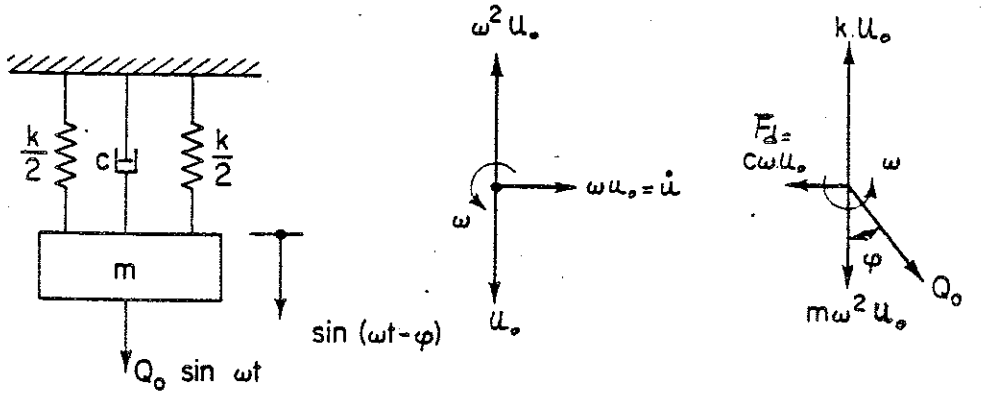
$$\bar{\dot{u}} = i\omega \, u_o \, e^{i\omega t}$$

$$\bar{F}_d = + Ci\omega \, u_o e^{i\omega t}$$

La force extérieure est en phase avec la vitesse et donc en avance de $\pi/2$ sur le déplacement (voir fig. 4.19.b.).
Toujours pour le système à un degré de liberté complet, caractérisé par une masse m et un ressort dont la constante de réaction vaut k , on a établi l'équation différentielle de comportement (voir fig. 4.19.c.) :

$$m \ddot{u} + c\dot{u} + ku = \bar{Q} \qquad (4.122)$$

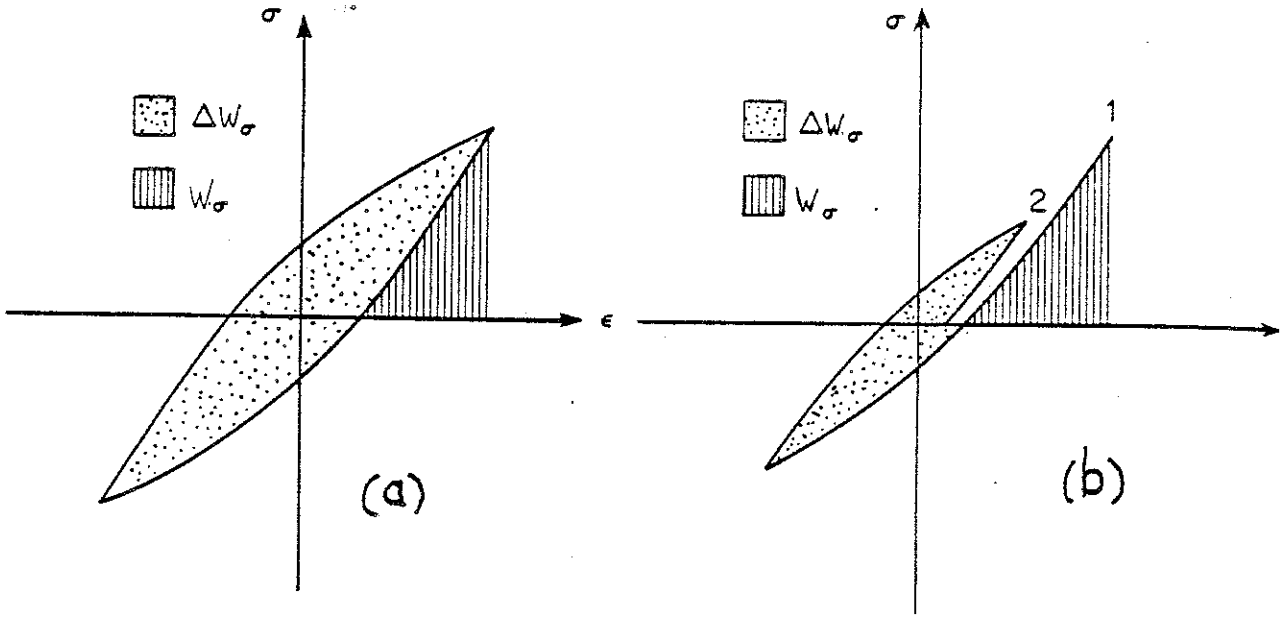
Pour l'étude des oscillations libres amorties ($\bar{Q} = 0$), on definit l'amortissement critique $C_c = 2\sqrt{km}$, à partir duquel le mouvement libre ne possède plus de composante harmonique.



(a) System. (b) Motion Vectors. (c) Force Vectors.

SYSTEME A 1 DEGRE DE LIBERTE ILLUSTRANT LE COMPORTEMENT DU MILIEU VISCO-ELASTIQUE

FIGURE 4.19



AMORTISSEMENT DE TYPE HYSTERETIQUE

(a) Vibration entretenue

(b) Vibration amortie

FIGURE 4.20

Cette définition permet d'introduire ce qui est souvent appelé coefficient d'amortissement, mais que nous appellerons pour éviter toute confusion avec les autres notions: "facteur d'amortissement" : D_a (sans dimensions) donné par:

$$D_a = \frac{C}{C_c} \qquad (4.123)$$

Lorsque l'amortissement du système est inférieur à l'amortissement critique, le système oscille et, de l'observation des amplitudes u_{on} atteintes au cours des cycles n, on peut déduire ce que l'on appelle le décrément logarithmique: δ [sans dimensions] donné par :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{u_{oi}}{u_{o(i+n)}} \qquad (4.124)$$

Le décrément logarithmique peut s'exprimer au départ du facteur d'amortissement:

$$\delta = \frac{2\pi D_a}{\sqrt{1-D_a^2}} \qquad (4.125)$$

Connaissant la masse et le coefficient de ressort, le facteur d'amortissement se déduit expérimentallement du décrément logarithmique par inversion de la relation 4.125.

Lors d'un mouvement entretenu, dont l'amplitude est u_o, l'énergie de déformation W_{max} s'exprime par :

$$W_{max} = \frac{1}{2} k u_o^2 \qquad (4.126)$$

tandis que l'énergie dissipée au cours d'un cycle par le dashpot W_d s'exprime par:

$$W_d = \int_o^T F_d \cdot \dot{\bar{u}} \, dt$$

T étant la période, $T = 2\pi/\omega$ et :

$$W_d = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (Ci\omega\, u_o\, e^{i\omega t})\,(i\omega u_o e^{i\omega t})\, dt;$$

en intégrant la partie réelle,

$$W_d = C\omega^2 u_o^2 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos^2(\omega t)\, dt = C\omega\, u_o^2\, \pi \qquad (4.127)$$

La perte relative d'énergie PER par cycle se définit par la relation :

$$PER = \frac{W_d}{W_{max}} = \frac{2\pi C\omega}{k} = 4\pi D_a \frac{\omega}{\sqrt{k/m}} \qquad (4.128)$$

Si l'on examine un système à une fréquence égale à la fréquence naturelle: $\omega_n = \sqrt{k/m}$, la perte relative d'énergie vaut $4\pi D_a$ et peut être également déterminée expérimentallement. La puissance absolue P_d nécessaire à entretenir un système où l'énergie se dissipe par amortissement visqueux s'exprime par :

$$P_d = W_d \cdot f = c\omega\, u^2 \pi \times \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2} C \cdot (\dot{u}_o)^2 \qquad (4.129)$$

où $\dot{u}_0$ est l'amplitude de la vitesse périodique.

On a vu dans le paragraphe précédent que l'amortissement géométrique d'un système en contact avec un milieu continu pouvait être modélisé par un amortissement de type visqueux dans un système équivalent à un degré de liberté. Cette analogie est purement mathématique et l'amortissement ainsi modélisé n'a rien à voir avec une quelconque perte d'énergie intrinsèque du milieu. La similitude provient du fait que l'énergie de déformation du milieu est évacuée de la région de sollicitation en sens unique avec une vitesse qui est la vitesse de propagation des ondes.

Cependant certains auteurs ont étudié le comportement des milieux dits "visco-élastiques" et puisque le sol contient de l'eau, ce type de dissipation intrinsèque d'énergie n'est pas à priori à exclure.

Les paramètres propres à décrire ce comportement sont les "composantes visqueuses des paramètres de Lamé": λ' et G', qui permettent d'écrire les relations liant les contraintes aux déformations et vitesses de déformation; à titre d'exemple, par analogie à 4.35 :

$$\sigma_x = \lambda\bar{\varepsilon} + 2\,G\,\varepsilon_x + \lambda'\dot{\bar{\varepsilon}} + 2\,G'\dot{\varepsilon}_x$$

$$\tau_{xy} = G\,\gamma_{xy} + G'\dot{\gamma}_{xy}$$

Pour comprendre le rôle de ces paramètres, écrivons l'équation de l'onde plane:

$$\rho\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2G)\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda' + 2\,G')\,\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t}$$

En utilisant les notations complexes ($u = u_o e^{i\omega t}$) pour l'étude des mouvements harmoniques, on transforme cette équation en une forme classique avec:

$$\rho\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_p^{*2}\,.\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

avec : $v_p^* = \dfrac{M + i\omega M'}{\rho}$

avec : $M = \lambda + 2\,G$ et $M' = \lambda' + 2\,G'$

On voit donc que la vitesse de transmission des ondes P (vitesse de groupe) est accrue en valeur absolue, est en avance sur la vitesse de phase grâce à son terme imaginaire et dépend de la fréquence.

Pour un milieu semi-infini où le front de l'onde plane est parallèle à la surface, la condition dynamique s'exprime par :

$$\sigma_x(x,t) = (M + i\omega M') \frac{\partial u\ (x,t)}{\partial t}$$

Par analogie avec l'onde unidimensionnelle, on peut définir pour le milieu continu la vitesse des ondes S :

$$v_s^* = \sqrt{\frac{G + i\omega G'}{\rho}}$$

Pour les signaux transitoires, la vitesse de propagation dépendant de la fréquence, on assistera à une dispersion des différentes composantes du signal, les hautes fréquences prenant de l'avance sur les basses fréquences. Le résultat est un lissage de la forme de l'onde de contrainte au fur et à mésure qu'elle s'éloigne de sa source.

Hardin (1965) a exploité l'expression intrinsèque correspondante du corps de Kelvin-Voigt pour interpréter les essais de colonne résonnante en cisaillement. Il a établi en particulier que le modèle Kelvin-Voigt pouvait rendre compte du comportement des sables sous faible déformation pour autant que la viscosité $\mu=G'$ soit ajustée de manière à maintenir le rapport $\frac{\mu\omega}{G}$ constant.
Ce rapport est lié au décrément logarithmique δ par la relation :

$$\delta = \pi \frac{\mu\omega}{G}$$

qui lui-même est lié au rapport des composantes imaginaire et réelle des modules de déformation: $(G = G_1 + i\ G_2)$

$$\delta = \pi \frac{G_2}{G_1}$$

Malgré l'attirance de ce modèle de comportement intrinsèque, par les facilités mathématiques qu'il apporte, les récentes observations faites à la colonne résonnante n'ont pas été interpretées en ce sens pour des fréquences variables.

Cas du milieu non-élastique

Ainsi que les expériences l'ont montré (Hardin (1965), Drnevich (1967)), la perte d'énergie des milieux pulvérulent

n'est pas de type intrinsèquement visqueux, mais bien de type hystérétique, ce qui semble logique pour les milieux frottants. L'amortissement hystérétique est une des caractéristiques essentielles qui distinguent le sol du milieu élastique: ses corollaires sont non-linéarité et non-élasticité.

Nous rapporterons ci-après les expériences réalisées à faible amplitude de déformation, et jugerons par la suite de l'extension possible aux grandes déformations. Pour une fréquence donnée, il est possible d'établir une équivalence mathématique (bien entendu non-physique) entre l'amortissement de type visqueux et l'amortissement hystérétique.

Pour entretenir le mouvement vibratoire d'un système dissipant l'énergie, il faut fournir l'énergie consommée au cours de chaque cycle. Cette énergie, divisée par l'énergie restituable de déformation à déformation maximale s'appelle la "capacité d'amortissement spécifique". Ces éléments s'illustrent à la figure 4.20.a p. 378, dans le diagramme contrainte-déformation. L'énergie perdue par cycle ΔW_σ est symbolisée par la surface hachurée contenue dans la boucle d'hysérèse tandis que l'énergie potentielle W_σ (restituable) de déformation se trouve sous la courbe de décharge. La capacité d'amortissement spécifique Δ_{cs} est donnée par:

$$\Delta_{cs} = \frac{\Delta W_\sigma}{W_\sigma}$$

Lorsque les vibrations sont libres et donc amorties, le diagramme 4.20.b permet de visualiser les termes de l'energie potentielle de déformation W_σ et de l'energie perdue $\Delta W_{\sigma d}$ au cours du cycle qui suit la position extrême nécessaire à définir W_σ. Dans ce cas, l'amortissement spécifique est:

$$\Delta_{cd} = \frac{\Delta W_{\sigma d}}{W_\sigma}$$

Puisque l'amortissement des vibrations libres se fait à une fréquence quasi constante, qui est la fréquence amortie ω_d

avec $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-D_a^2}$ où ω_n est la fréquence naturelle du système

$(\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}})$, le décrément des amplitudes suit la loi logarithmique. Il était dès lors possible d'assimiler l'amortissement hystérétique à fréquence constante à l'amortissement visqueux, caractérisé par un décrément logarithmique intervenant dans la formule suivante liant les deux notions:

$$\Delta_{cd} = 1 - \frac{k_{n+1}}{k_n} e^{-2\delta}$$

dans laquelle k_n satisfait à : $W_\sigma = \frac{1}{2} k_n \varepsilon_{max}^2$

où ε_{max} est la déformation maximale du cycle n.

Lorsque l'amortissement est faible, on admet:

$$\Delta_c = \Delta_{cd} = \Delta_{cs}$$

$$k_{n+1} = k_n$$

$$\delta = \ln \frac{1}{\sqrt{1-\Delta_c}}$$

$$\Delta_c = 1 - \frac{1 - D_a^2}{(2\pi D_a^2)}$$

Un autre point de vue permettant d'appréhender l'amortissement hystérétique du sol est d'introduire un module de déformation complexe G*, composé d'un terme réel (élastique) et d'un terme imaginaire, tous deux fonctions de la fréquence du mouvement harmonique étudié :

$$G^*(\omega) = G_1(\omega) + iG_2(\omega)$$

Suivant cette optique du solide visco-plastique équivalent, la déformation est déphasée d'un angle δ_L par rapport à la contrainte :

$$\tan \delta_L = \frac{G_2}{G_1} \qquad (4.130)$$

La tangente de cet angle de déphasage est liée au décrément logarithique δ par la relation:

$$\delta = \pi \tan \delta_L = \pi \frac{G_2}{G_1}$$

Valeurs de l'amortissement hystérétique

La plupart des cas rencontrés dans la littérature concernent des fondations en service ou à dimensionner pour éviter des déformations excessives. Lorsque les auteurs qui se penchent sur ces cas parlent de déformation (γ) de faible amplitude, ils veulent dire :
$10^{-6} < \gamma < 10^{-4}$

Lorsqu'ils parlent de déformation de forte amplitude, ils veulent dire :

$$10^{-5} < \gamma < 6\ 10^{-4}$$

Ces amplitudes de déformation sont négligeables par rapport au problème qui nous intéresse et dont l'essence est de créer les déformations les plus grandes possible ($\gamma > 2$ à 10 %). De fortes déformations ($\gamma > 1$ %) sont produites par des essais pulsatoires, mais après de nombreux cycles entraînent la liquéfaction du sol (Seed 1957).

Néanmoins, pour se fixer déjà les idées, on considère que dans le cadre d'un dimensionnement dynamique de fondation, des valeurs extrêmes des paramètres d'amortissement précédemment définis sont :

$\delta \leqslant 0.2$
$G_2/G_1 \leqslant 0.06$

Ces faibles valeurs permettent pour la classe des problèmes déjà citée d'adopter l'hypothèse du massif purement élastique, l'amortissement géométrique jouant un rôle prépondérant.

2.3. Comportement du milieu aux grandes déformations

Pour les grandes déformations, le caractère non-linéaire et non-élastique du sol se fait sentir au point de mettre fortement en défaut le principe de superposition non seulement en statique mais à fortiori en dynamique.

Puisque notre analyse doit faire intervenir les grandes déformations grâce aux modèles exposés dans le chapitre II, mais s'appliquant aux grandeurs infinitésimales (déformations, contraintes) plutôt qu'aux grandeurs globales (déplacement, forces), il serait souhaitable de développer un modèle discret dont la loi de comportement intrinsèque soit tirée de l'expérience de manière à séparer clairement l'amortissement géométrique et l'amortissement hystérétique. Alors que le premier serait modélisé par la géomètrie, la masse volumique et l'élasticité du solide équivalent, le second serait modélisé par une loi de comportement classique.

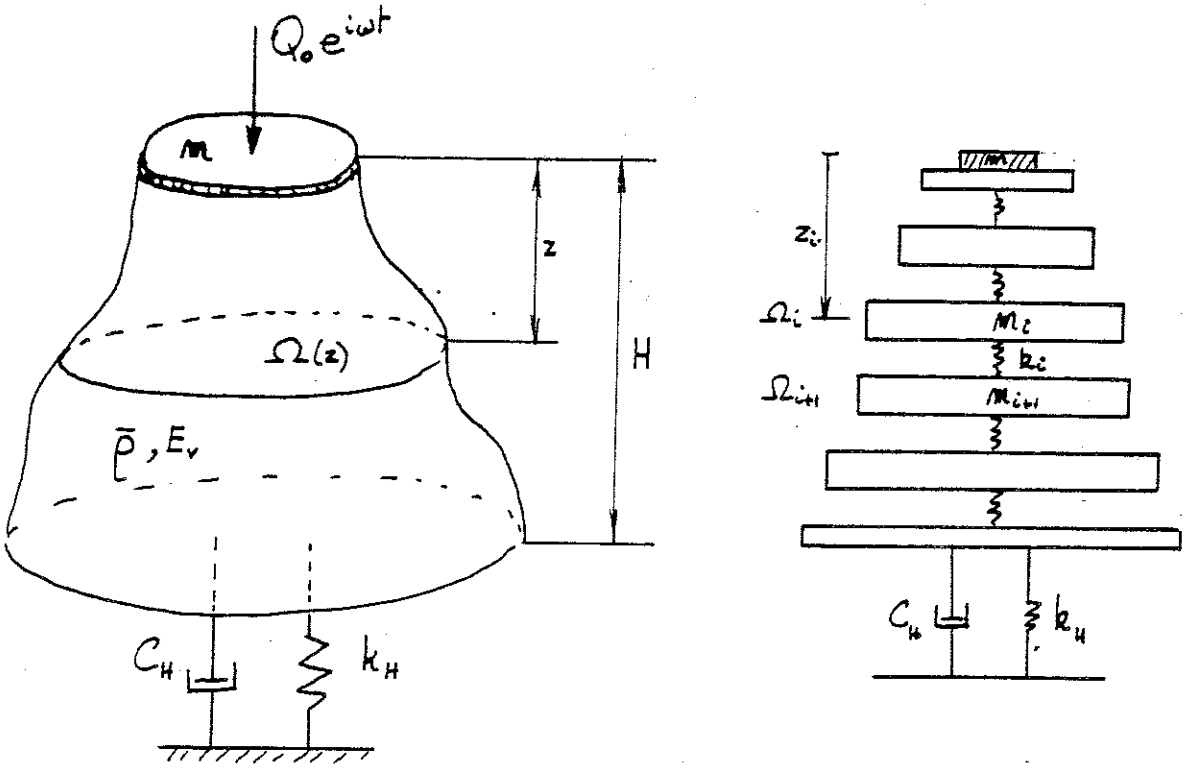
Si cette entreprise réussit tout d'abord dans le cas élastique homogène (pas d'amortissement intrinsèque), il serait intéressant d'examiner le comportement du modèle dans le cas de milieu non homogène (couches superposées). Par ailleurs, le comportement cyclique non-linéaire, puis non élastique pourrait être envisagé. Finalement, la rupture du sol avec toutes ses dépendances, pourrait être introduite dans la loi de comportement.

Cette recherche est décrite dans le paragraphe qui suit.

2.4 Modélisation uni-dimensionnelle

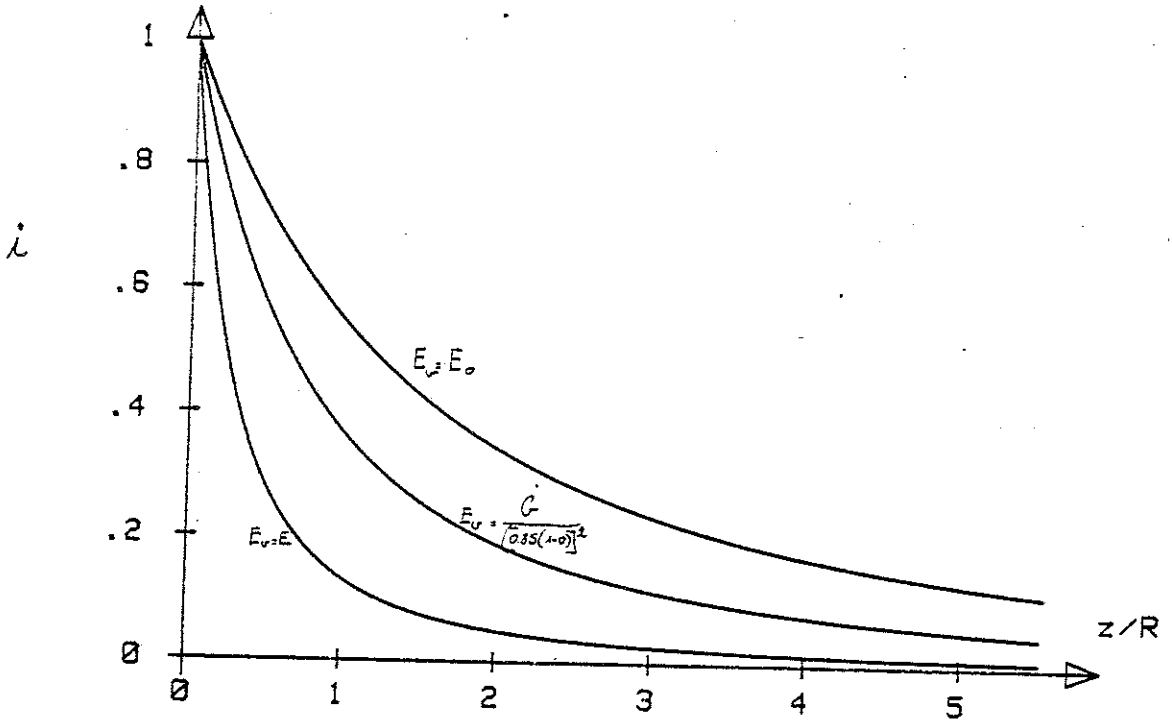
2.4.1. Conditions aux limites

Puisque la formulation de l'équation de l'onde dans le pieu est uni-dimensionnelle, nous chercherons en priorité le modèle qui respectera si possible ce principe. L'objectif que nous nous fixons dans un premier temps est de trouver (voir fig. 4.21 p. 387) un solide supportant la plaque rigide qui représente la base du pieu et supporté lui même, si nécessaire par un système à définir. Par la détermination des



Modèle uni-dimensionnel pour la base

FIGURE 4.21



COEFFICIENT D'INFLUENCE i EN FONCTION DE LA PROFONDEUR RELATIVE POUR DIFFERENTES HYPOTHESES SUR LE MODULE VERTICAL Ev

FIGURE 4.22

caractéristiques géométriques, de déformation et des conditions aux limites du solide élastique homogène, nous espérons en ajuster le comportement par rapport au massif élastique semi-infini que nous avons adopté comme modèle global et pour lequel l'analogue de Lysmer fournit une calibration aisée.
Les paramètres décrivant la situation à rechercher sont :

m : masse en surface attachée à la plaque circulaire rigide
ρ : masse volumique du milieu
E_v : module de déformation verticale du milieu
$\Omega(z)$: section du solide en fonction de la profondeur z
H : hauteur du solide équivalent
k_H : coefficient de réaction à la base du solide
C_H : coefficient d'amortissement à la base du solide.

Soit à priori 6 constantes et une fonction $\Omega(z)$.
Les conditions auxquelles le modèle doit satisfaire sont :

- respect de l'élasticité statique
- respect du comportement harmonique à masse nulle
- respect du comportement harmonique avec masse.

Les conditions n'imposant pas tous les paramètres considérés inconnus à priori, il nous semble opportun de garder le sens physique des paramètres qui en ont un, et de voir si nous pouvons les garder au cours du développement :

m = masse réelle du système attaché à la plaque

$\overline{\rho}$ = ρ masse volumique du terrain

H = devrait être quelconque, mais son choix arbitraire effectué, imposerait les valeurs de k_H et C_H.

2.4.2. Dérivation

Abordons d'abord le problème statique. On supposera que la section reste à symétrie axiale et que le solide repose lui-même sur un massif semi-infini.

Le respect de la condition d'élasticité s'écrit :

$$s_\infty = s_H + \Delta s \qquad (4.131)$$

dans laquelle :

$$s_\infty = \frac{Q\,(1-\nu)}{4GR} \qquad (4.132)$$

est le tassement du massif semi-infini jusqu'à la surface z = 0

$$s_H = \frac{Q(1-\nu)}{4G\ R(H)} \qquad (4.133)$$

est le tassement du massif semi-infini, situé sous le solide jusqu'à la surface z = H.

R (H) est la valeur pour z = H de la fonction R (z) qui représente la valeur du rayon de la section circulaire du solide en fonction de la profondeur z sous la plaque.

$$\Delta s = \int_o^H \frac{Q}{\Omega(z)} \cdot \frac{dz}{E_v} \qquad (4.134)$$

est le raccourcissement du solide de hauteur H. (on a supposé une déformation uniforme dans la section). Substituant Ω (z) par l'expression $\pi R^2(z)$ et simplifiant par Q, 4.131 se réécrit:

$$\frac{1-\nu}{4GR(o)} = \frac{1-\nu}{4GR(H)} + \int_o^H \frac{dz}{\pi R^2(z)\ E_v} \qquad (4.135)$$

Puisque nous admettons que le solide peut s'arrêter à n'importe quelle profondeur, et que la déformation est uniforme dans la section, rien n'empêche de considérer l'équation 4.135 en n'importe quelle profondeur et sous n'importe quelle épaisseur. En adoptant une profondeur z et une épaisseur infinitésimale Δz, (fig. 421), 4.131 devient :

$$s_z = s_{z+dz} + \frac{Q dz}{E_v \Omega_z} \qquad (4.136)$$

en adoptant pour Ω_z la moyenne géométrique des sections circulaires en z et z + dz, et en appelant r le rayon à la profondeur z et r + dr à la profondeur z + dz, 4.136 devient:

$$\frac{1-\nu}{4G\ r} = \frac{1-\nu}{4G\ (r+dr)} + \frac{dz}{E_v \pi r (r + dr)} \qquad (4.137)$$

qui peut aisément se transformer en :

$$\frac{1-\nu}{4G}\,(r+dr) = \frac{1-\nu}{4G}\cdot r + \frac{dz}{E_v\cdot\pi} \qquad (4.138)$$

d'où nous tirons :

$$\frac{dr}{dz} = \frac{4G}{(1-\nu)\,E_v\cdot\pi} = \frac{E}{E_v}\cdot\frac{2}{\pi\,(1-\nu^2)} \qquad (4.139)$$

Puisque nous avons choisi un solide homogène, (E_v = cte), il vient dr/dz = cte.

Le solide est donc un tronc de cône dont la génératrice est définie dans le plan r,z par l'équation :

$$r(z) = R + \frac{4G}{(1-\nu)\,E_v\pi}\cdot z \qquad (4.140)$$

La condition de déformation sous l'équilibre statique se résume par la relation (4.140). Le solide est un tronc de cône dont l'élargissement sera déterminé lorsque la valeur du module de déformation vertical E_v aura été déterminée.
Avant de passer à la satisfaction aux conditions dynamiques, il est intéressant de voir à quelle répartition de contraintes verticales le modèle conduit.
La section sur laquelle se répartit la charge Q indépendante de la profondeur est donnée par :

$$\Omega\,(z) = \pi r^2(z) = \pi\left(R + \frac{4Gz}{(1-\nu)\,E_v\pi}\right)^2 \qquad (4.141)$$

Le coefficient d'influence, défini par le rapport de la contrainte en profondeur à la contrainte moyenne sous la plaque en surface est :

$$i = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = \frac{1}{\left[1 + \frac{4G}{(1-\nu)\,E_v\pi}\cdot\frac{z}{R}\right]^2} \qquad (4.142)$$

Si l'on voulait pousser le réalisme du modèle au point de respecter le calcul de la contrainte en profondeur suivant certaines lois, il faudrait se servir d'une loi de répartition

et choisir en conséquence l'inclinaison de la génératrice du tronc de cône. Si d'autre part, on voulait donner une signification précise au module de déformation verticale E_v, on fixerait automatiquement l'inclinaison de la génératrice du tronc de cône. A titre d'exemple si l'on impose que le module soit le module oedométrique,

on impose :

$$E_v = E_o = \frac{1 - \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E = G \frac{2 - 2\nu}{1 - 2\nu} \qquad (4.143)$$

on obtient :

$$\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)_{\text{oedométrique}} = \frac{2(1-2\nu)}{\pi(1-\nu)^2} \qquad (4.144)$$

Si par contre on impose que le module soit le module d'élasticité E, on obtient :

$$\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)_{\text{élastique}} = \frac{2}{\pi(1-\nu^2)} \qquad (4.145)$$

L'implication de ces deux hypothèses sur le coefficient d'influence en profondeur est représentée à la figure 4.22 p. 387 dans le cas où $\nu = 0.4$

Pour tenir compte du comportement dynamique afin de choisir la valeur du module d'élasticité, nous devons considérer 2 aspects :

- l'impédance du milieu $\sqrt{E_v \cdot \rho}$
- la vitesse de propagation des ondes dans le solide $\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}$

Le premier aspect peut être approché en établissant l'équivalence de l'impédance du massif semi-infini à celle de la section considérée. En d'autres termes, on écrit la condition :

$$C_z = C_{cz} \qquad (4.146)$$

dans laquelle :

$$C_z = \frac{3.4r^2}{(1-\nu)} \sqrt{\rho G} \qquad (4.147)$$

d'après l'équivalent de Lysmer,

et:

$$C_{cz} = \pi r^2 \sqrt{\rho\ E_v} \qquad (4.148)$$

qui est l'impédance d'une colonne cylindrique de rayon r.
En explicitant 4.146, on obtient :

$$\overline{\rho} E_v = \rho G \left[\frac{3.4}{\pi(1-\nu)}\right]^2 = \frac{\rho G}{0.85\ (1-\nu)^2}$$

$$= \rho E \frac{(3.4)^2}{2\pi^2 (1+\nu)\ (1-\nu)^2} \qquad (4.149)$$

Comme on veut garder $\overline{\rho} = \rho$, on obtient :

$$E_v = \frac{G}{0.85\ (1-\nu)^2} \qquad (4.150)$$

Par conséquent, la vitesse de propagation V_a des ondes dans l'axe du tronc de cône vaut :

$$v_a = \frac{v_s}{0.924\ (1-\nu)} \qquad (4.151)$$

Cette onde a une vitesse intermédiaire entre celle de l'onde P et de l'onde S (voir fig. 4.7 p. 333). On en déduit que si l'on garde $\overline{\rho} = \rho$, le modèle est à comprendre comme un modèle de compression dont le module de déformation verticale est compris entre le module de cisaillement et le module odométrique.

Dans ce cas, l'inclinaison a de la génératrice du tronc de cône est :

$$a = \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{4\pi(1-\nu)}{(3.4)^2} \simeq \frac{1-\nu}{\sqrt{0.85}} \qquad (4.152)$$

$$\text{ou } \frac{\partial \Omega}{\partial z} = \frac{(1-\nu)^2}{0.85}$$

2.4.3. Vérification du cas élastique homogène.

Pour vérifier le comportement du modèle par rapport au cas élastique homogène, on fait appel à la formulation discrète de l'équation de l'onde exposée dans le chapitre II.

Les données du problème sont (fig. 4.21 p. 387) :

- propriétés du milieu semi-infini : E, ν, ρ
- masse du sytème attaché à la plaque : m
- signal de la plaque (dynamique ou cinématique)
- la hauteur du solide choisie arbitrairement : H

Les éléments à calculer sont :

- les masses
- les ressorts
- le coefficient de réaction à la profondeur H
- le coefficient d'amortissement à la profondeur H.

Le solide est divisé sur sa hauteur en un certain nombre n de tronçons d'épaisseur égale.
Les masses sont concentrées aux extrémités de ces divisions tandis que le coefficient de ressort correspond à la raideur du tronçon en compression.

Le détail de leur expression est donné ci-après :

$$m_i = \frac{\Omega(z_i)\ \rho H}{n}$$

$$k_{i+1} = E_v \frac{\left(\Omega(z_i)+\Omega(z_{i+1})\right)\ .\ n}{2H}$$

Pour l'élément supérieur, on rajoute $m_o/2$ à la masse de la fondation tandis que le dernier élément de masse est égal à $m_n/2$. Les valeurs des coefficients de réaction statique et d'amortissement du dernier élément sont calculées par application des équations 4.117.

Pour effectuer le contrôle par rapport aux courbes d'amplification dynamique données par Lysmer, nous avons introduit en tête un signal de force sinusoidal :

$$Q = Q_o \sin \omega t$$

et avons repéré les déplacements périodes extrêmes de la fondation. Lorsque le mouvement est pratiquement entré dans sa phase stationnaire, nous avons noté la valeur de son amplitude.

Nous nous sommes placés d'abord dans le cas : $\nu = 1/3$ car c'est pour cette valeur que les courbes d'amplification dynamique sont exactement connues. D'autre part, nous nous sommes placés dans des conditions où l'enfoncement statique était unitaire, de manière à obtenir directement le facteur d'amplification dynamique. De même, la masse était calculée pour reproduire des nombres entiers du paramètre adimensionnel de masse. A titre d'exemple, citons les paramètres de calcul d'un cas examiné :

$$\left.\begin{array}{l}\nu = 1/3 \\ E = 13.333 \text{ MPa} \\ \rho = 0.002 \text{ Mkg/m}^3\end{array}\right\} \rightarrow \quad G = \frac{13.3}{2(1+1/3)} = 5 \text{ MPa}, \quad v_s = \sqrt{\frac{5}{0.002}} = 50 \text{ m/s}$$

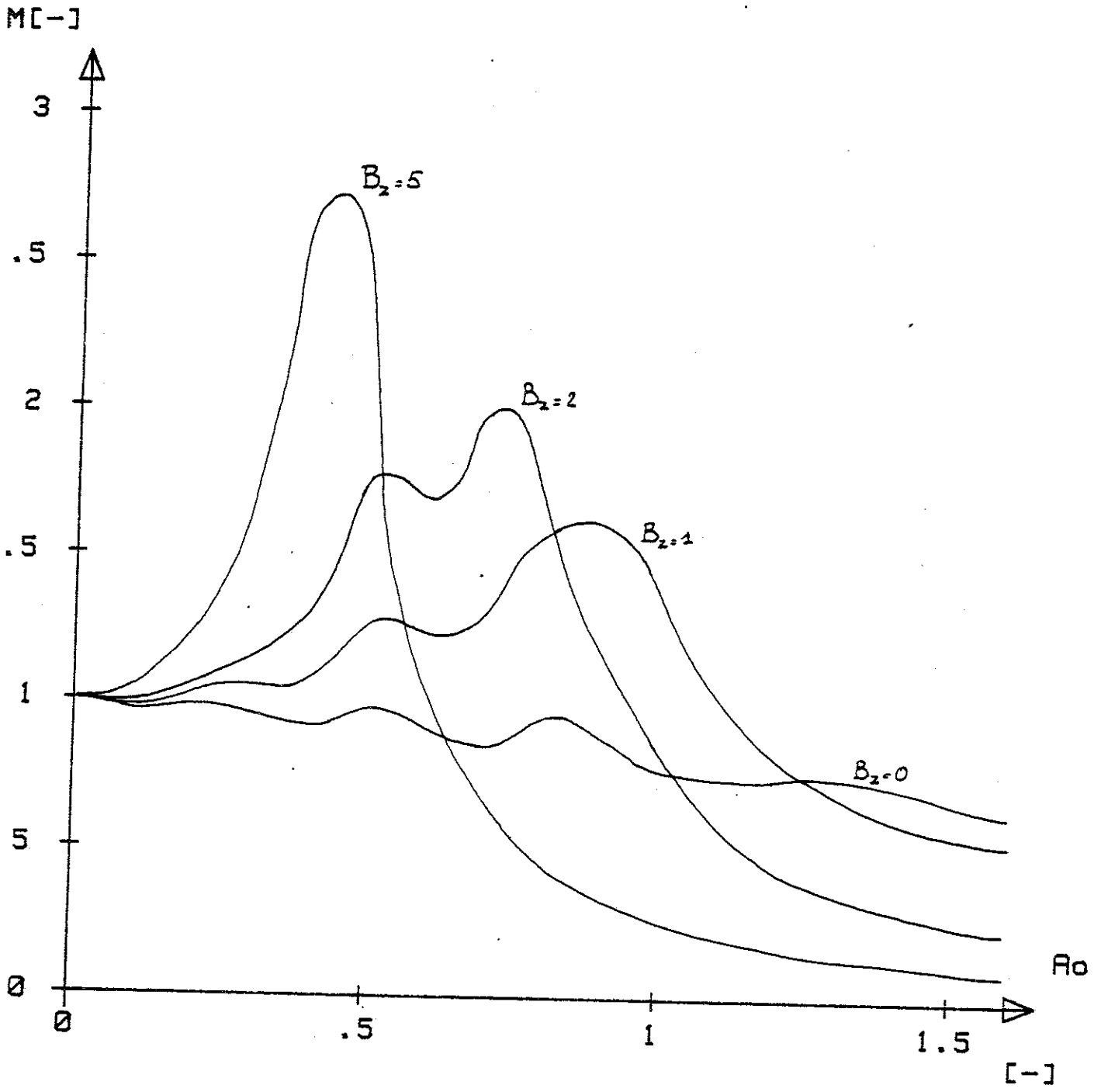
$$\left.\begin{array}{l}R = 1 \text{ m} \\ Q_o = 30 \text{ MN}\end{array}\right\} \rightarrow \quad s_\infty = \frac{Q(1-\nu)}{4GR} = \frac{30(1-1/3)}{4 \times 5 \times 1} = 1 \text{ m}$$

$$a_o = \frac{\omega R}{v_s} = \frac{\omega}{50} \qquad \rightarrow \omega = 50\, a_o \text{ rad/sec}$$

$$B_z = \frac{1-\nu}{4} \frac{m}{\rho R^3} = \frac{1-1/3}{4} \cdot \frac{m}{0.012} \rightarrow m = 0.012 \times B_z \text{ [Mkg]}$$

Pour un problème examiné ($B_z = 5$) on fixe m = 0.06 Mkg et on examine la réponse pour différentes valeurs de ω (2,5,10,15, 20, 25, 30,35, 40,50,60,80,100 rad/s) de manière à aller jusque $a_o = 2$.

Les résultats obtenus pour un solide dont la hauteur égale 14 fois le rayon de la plaque et divisé en 28 éléments sont reproduits à la figure 4.23 p. 395. L'intervalle de temps de calcul était inférieur au 1/4 du temps critique, soit dans le cas présent de 1 ms. On pouvait observer que le mouvement était quasi périodique après 3 aller et retour de l'onde dans le solide (+ 2 secondes). On constate la parfaite



PERTURBATIONS DUES A UNE COMBINAISON NON OPTIMALE
DU MODULE VERTICAL ET DE L'ANGLE D'OUVERTURE
CAS $\nu=1/3$ a=1 Ev=0.7162E

FIGURE 4.24

fréquences de résonance, un découpage du solide en 70 éléments a été utilisé, l'intervalle de calcul étant réduit. Si on voulait étudier le comportement à très haute fréquence, c'est l'élément qui déterminerait la petite taille des éléments.

Comme la condition 4.149 a été établie après avoir obtenu la solution au départ de calculs effectués par tâtonnements, il est intéressant de voir à quel point le choix de l'angle d'ouverture du tronc de cône est primordial. Pour s'en convaincre, on observera à la fig. 4.24 p. 397 les résultats obtenus dans le cas :

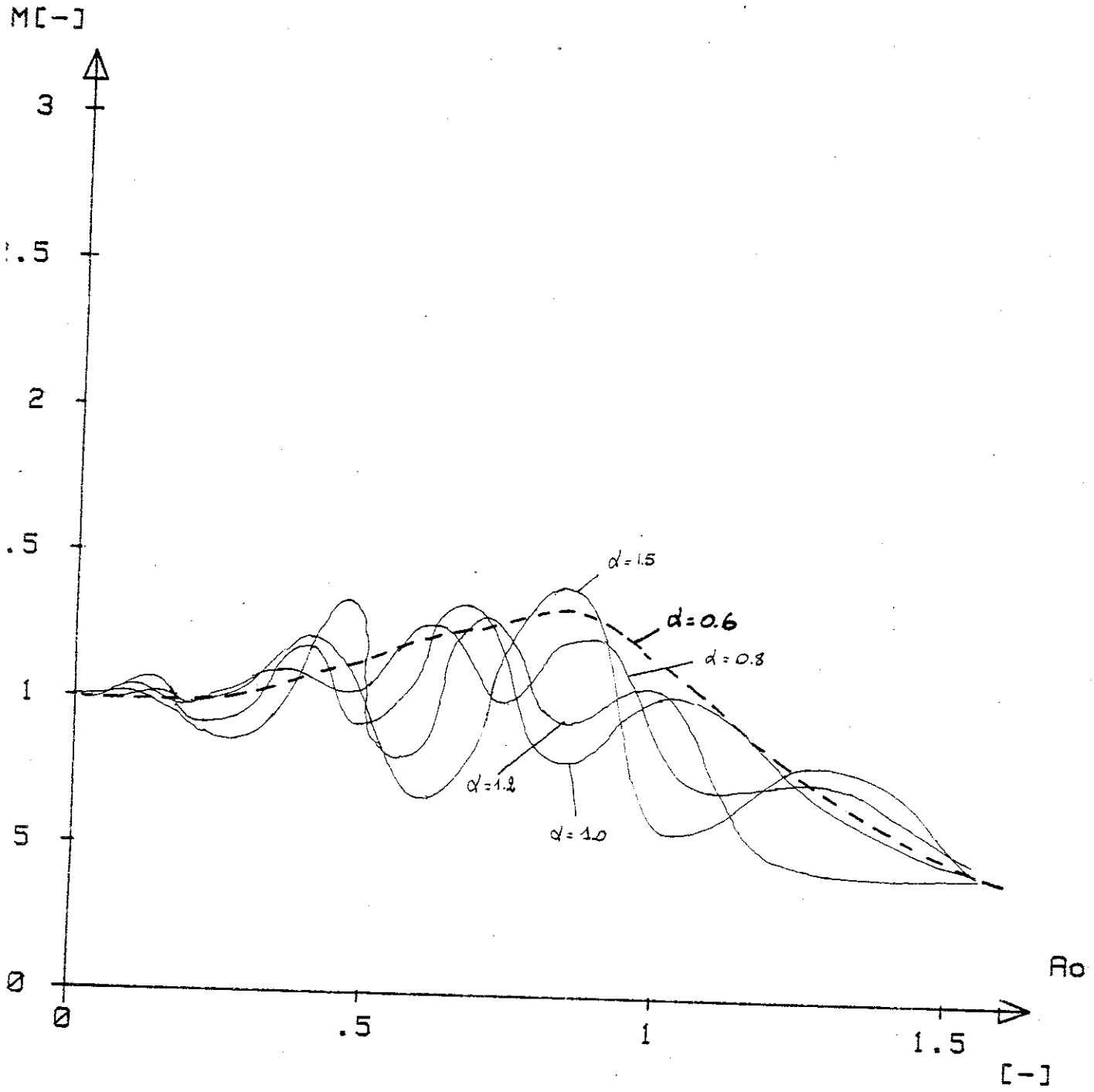
$$\begin{cases} \nu = 1/3 \\ a = \partial r/\partial z = 1 \\ E_v = 0.7162\ E \end{cases}$$

Bien que le cas satisfasse à la condition statique, on remarque immédiatement de multiples fréquences de résonance et d'anti-résonance, y compris pour la courbe $B_z = 0$.

Pour se convaincre que cette belle concordance n'est pas l'effet du hazard, nous avons recommencé le calcul pour les 2 valeurs extrêmes du coefficient de Poisson :

$$\begin{cases} \nu = 0 \\ E_v = 0.585\ E \\ a = \partial r/\partial z = 1.09 \end{cases} \qquad \begin{cases} \nu = 0.5 \\ E_v = 1.561\ E \\ \partial r/\partial z = 0.544 \end{cases}$$

Les résultats obtenus de ces deux cas se sont conformés avec la même satisfaction aux courbes déjà calculées, à part quelques oscillations ténues près des fréquences de résonnance. Une courbe plus lisse pour le cas $B_z = 1$ a été effectivement obtenue pour $E_v = 0.6E$ dans le cas $\nu = 0$ (voir fig. 4.25 p. 399) et pour $E_v = 1.50\ E$ dans le cas $\nu = 0.5$. Ces ajustements sont bénins, compte tenu qu'il ne s'agit quand même que d'une approximation et que la gamme des coefficients de Poisson utilisés dans la pratique des sols va de $\nu = 0.35$ à $\nu = 0.45$. On remarque cependant que lorsque le coefficient de Poisson augmente, le solide équivalent se raidit et se rétrécit latéralement. Ce rétrécissement du faisceau par où sont canalisées les ondes est le résultat d'un comportement non drainé. On serait tenté d'en déduire que lorsque le chargement est dynamique, et que le sol n'a pas le temps d'évacuer son eau, les contraintes dynamiques restent plus regroupées sous l'axe de la base en profondeur. Ce mode de



DETERMINATION DE L'ANGLE D'OUVERTURE DU TRONC DE CONE - Cas B=1 ν=1/3 Ev= α.E

FIGURE 4.25

travail du massif est à rapprocher des ruptures dynamiques par poinçonnement observées par Vesic et al (1965) plutôt que des ruptures par glissement généralisé.

Si nous désirons aller jusqu'à la modélisation avec déformations plastiques importantes, il est souhaitable que la répartition des contraintes en profondeur se rapproche le plus de ce que les éléments de la littérature nous permette de supputer.

Un élément de comparaison est le coefficient d'influence. La formule 4.142 a été calculée pour le cas modélisé jusqu'à présent, à savoir : $\bar{\rho} = \rho$ impliquant :

$a = \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{4\pi\ (1-\nu)}{(3.4)^2}$ dont les valeurs ont été données pour :

$$\begin{cases} \nu = 0 \\ \nu = 1/3 \\ \nu = 0.5 \end{cases}$$

et donc :

$$i_{\bar{\rho}=\rho} = \frac{1}{\left[1+ \frac{4\pi(1-\nu)}{(3.4)^2} \frac{z}{R}\right]^2}$$

et les résultats en sont reproduits dans le tableau ci-après, qui comporte à titre de comparaison la loi de Buisman (n_b=1), telle qu'exposée au paragraphe 2.2.1.

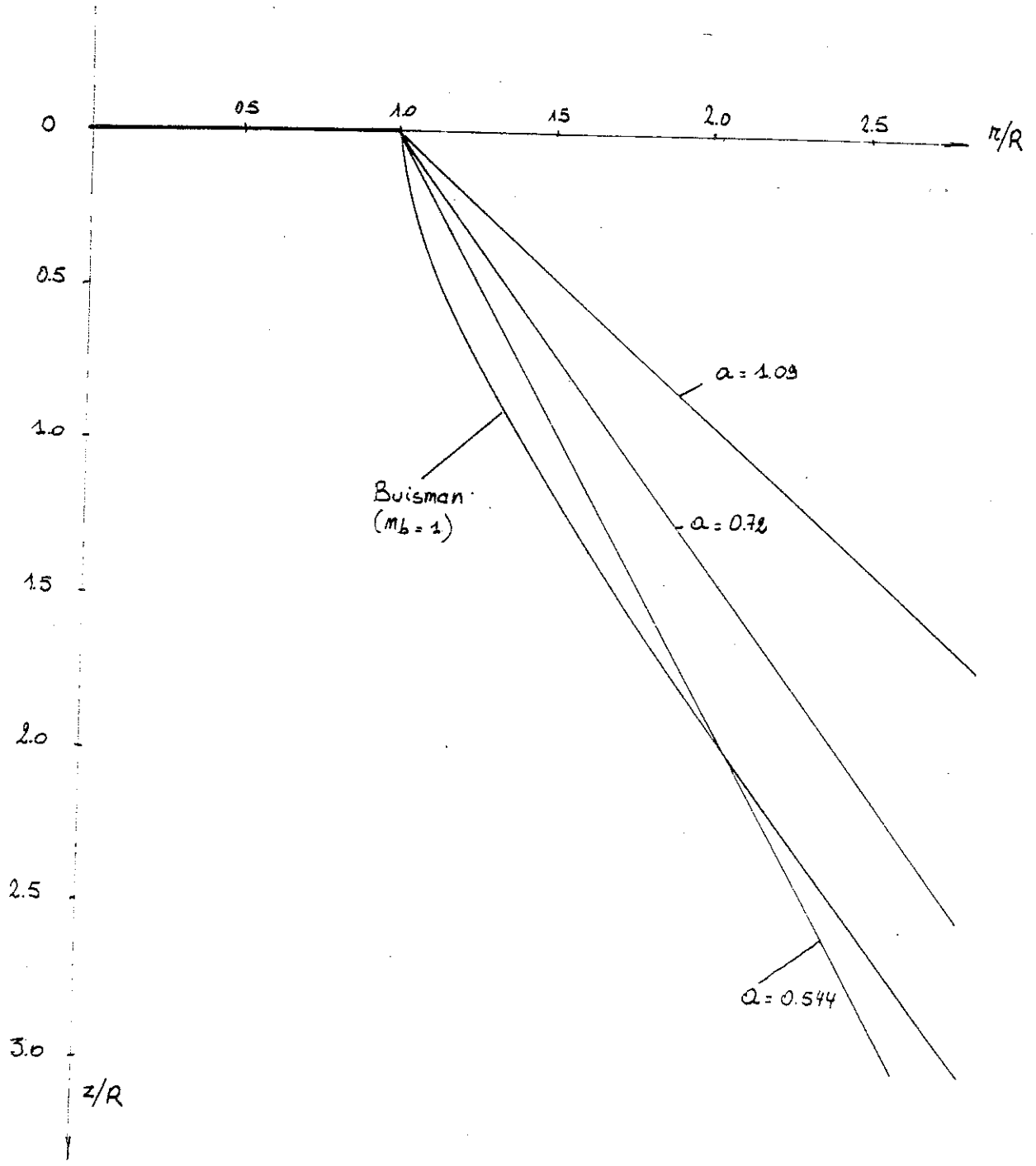
Valeurs de i pour le modèle $\overline{\rho} = \rho$

Z/R	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.55	2	3	5	10
ν = o $\partial r/\partial r$ = 1.09	1	.674	.485	.366	.285	.229	.144	.99	.055	.024	.007
ν = 1/3 $\partial r/\partial z$ =0.72	1	.763	.601	.486	.401	.336	.229	.167	.099	.047	.015
ν = 0.5 $\partial r/\partial r$ = 0.544	1	.813	.675	.568	.485	.419	.303	.229	.144	.072	.024
Buisman (n_b= 1)	1	.973	.857	.727	.611	.514	.344	.243	.137	.06	.060

Pour ramener ces résultats au solide équivalent, nous avons tracé à la figure 4.26 p. 403, la courbe génératrice du solide de révolution correspondant à ces quatre calculs. On s'apperçoît que l'hypothèse du tronc de cône peut être rapprochée du solide équivalent de Buisman si l'on admet $\nu = 0.5$. Dans ce dernier cas, le recoupement des deux solides s'effectue le plus rapidement possible sous la base, à une profondeur légèrement supérieure à un diamètre, ce qui reste raisonnablement proche de la zone de sol en rupture sous la base du pieu.

2.4.4. Extensions du modèle

Pour tenir compte de la non-linéarité du milieu, plusieurs lois mathématiques sont disponibles. Puisque nous avons un modèle dont les limites géométriques sont définies par le coefficient de Poisson, nous ferons l'hypothèse que ce dernier reste constant; la seule non-linéarité étant introduite sur le module du sol. Nous avons considéré la loi hyperbolique (Kondner 1963) ainsi qu'un modèle en tangente hyperbolique introduit par Funston et Hall (1967) pour l'étude de vibrations de fondation sur sol non linéaire.



COURBE GENERATRICE DU SOLIDE EQUIVALENT SUIVANT DIFFERENTES HYPOTHESES DE DISTRIBUTION DES CONTRAINTES

FIGURE 4.26

Le modèle hyperbolique est décrit par la relation :

$$\sigma_v = \frac{\varepsilon_v}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_v}{\sigma f}}$$

avec ε_v : déformation verticale
σ_v : contrainte verticale
E_i : module tangent initial
σ_f : contrainte de rupture (résistance unitaire).

Il est plus aisé de travailler avec la relation adimensionnelle en définissant :

ε_r : déformation de référence définie par : σ_f/E_i

η : taux de mobilisation de la résistance : σ/σ_f:

$$\eta = \frac{1}{\frac{1}{(\varepsilon/\varepsilon_r)} + 1} \qquad (4.153.a)$$

ou à l'inverse,

$$\frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_r} = \frac{1}{\frac{1}{\eta} - 1} \qquad (4.153.b)$$

Pour le cas statique, l'équilibre vertical permet de calculer la contrainte en profondeur et par la relation déformation-contrainte d'intégrer les déformations verticales pour obtenir le tassement : s .

$$s = \int_o^\infty \varepsilon_v(z)dz = \varepsilon_r \int_o^\infty \frac{\eta(z)}{1-\eta(z)}\, dz \qquad (4.154$$

avec, après avoir posé :

$$a = \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{1-\nu}{\sqrt{0.85}}$$

$$\eta(z) = i\eta\ (o) = \frac{\eta(o)}{(1+a\ \frac{z}{R})^2}$$

$\eta(o)$ étant le taux de mobilisation niveau de la base que l'on écrit par la suite η pour simplifier. Après le changement de variable $\xi = az/R$, il vient :

$$s = \frac{\varepsilon_r R}{a} \int_o^\infty \frac{\eta}{1-\eta + 2\xi + \xi^2}\, d\xi$$

qui est une forme classique intégrable :

$$s = \frac{\varepsilon_r\ R\ \eta}{a}\ \ \frac{1}{2\sqrt{\eta}}\ \ell n\ \frac{1\ -\ \sqrt{\eta}}{1\ +\ \sqrt{\eta}}$$

Les fonctions $\varepsilon/\varepsilon_r$ et $\frac{sa}{\varepsilon_r R}$ $\frac{s}{s_r}$; sont représentées à la figure 4.27 p. 407 en fonction de η. s_r qui est égal à $\varepsilon_r R/a$ représente le déplacement correspondant à la déformation de référence pour le cas élastique. Alternativement s_r est défini par :

$$s_r = s/\eta \quad \text{pour } \eta \to 0$$

On remarque que l'effet de l'intégration est de rendre la courbe de réaction à la base plus linéaire que la loi hyperbolique, pour plonger plus rapidement lorsqu'elle s'approche de la résistance ultime.

La loi en <u>tangente hyperbolique</u> est donnée par :

$$\eta = \tanh \frac{\varepsilon}{\varepsilon_r}\ , \text{ ou inversément par :}$$
$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_r} = \tanh^{-1}\eta = \frac{1}{2}\ \ell n\ \frac{1-\eta}{1-\eta} \qquad (4.156)$$

En effectuant le même travail pour cette loi de comportement intrinsèque, nous obtenons :

$$s = \frac{\varepsilon_r R}{2a} \int_o^\infty \ln \frac{1 + \frac{\eta}{(1+\xi)^2}}{1 - \frac{\eta}{(1+\xi)^2}} \, d\xi \qquad (4.157)$$

Cette intégrale peut se résoudre en développant en série :

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1 + x}{1 - x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \qquad (4.158)$$

Etant donné que :

$$\int \frac{\eta^{2n+1}}{(2n+1)\ (1+\xi)^{2(2n+1)}} = \frac{\eta^{2n+1}}{(2n+1)\ (4n+1)\ (1+\xi)^{4n+1}}$$

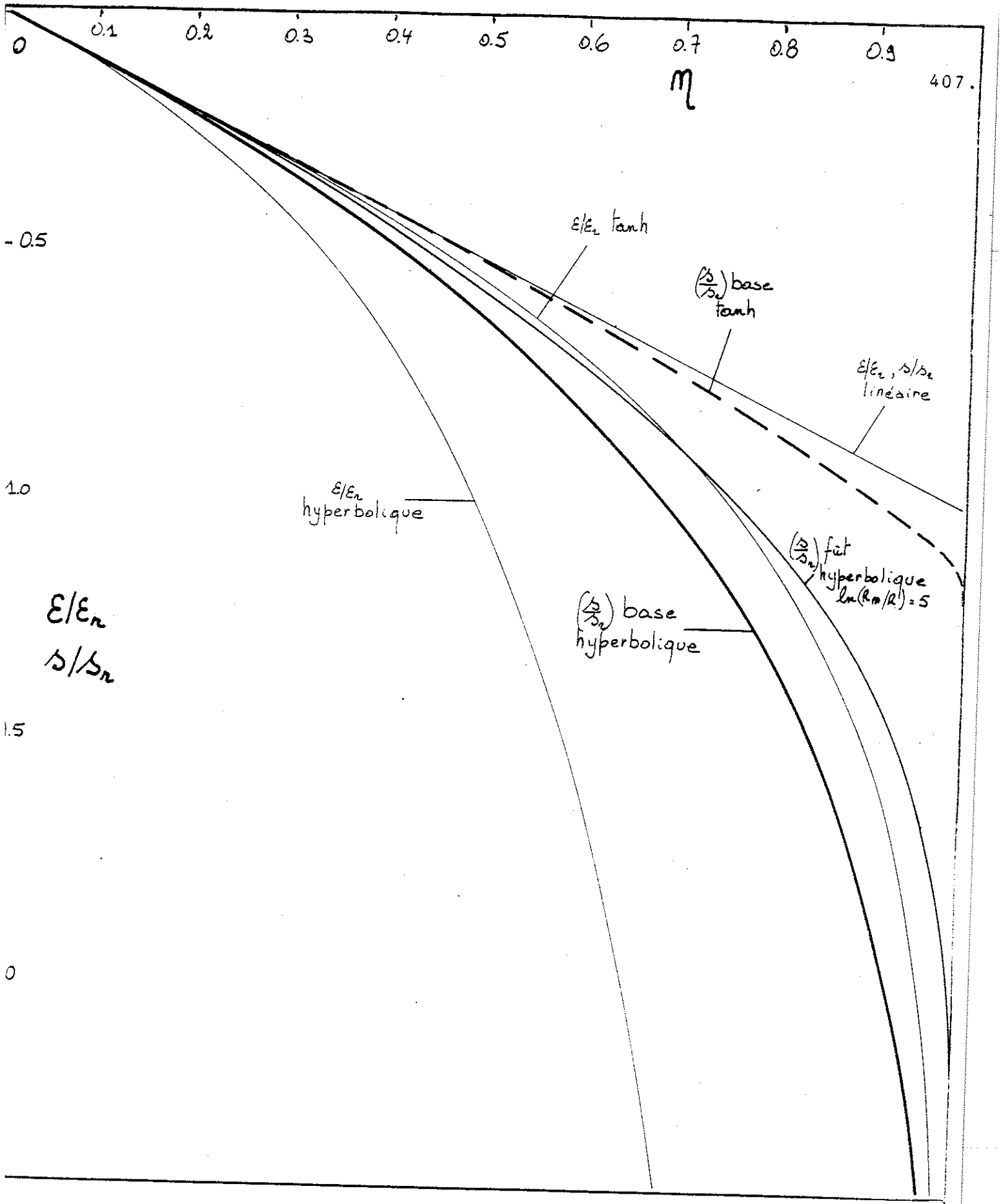
vaut $\begin{cases} 0 & \text{pour } \xi = \infty \\ -\dfrac{\eta^{2n+1}}{(2n+1)\ (4n+1)} & \text{pour } \xi = o \quad \forall n \end{cases}$

il vient :

$$s = \frac{\varepsilon_r R}{a} \left[\eta + \frac{\eta^3}{3 \times 5} + \frac{\eta^5}{5 \times 9} + \frac{\eta^7}{7 \times 13} \cdots + \frac{\eta^{2n+1}}{(2n+1)\ (4n+1)}\right.$$

$$= \frac{R\eta\varepsilon_r}{a} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta^{2n}}{(2n+1)\ (4n+1)}\right] = s_{e\ell} \cdot M \qquad (4.159)$$

M étant le facteur de majoration par rapport au cas élastique. Les fonctions $\varepsilon/\varepsilon_r$ et $sa/\varepsilon_r R = s/s_r$ sont également représentées à la figure 4.27 p. 407 en fonction du taux de mobilisation η. On remarque que l'intégrale est de nouveau plus linéaire au départ, et le tassement ne s'accélère vraiment que pour des valeurs proches de la



LOIS INTRINSEQUES DE COMPORTEMENT NON LINEAIRE ET LEUR INTEGRATION POUR LA BASE ET LE FROTTEMENT

Courbes de mobilisation $\varepsilon/\varepsilon_r, s/s_r(\eta)$

FIGURE 4.27

rupture. Pour cette dernière loi, la plastification n'intéresse que des couches situées à grande proximité de la base.

Modèle adopté et application

Etant donné que le mécanisme de rupture intéresse un volume de sol non limité à la proximité de la base et que l'intégrale de la loi hyperbolique dans notre modèle se rapproche de lois expérimentales données dans la littérature, nous adopterons le modèle hyperbolique. Remarquons qu'ici cependant, la loi est adoptée pour le comportement intrinsèque (σ,ε) et non directement en force et déplacement.

Pour étudier le comportement de notre modèle sous charge harmonique, il nous faut également déterminer la loi de décharge. Celle-ci se fera de manière linéaire depuis la charge maximale atteinte et suivant la pente à l'origine. En régime permanent, la boucle d'hystérèse est donc décrite par des segments de loi hyperbolique lorsque la contrainte change de signe et par des segments de droite lorsque la contrainte diminue en valeur absolue. Dans le programme que nous avons mis au point pour étudier les mouvements transitoires et périodiques, il est possible de spécifier la résistance ultime en compression ainsi que la résistance ultime en traction. Il est de la sorte possible d'examiner le comportement d'un milieu capable de ne reprendre qu'une faible traction.

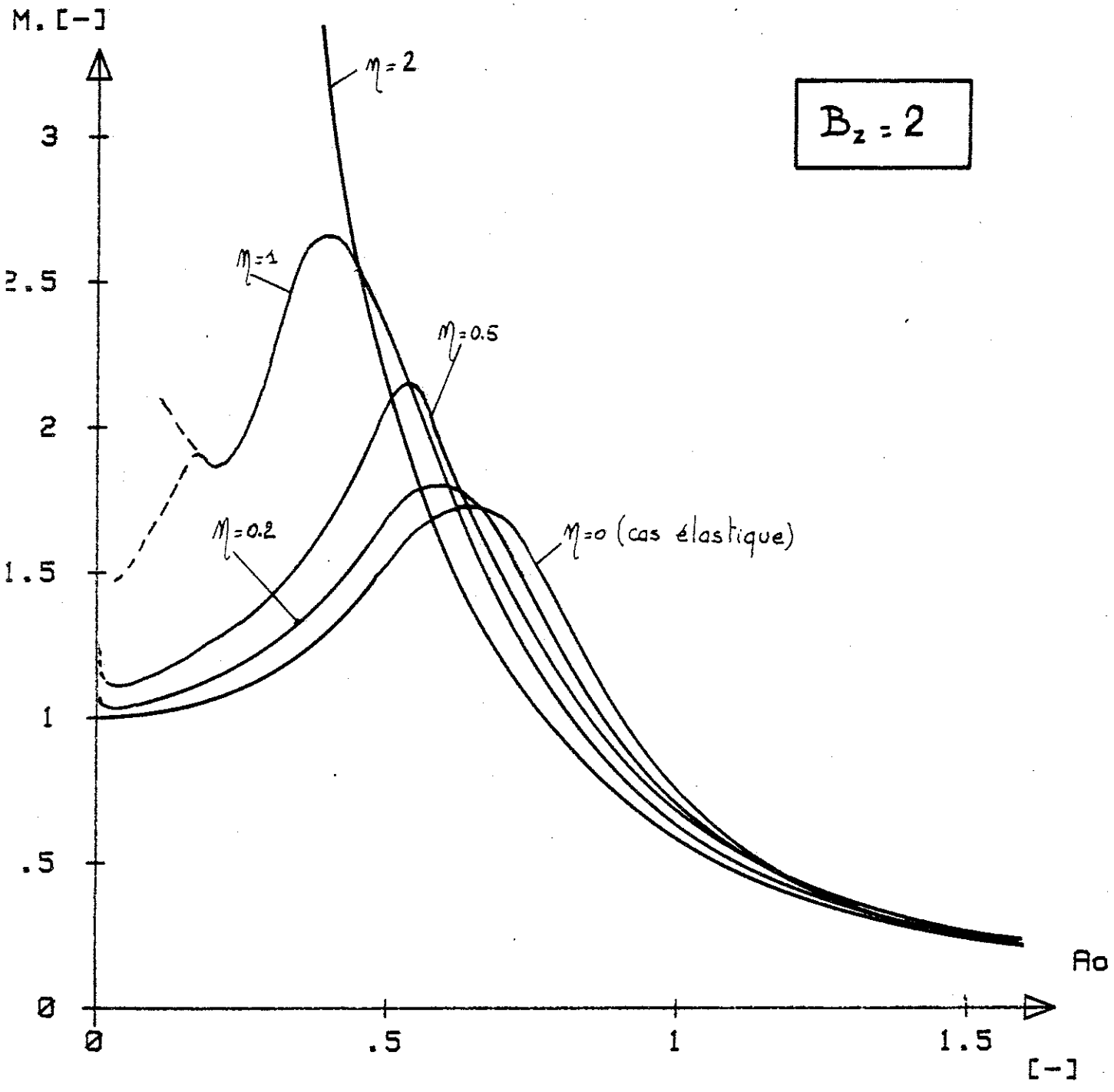
Le problème analysé pour illustrer les conséquences de la généralisation du modèle au cas non-linéaire est caractérisé par le paramètre adimensionnel $B_z = 2$. Les valeurs ayant servi à faire le calcul sont :

$G = 5$ MPa	profondeur $H = 14$ m
$\nu = 1/3$	épaisseur de couche : 0.5 m
$R = 1$ m	$M = 24000$ kg
$\rho = 2000$ kg/m^3	$Q_o = 30$ MN

Le degré de non-linéarité est précisé par la résistance ultime qui se compare à la contrainte maximale :

$$\sigma_v^{max} = \frac{Q_o}{\pi R^2} = \frac{30}{\pi} = 9.55 \text{ MPa.}$$

Par exemple, une valeur de $\eta = 0.5$ équivaudra à spécifier $\sigma_v^{ultime} = 19.1$ MPa.



AMPLIFICATION DYNAMIQUE A LA BASE POUR UNE LOI DE COMPORTEMENT INTRINSEQUE HYPERBOLIQUE

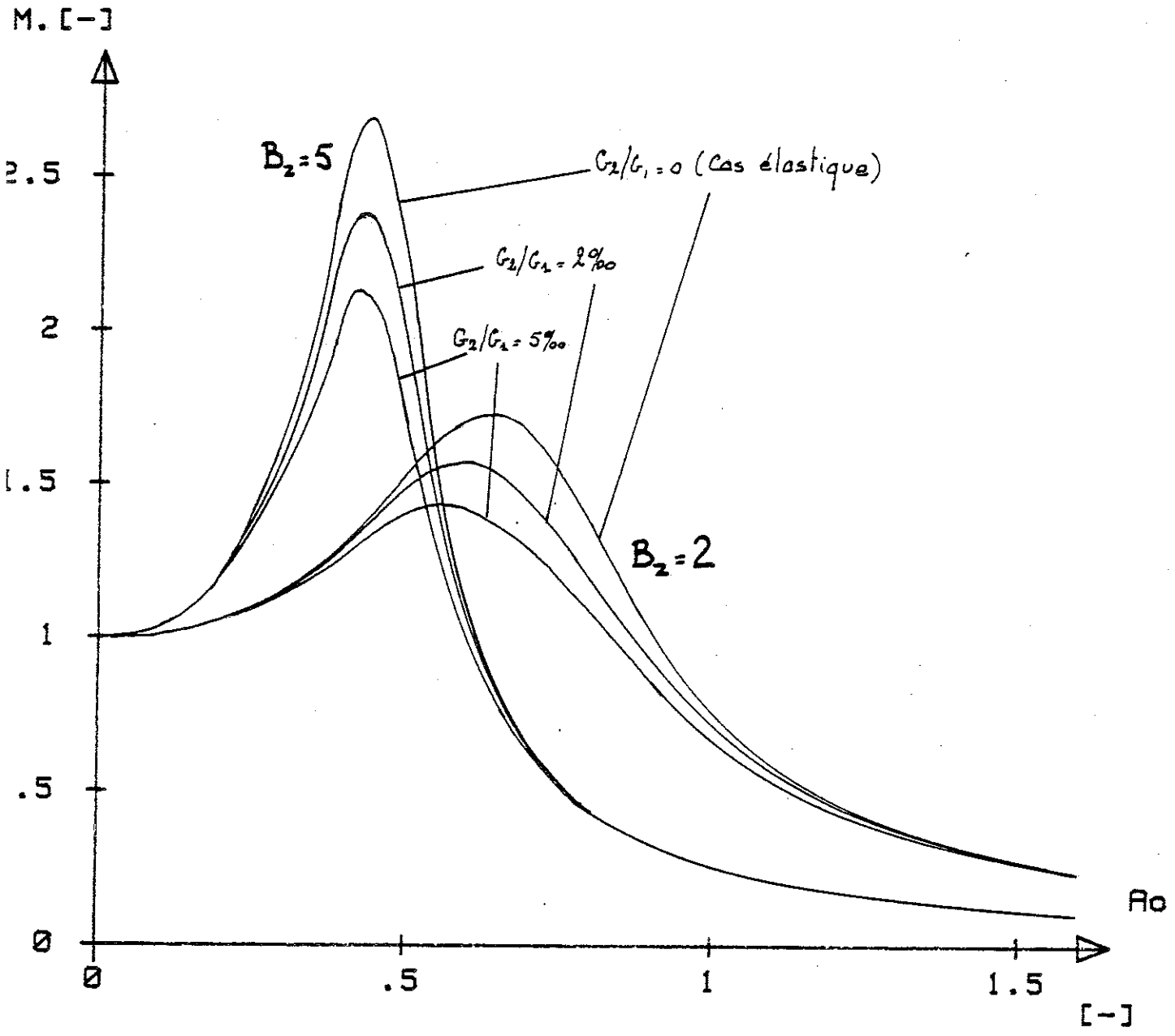
FIGURE 4.28

Il est de la sorte aisé de comparer les facteurs d'amplification dynamique ($M = \left|\frac{u_{max}}{(u_{st})_{el}}\right|$) puisqu'ils se rapportent aux mêmes contraintes de sollicitation mais se différencient par la proximité de cette contrainte à la contrainte de rupture. Le facteur d'amplification statique a été calculé au paragraphe précédent (éq. 4.155)

Les résultats du calcul sont présentés à la figure 4.28 p. 409 qui donne le facteur d'amplification dynamique en fonction de la fréquence adimensionnelle pour certaines valeurs du taux de mobilisation de la résistance ultime. Pour la valeur $\eta = 0$, on retrouve la courbe d'amplification calculée dans le cas élastique. Lorsque la résistance ultime est diminuée, l'amplification décroît dans la zone des fréquences supérieures à la résonance, mais comme la fréquence de résonance décroît, le maximum de l'amplification dynamique augmente. En continuant vers les basses fréquences, la courbe, qui se stabilise pour des valeurs faiblement supérieures à 1 lorsque le taux de mobilisation est faible, reprend une ascension pour les valeurs de η se rapprochant de 1 où théoriquement, à fréquence nulle, l'amplitude devient infinie. Pour des valeurs de η supérieures à 1, qui donc ne peuvent satisfaire à l'équilibre statique, les courbes peuvent être encore calculées. Par exemple, la courbe pour $\eta = 2$, tout en respectant la tendance déjà énoncée à toute fréquence, ne fait que croître pour des fréquences de plus en plus faibles, son maximum infini n'étant atteint que pour $a_o \to 0$. Il est quand même intéressant de noter que la fondation, sous une sollicitation périodique dont l'amplitude est double de celle supportable en statique, ne subit pas de déplacement supérieur à celui observé pour une résistance infinie du sol pour autant que a_o soit supérieur à 0.6 (ou dans le cas de notre problème, pour autant que la fréquence circulaire soit supérieure à 120 rad/sec.)
Les conclusions tirées de nos calculs sont confirmées par les rares études concernant les vibrations de fondation sous réaction non-linéaire : abaissement de la fréqence de résonance et augmentation du facteur d'amplification en résonance; nous sommes en droit de conclure que notre modèle peut être utilisé sans grand écueil pour des matériaux non-linéaires.

Milieu visqueux

Si l'on introduit un terme visqueux dans la loi de comportement des couches de sol, on obtient des réponses en accord avec les éléments disponibles dans la littérature pour le massif semi-infini visco-élastique. Sans nous attarder à



AMPLIFICATION DYNAMIQUE A LA BASE POUR UNE LOI DE COMPORTEMENT INTRINSEQUE VISQUEUX

FIGURE 4.29

cette généralisation qui ne semble pas correspondre à une loi de comportement physique du sol, nous présentons simplement à la figure 4.29 p. 411 le résultat du calcul effectué avec la loi de comportement : $\sigma = E(\varepsilon + \dot{\varepsilon} G_2/G_1)$ et donc lorsque le module de cisaillement est complexe : $G^* = G_1 + iG_2$. Les 2 cas présentés ($B_z = 2$ et $B_z = 5$) ont été calculés pour $G_2/G_1 = 0.005$, 0.002 et 0 (cas élastique).

Milieu hétérogène

Dans un modèle défini géométriquement, la tendance naturelle pour représenter un sous-sol hétérogène est de donner les propriétés de déformation aux diverses couches qui composent le modèle. Afin de vérifier cependant les conclusions de cette généralisation, nous sommes placés dans le cas où l'hétérogénéité est la plus contrastée : la couche de sol d'épaisseur finie sur un massif supposé incompressible.

Dans ce cas, si nous voulons estimer le tassement, nous intégrons la déformation verticale depuis le niveau de la base jusqu'à la profondeur H où commence le massif semi-infini incompressible :

$$s_H = \int_0^H \varepsilon_v dz = \frac{qR}{E_v a} \int_0^H \frac{dz}{\left(1 + a\,\frac{z}{R}\right)^2}$$

avec :

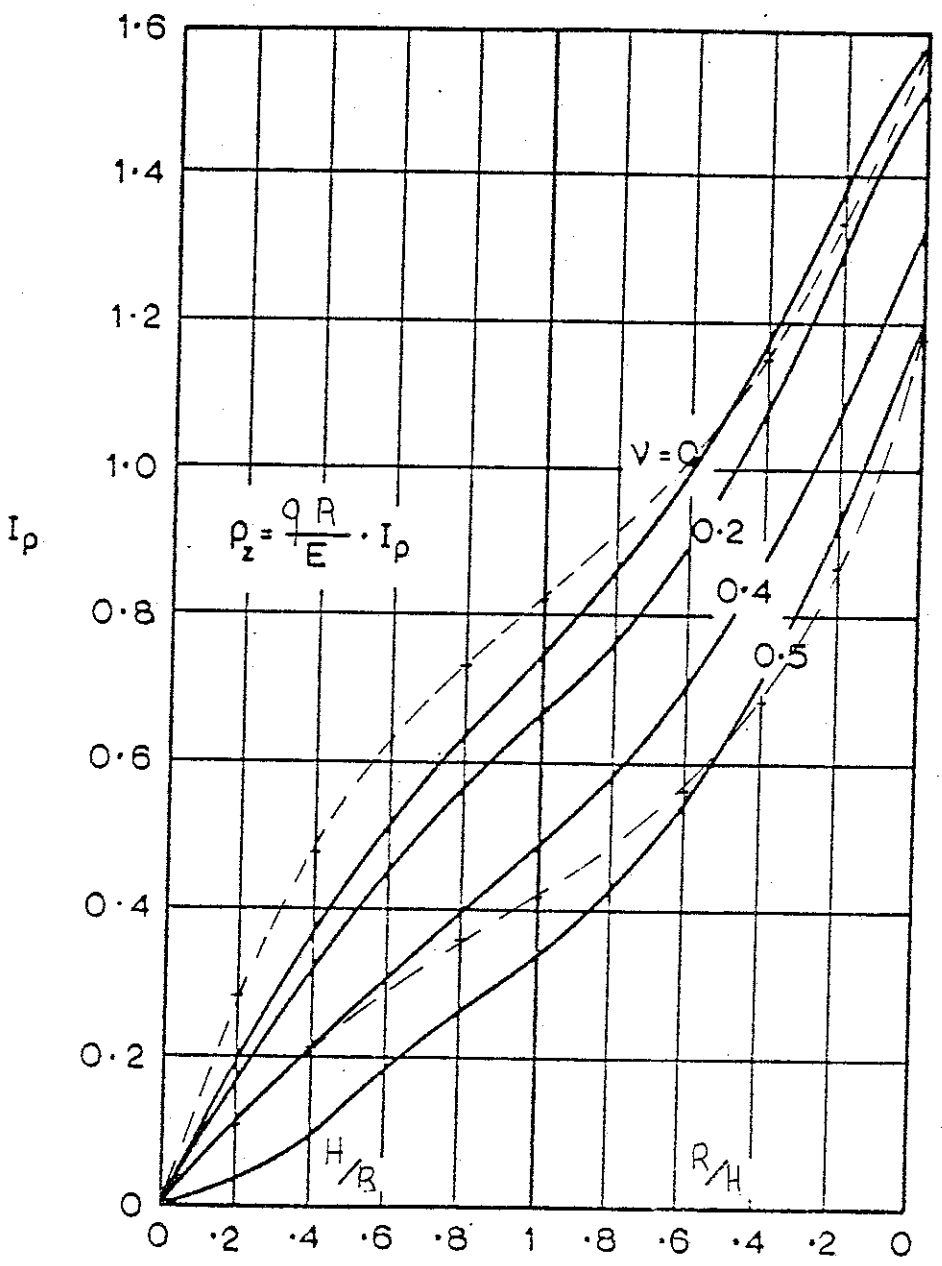
E_v donné par l'équation 4.149

$$a = \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{4\pi(1-\nu)}{(3.4)^2} .$$

$$q = Q/\pi R^2$$

Après le changement de variable $\xi = \frac{az}{R}$, il vient :

$$s_H = \frac{qR}{E_v a} \int_0^{\frac{H}{R}a} \frac{d\xi}{(1+\xi)^2} = \frac{qR}{E_v a} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{H}{R}.a}\right). \qquad (4.160)$$



COMPARAISON DE LA SOLUTION EXACTE (Poulos 1968) ———

ET DU MODELE TRONQUE POUR UNE COUCHE ELASTIQUE SUR

MASSIF INDEFORMABLE – – – –

FIGURE 4.30

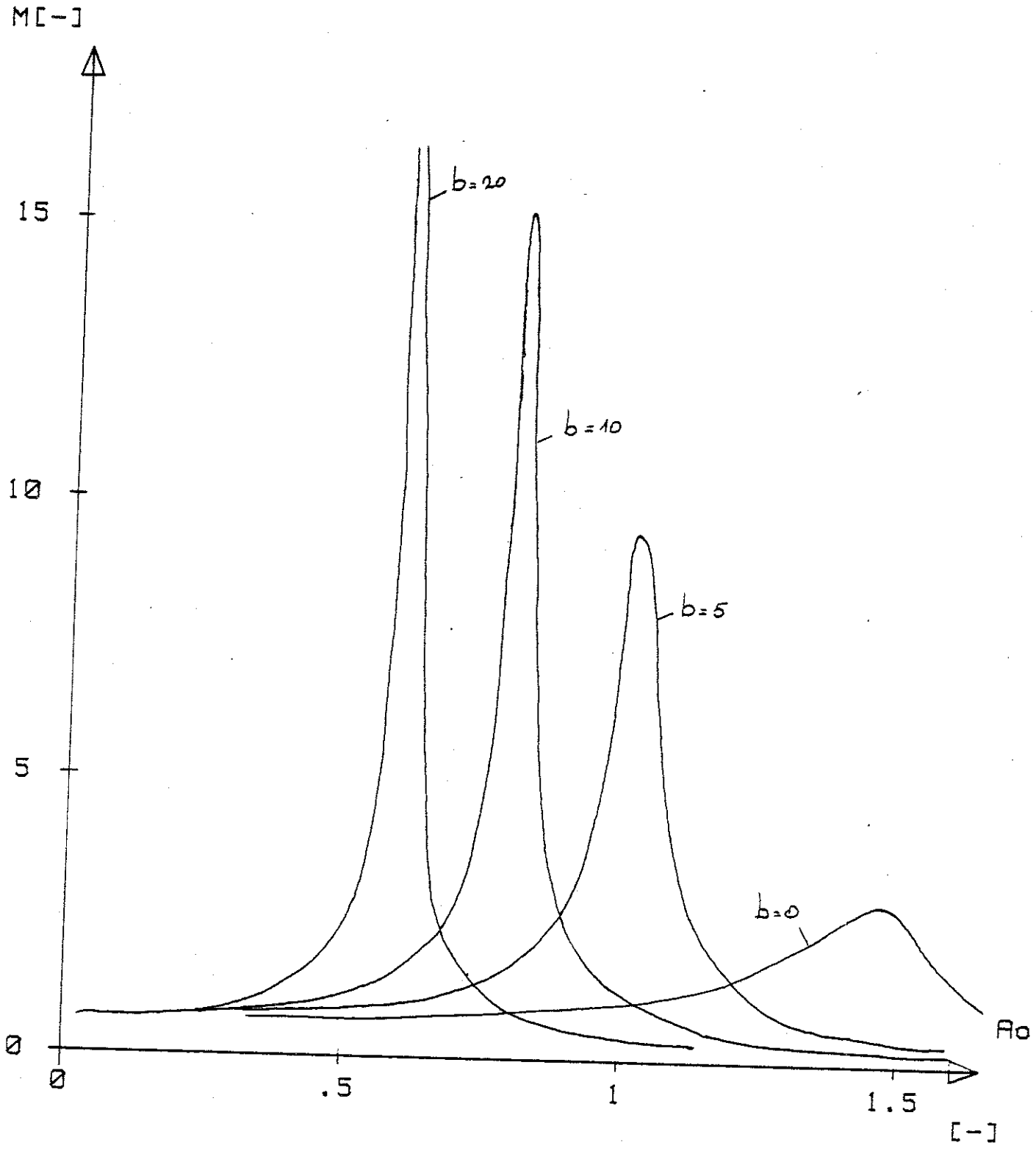
La valeur de $\frac{s_H E}{qR}$ est comparée au coefficient d'influence obtenu par Poulos (1968) par résolution exacte du cas élastique ; cette comparaison est présentée sous forme graphique à la figure 4.30 p. 413 pour le fuseau défini par les 2 courbes $\nu = 0$ et $\nu = 0.5$, où il apparaît que l'erreur à imputer à un modèle extrêmement simple est inférieure à 5 % pour $H/R > 1$. Du point de vue statique, nous sommes prêts à accepter cette approximation.

Encouragés par le bon comportement du modèle sous charge statique, nous avons également tenu à comparer les résultats qu'il donne avec le même problème résolu en dynamique par Warburton (1967). Ce dernier donne en effet une solution approchée à ce délicat problème en supposant une contrainte σ dont la loi de répartition en surface est donnée par :

$$\sigma_z = \frac{Q}{2\pi R \sqrt{R^2 - r^2}}$$ (avec r = distance radiale = $\sqrt{x^2+y^2}$) et

en faisant la moyenne pondérée sur les déplacements obtenus. En dépit de certains points singuliers où les intégrales ne convergent pas, Warburton parvient à présenter graphiquement les formes des fonctions f_1 et f_2 ainsi que la fréquence de résonance pour la valeur du paramètre adimensionnel $b = \frac{m}{\rho R^3}$. En fonction de la valeur de ν(0, $\frac{1}{4}$ ou comprise entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$), la fonction f_1 devient infinie pour certaines fréquences (voir figure 4.18 p. 376)

Lorsque nous avons réalisé les calculs pour $H/R = 2$, nous avons directement obtenu la confirmation que le déplacement périodique devenait infini pour une fréquence correspondant à $\frac{v_a}{2H}$, qui se compare à $\frac{v_s}{2H}\sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}$ donné par Warburton pour le cas $b = 0$. Cependant, au contraire du cas résolu théoriquement, nous obtenons une amplitude infinie pour des valeurs de b non nulles. Cette observation n'est pas étonnante dans la mesure où sur un massif incompressible, notre modèle ne peut dissiper l'énergie qui lui est impartie



COURBES D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE CALCULEES POUR UNE SEMELLE SUR COUCHE ELASTIQUE

CAS H/R=2 E2=10E $\nu = 1/3$

FIGURE 4.31

par rayonnement géométrique. Il résulte de ce défaut, l'inaptitude du modèle à donner le facteur d'amplification dynamique maximal pour une couche élastique fine reposant sur un massif incompressible. Par contre, l'allure des courbes d'amplification dynamique est respectée.

Trois raisons cependant nous poussent à conserver ce modèle pour notre analyse :

- le milieu incompressible est une caricature qui ne se présente pas dans la réalité. Si au lieu d'un massif incompressible, nous adoptons un massif 10 fois moins compressible, nous obtenons des résultats plus conformes, y compris les amplitudes de résonance (fig. 4.31 p. 415).

- le manque de dissipation d'énergie du modèle par sa frontière inférieure est compensée par le fait que le sol n'est pas exactement élastique et que c'est ce type d'amortissement qui conditionne principalement l'amplitude de résonance. On n'en prendra pour preuve que le fait que lors des expériences conduites par Fry (1963), plus aucune différence ne se manifeste pour $H/R \geq 5$.

- le problème que nous traitons est transitoire et les conséquences des frontières réfléchissantes sont moins capitales que pour une analyse en fréquence.

Nous retiendrons de toutes ces généralisations qu'elles sont tolérables dans la mesure où les approximations qu'elles impliquent nous permettent en revanche de rendre compte du caractère essentiel du sol non-linéaire et hétérogène.

3. MODELISATION FONDAMENTALE DES LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL AU FROTTEMENT LATERAL

3.1. Base de travail

Les éléments à prendre en compte sont les mêmes que ceux énoncés pour le comportement du sol à la base. Les méthodes empiriques et semi-empiriques ayant été exposées dans le chapitre II pour la déduction de la raideur statique (quake), notre démarche se limitera dans ce domaine à l'examen approfondi de l'inclusion allongée dans un massif élastique isotrope et homogène. Pour l'équilibre dynamique, nous ferons état des travaux effectués dans le cadre de la vibration des pieux. Nous en adapterons le principe pour un modèle unidimensionnel propre à tenir compte de l'hétérogénéité des couches et faisant la distinction entre l'amortissement géométrique, hystérétique et visqueux intrinsèque.

3.2. Théories disponibles pour les faibles déformations

3.2.1. Equilibre statique

Deux études nous semblent tenter élégamment d'isoler le comportement du fût cylindrique dans un massif infini. Cet isolement est difficile car le champ des déplacements de la base et du fût sont interdépendants. En effet, lorsque la charge est appliquée en tête du pieu, la part de la charge reprise par le frottement dépend de l'élasticité relative du pieu et du sol ainsi que de l'élancement du pieu (Poulos et Davis (1968), Poulos et Mattes (1971), Butterfield et Banerjee (1971)). Tout en reconnaissant l'intérêt d'analyser le problème globalement au moyen du milieu continu (intégration de solutions fondamentales ou discrétisation par éléments finis) nous sommes contraints de rechercher des coefficients de raideur indépendants pour satisfaire à la formulation de l'équation de l'onde.

Etude découplée

Randolph et Wroth (1978) présentent une méthode de découplage du milieu continu en deux parties (fig. 4.32.a p. 419) :

- un semi-espace qui reprend la charge à la base
- une couche d'épaisseur égale à la profondeur du pieu, qui reprend le frottement.

La formulation du comportement au frottement se fait en coordonnées cylindriques (r,z), en considérant l'équilibre vertical du volume élémentaire de sol (fig. 4.32.b):

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) + r\,\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \qquad (4.161)$$

Les auteurs font l'hypothèse que le second terme de cette expression a une importance négligeable par rapport au premier. La solution de l'équation différentielle simplifiée est :

$$\tau_{rz} = \frac{(\tau_{rz})_{r=R} \times R}{r}$$

ou en simplifiant les notations :

$$\tau_{rz} \rightarrow \tau$$

$$(\tau_{rz})_{r=R} \rightarrow \tau_s \qquad (4.162)$$

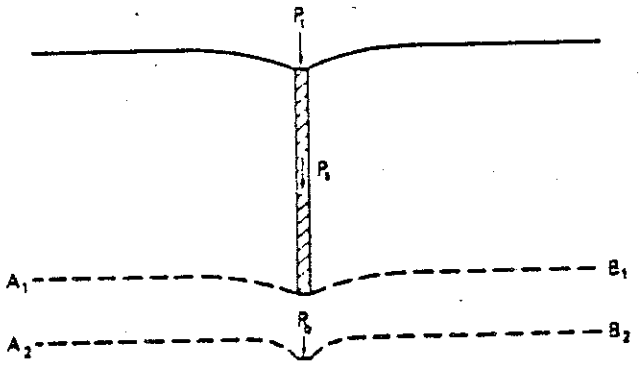
$$\tau = \tau_s \cdot \frac{R}{r} \qquad (r > R)$$

Par intégration de la déformation angulaire γ_{rz}, on obtient l'expression du déplacement u_s à la surface du fût:

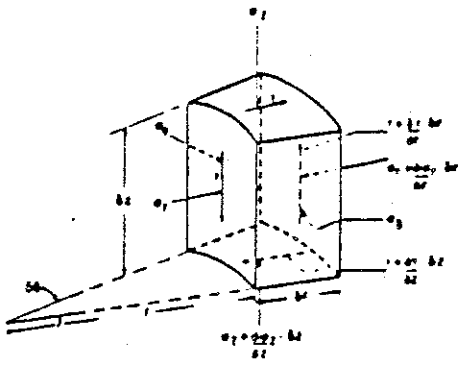
$$u_s = \frac{\tau_s \cdot R}{G} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r} \qquad (4.163)$$

Cette expression, qui correspond en fait aux hypothèses faites pour l'analyse du fût infini entraîne un déplacement infini si l'intégrale est opérée jusqu'à $r = \infty$. Comme dans le cas des problèmes de rabattement, on fait intervenir un rayon dit "rayon d'influence", R_m au-delà duquel la contrainte de cisaillement τ devient négligeable. Alors,

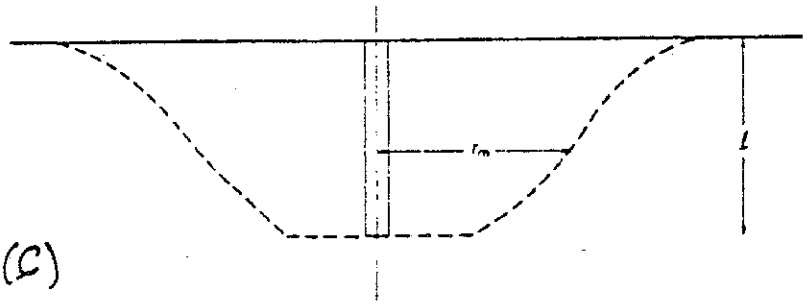
$$u_s = \frac{\tau_s \cdot R}{G} \int_R^{R_m} \frac{dr}{r} = \frac{\tau_s \cdot R}{G}\, \ell n\left(\frac{R_m}{R}\right) = \zeta\, \frac{\tau_s \cdot R}{G} \qquad (4.164)$$



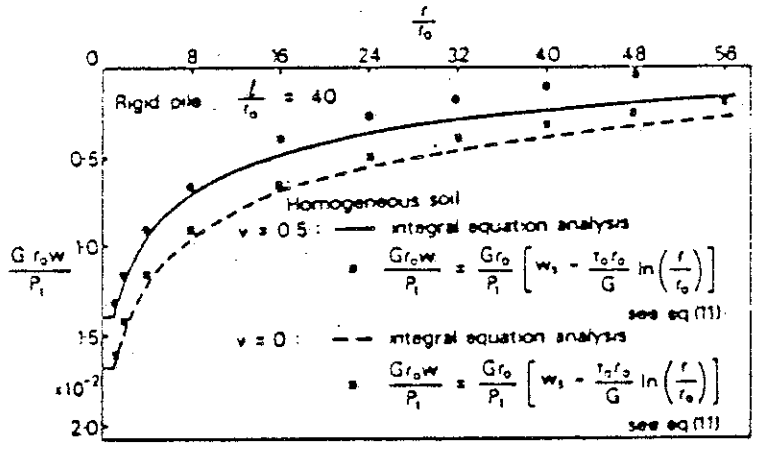
(a)



(b)



(c)



(d) Settlement Profile at Mid-Depth of Pile

ANALYSE DECOUPLEE DE RANDOLPH & WROTH (1978)

(a) Séparation en 2 milieux (b) équilibre en r, θ

(c) Rayon d'influence (d) Solution exacte

FIGURE 4.32

Comme le déplacement à la base du pieu est égal à celui de la base de la couche de sol supérieure et que le déplacement à l'infini est nul pour les deux sous-ensembles, la compatibilité des déplacements n'est imposée que partiellement. En effet, la loi de décroissance du déplacement à la surface du massif semi-infini est approximativement en 1/r. Puisque cette décroissance est plus rapide que celle donnée par la formule en logarithme, le massif semi-infini freine la déformation autrement infinie de la couche supérieure dont on souhaite une meilleure compatibilité. Cette réaction se traduit par une augmentation des contraintes verticales σ_z d'autant plus élevée que l'horizon considéré dans le milieu supérieur se rapproche de la base du pieu. revenant à l'équation complète 4.161, ceci signifie qu'avec $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} > 0$, diminuant en profondeur, la contrainte de cisaillement s'amortit plus rapidement avec le rayon en profondeur. Pour un pieu rigide, cela implique une variation en profondeur du rayon d'influence R_m tel que représenté à la figure 4.32c.

Après une discussion sur l'influence du coefficient de Poisson et l'ajustement des profils de déformation, les auteurs proposent un rayon d'influence constant, proportionnel à la profondeur D du pieu :

$$R_m = 2.5D\ (1 - \nu) \qquad (4.165)$$

Lorsque le milieu n'est pas homogène, et en particulier si le module de cisaillement croît en profondeur, les auteurs définissent un coefficient d'hétérogénéité : β.

$$\beta = \frac{(G)_{z=D/2}}{(G)_{z=D}} \qquad (4.166)$$

par lequel il faut multiplier le rayon d'influence. On constate que ce dernier diminue si les propriétés du sol croissent en profondeur.

En ce qui concerne la base, les auteurs adaptent la formule de Timoshenko et Goodier (1970) :

$$u_b = \frac{Q_b(1 - \nu)}{4RG} \cdot \eta' \qquad (4.167)$$

avec :

Q_b : force à la base

η' : facteur destiné à tenir compte de l'encastrement du pieu.

Des considérations ont été déjà portées sur le problème de l'encastrement en statique. Les observations de Randolph et Wroth vont dans le même sens : lorsqu'on isole le terme de base, il faut considérer que la charge s'applique uniquement à la base d'un trou cylindrique et non sur les parois.

Lorsque Frank (1975) considère la charge répartie à la base et sur un demi-diamètre des surfaces latéral, il trouve $\eta = 0.75$. D'après Randolph et Wroth, η est la plupart du temps supérieur à 0.85 et probablement proche de 1.
Combinant les deux termes de réaction (base et frottement), pour un pieu rigide, les auteurs obtiennent les mêmes résultats que ceux obtenus par intégration (fig. 4.32.d. p. 419). A titre indicatif, la proportion de la charge Q_b transmise à la base est donnée par :

$$\frac{Q_b}{Q} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi\eta'(1 - \nu)D}{2\zeta R}} \qquad (4.168)$$

avec :

Q : charge appliquée en tête du pieu

Q_f : charge reprise par frottement.

Après introduction de la compressibilité du pieu, le tassement u de la tête du pieu est donné par :

$$\frac{Q}{GRu} = \frac{\left[\frac{4}{\eta'(1 - \nu)} + \frac{2\pi}{\zeta} \frac{D}{R} \frac{\tanh(\mu D)}{\mu D}\right]}{1 + \frac{4}{\eta'(1 - \nu)} \frac{G}{\pi E_p} \frac{D}{R} \frac{\tanh(\mu D)}{\mu D}} \qquad (4.169)$$

où E_p : module d'élasticité du pieu

$$(\mu D)^2 = \left(\frac{2G}{\zeta E_p}\right) \cdot \left(\frac{D}{R}\right)^2 \qquad (4.170)$$

On remarque la similitude de l'expression (4.169) avec la formule donnée par Cassan (1966). Suite à l'excellente vérification de cas théoriques obtenus par intégration directe ou par éléments finis, nous opterons pour le modèle de Randolph et Wroth. Il nous semble plus satisfaisant que la longueur arbitraire plus ou moins constante ℓ_o de Cassan soit liée ici à la profondeur du pieu et d'autre part que l'on ne doive pas recourir pour la base au modèle de la sphère rigide totalement incluse.

Inclusion sphéroïdale oblongue

Selvadurai (1976) a analysé le coefficient de réaction d'une inclusion sphéroïdale rigide dans un massif homogène et élastique isotrope.
La forme adoptée (figure 4.33 a p. 423) est un ellipsoïde de révolution, centré sur l'origine d'un système d'axes et caractérisé par un grand axe vertical 2a et une section médiane horizontale circulaire de diamètre 2b.

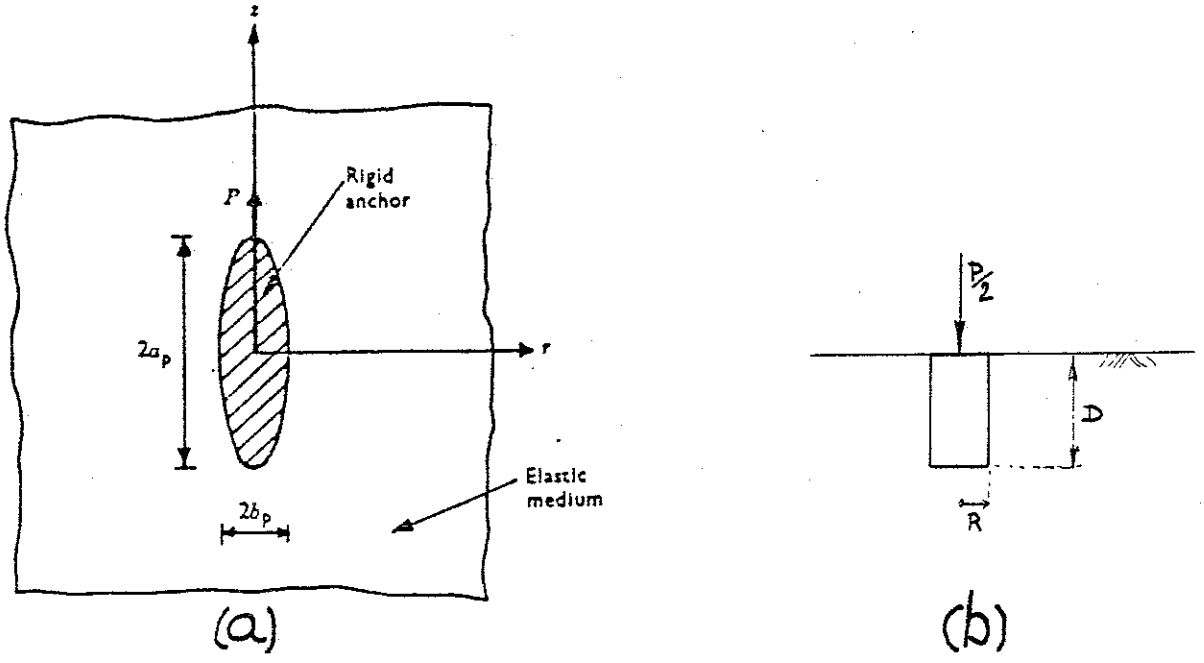
Utilisant entre autres, une transformation en un système curviligne et la méthode des champs de contraintes harmoniques, Selvadurai démontre :

$$Q = \frac{16(1-\nu)\, uGa\, \sqrt{1-\lambda^2}}{\frac{1}{2}\left[(3-4\nu) + \frac{1}{(1-\lambda^2)}\right] \ell n \frac{1+\sqrt{1-\lambda^2}}{1-\sqrt{1-\lambda^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2}}} \qquad (4.171)$$

avec Q : charge appliquée
$\lambda = b/a < 1$.

Après avoir retrouvé l'expression pour la sphère de Josselin de Jong (1957) en faisant $\lambda = 1$ dans l'expression 4.171, Selvadurai donne la limite pour $\lambda \to o$, c'est-à-dire le cas de l'éllipsoïde infiniment allongé :

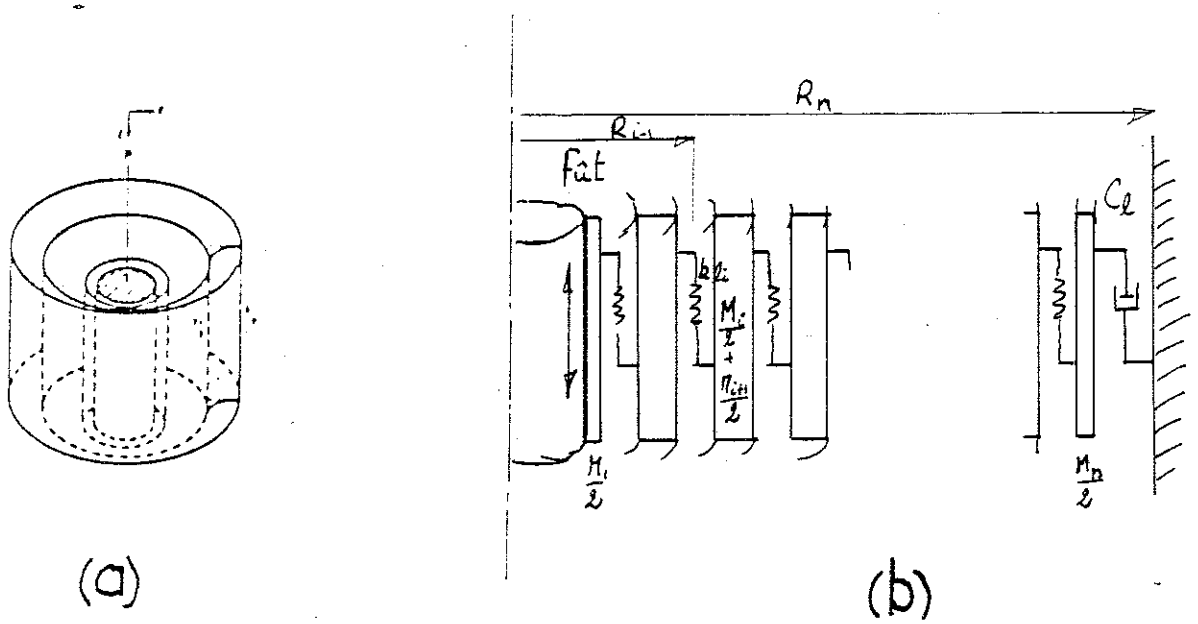
$$Q = 8\pi uGa\,(1-\nu)/\{2\,(1-\nu)\left[\ell n\left(\frac{a}{b}\right) + \ell n 2\right] - 1/2\} \qquad (4.172)$$



(a) Inclusion ellipsoidale oblongue (Selvadurai 1976

(b) Pieu cylindrique équivalent

FIGURE 4.33



MODELE UTILISE POUR LE FROTTEMENT LATERAL

(a) Mécanisme de déformation

(b) Discrétisation

FIGURE 4.36

Il précise que dans cette expression, les termes en (b/a) d'ordre 3 et supérieurs ont été négligés. On remarque que la limite $\frac{1 + \sqrt{1 - \lambda^2}}{1 - \sqrt{1 - \lambda^2}}$ pour $\lambda \to o$ a été remplacée par $\left(\frac{2}{\lambda}\right)^2$.

Effectivement, si on développe les fonction au numérateur et au dénominateur, au moyen de la formule de Taylor, nous obtenons :

$$\frac{2 - \frac{\lambda^2}{2!} - \frac{\lambda^2}{4!} \cdots - \frac{\lambda^{2n}}{2n!}}{\frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^4}{4!} \cdots\cdots + \frac{\lambda^{2n}}{2n!}} \simeq \frac{4}{\lambda^2} = \left(\frac{2}{\lambda}\right)^2 \quad \text{pour } \lambda \to 0. \qquad (4.173)$$

L'erreur commise en tronquant la série à l'ordre 1 au numérateur et à l'ordre 3 au dénominateur est apprêciée dans le tableau ci-après qui donne les valeurs comparées de :

$$\ell n \frac{1 + \sqrt{1 - \lambda^2}}{1 - \sqrt{1 - \lambda^2}} \text{ et de } 2 \ell n \frac{2}{\lambda}$$

λ	1	0.5	0.2	0.1	0.01	0.001
$\ell n \frac{1 + \sqrt{1-\lambda 2}}{1 - \sqrt{1-\lambda^2}}$	∞	2.634	4.585	5.986	10.597	15.202
$2 \ell n \frac{2}{\lambda}$	1.356	2.773	4.605	5.991	10.597	15.202

On voit donc que l'approximation est valable pour toute valeur de λ inférieure à 0.1. Cette bonne approximation et dûe au fait que λ apparaît toujours à la puissance 2. Pour se ramener au cas qui nous intéresse, il nous apparaît justifié de considérer un demi-ellipsoïde dont le plan médian correspond à la surface du massif semi-infini (voir figure 4.33.b. p. 423).
Pour utiliser les résultats de Selvadurai, il faut donc faire les hypothèses suivantes :

- le pieu cylindrique est remplacé par un demi-ellipsoïde fortement allongé
- la force appliquée est reprise uniquement par frottement latéral sur le cylindre circonscrit à l'ellipsoïde
- on néglige la condition de continuité radiale en admettant que la rigidité d'un masif infini est égale à la somme des rigidités des 2 massifs semi-infinis complémentaires.

Dans ces conditions, la force latérale est :

$$Q_f = 2\pi RD\tau_s \qquad (4.174)$$

la formule 4.172 se réécrit, en admettant : $\begin{cases} b = R \\ a = D \end{cases}$

$$Q_f = \frac{8\pi\, u_s\, GD\,(1-\nu)}{2(1-\nu)\left[\ln\frac{2D}{R}\right] - 1/2} \qquad (4.175)$$

Combinant 4.174 et 4.175, nous obtenons :

$$\frac{u_s \cdot G}{\tau_s R} = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{2D}{R} - \frac{1}{4(1-\nu)}\right) \qquad (4.176)$$

Comparaisons des 2 méthodes présentées

Si nous comparons les expressions 4.176 et 4.164, nous obtenons par analyse de Selvadurai, l'équivalent du rayon d'influence introduit par Randolph; et donc en affectant un indice e (ellipsoïde) pour distinguer les variables du paragraphe précédent, nous obtenons :

$$\zeta_e = \frac{u_s\ G}{\tau_s \cdot R} = \frac{1}{2}\left(\ell n\ \frac{2D}{R} - \frac{1}{4(1-\nu)}\right) \qquad (4.177)$$

Cette expression se compare à la valeur semi-théorique de Randolph :

$$\zeta = \ell n\ \frac{2.5\ D\ (1-\nu)}{R}$$

Pour $\nu = 0.4$, ces valeurs sont comparées pour divers élancements de pieux, dans le tableau suivant :

D/R	1	2	5	10	20	50	100	1000
ζ	0.4	1.10	2.01	2.71	3.4	4.32	5.01	7.31
ζ_e	.138	0.48	0.94	1.29	1.64	2.09	2.44	3.59
$\zeta_{e\ell}$				1.64	2.09	2.66	3.11	

On constate qu'en dépit de la disparité des deux raisonnements, la forme par laquelle s'exprime le tassement du fût u_s suite à une contrainte de cisaillement τ_s est la même. De plus, les 2 fonctions font intervenir le rapport d'élancement adimensionnel D/R dans une fonction logarithme. Le tassement prédit par la théorie de l'ellipsoïde est plus faible (environ 50 %) que celui prédit par Randolph et Wroth. Ceci s'explique par l'approximation de forme du cylindre à l'ellipsoïde. Dans le cas de l'ellipsoïde, une partie de la réaction est obtenue vers la zone inférieure qui travaille un peu comme une base, et d'autre part, la surface latérale effective est plus faible que celle du cylindre circonscrit.

Pour obtenir une correction sur la surface supposée, considérons la surface totale S_e de l'ellipsoïde :

$$S_e = 2\pi b^2 + \frac{2\pi ab}{\sqrt{1-\lambda^2}}\ \text{arc sin}\ \sqrt{1-\lambda^2} \qquad (4.178)$$

ou pour se rattacher au Rayon : R et profondeur D du fût :

$$S_e = \pi R^2 + \pi\ \frac{RD}{\sqrt{1-\lambda^2}}\ \text{arc sin}\ \sqrt{1-\lambda^2} \qquad (4.179)$$

ou en faisant tendre $\lambda \to o$:

$$S_e = \pi R^2 + \frac{\pi^2}{2} RD \qquad (4.180)$$

En faisant le rapport de cette surface à la surface considérée en premier lieu, on s'apperçoit que pour de grandes valeurs de l'élancement, le terme πR^2 devient négligeable mais que le rapport tend vers $\pi/4$. L'enfoncement du fût est donc à multiplier par $4/\pi$. Lorsque l'on applique cette correction, aux valeurs calculées par l'expression 4.176 et que l'on adopte :

$$\zeta_{e\ell} = \frac{2}{\pi} \left[\ell n \left(\frac{2D}{R}\right) - \frac{1}{4(1-\nu)} \right] \qquad (4.181)$$

on s'aperçoit que l'on se rapproche un peu de la solution de Randolph. Dans ces conditions le rapport des enfoncements pour $\lambda \to 0$ est :

$$\lim \frac{\zeta}{\zeta_{e\ell}} = 1.585 \simeq \frac{\pi}{2} \text{ pour } \lambda \to 0 \ (\nu = 0.4)$$

Cette différence qui est un peu plus faible peut encore s'expliquer par le fait que l'ellipsoïde travaille à sa base. Il faut remarquer que cette limite dépend à priori de la valeur du coefficient de Poisson ν. C'est pourquoi ces limites ont été évaluées numériquement pour des valeurs très faibles de λ.

Valeurs de $\zeta/\zeta_{e\ell}$ et $\zeta,/\zeta_{e\ell}$ pour $\lambda \to o$

ν	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$\zeta/\zeta_{e\ell}$	1.596	1.615	1.600	1.600	1.585	1.574
$\frac{\zeta'}{\zeta_{e\ell}}$	1.296	1.288	1.282	1.274	1.266	1.258

On en conclut que le modèle semi-théorique de Randolph et Wroth est en relation parfaite avec les expressions obtenues par l'analyse de l'ellipsoïde.

Les valeurs obtenues sont proportionnelles et ne dépendent pas de la valeur de ν, le rapport s'établissant à $\pi/2$.

Compte tenu de la simplicité du modèle de Randolph et Wroth, de la meilleure fidélité aux hypothèses de travail (forme cylindrique) et de la possibilité de l'implémenter de manière à tenir compte de certaines hétérogénéités, nous le retiendrons pour notre analyse de l'équilibre statique.

Si l'on voulait d'ailleurs raffiner le modèle de Randolph pour le cas de l'ellipsoïde, il faudrait tenir compte que le rayon auquel s'applique la contrainte de cisaillement décroît en profondeur. Pour prendre un rayon représentatif du problème, il faudrait prendre : $\pi R/4$, qui est le rayon moyen sur la profondeur de l'ellipsoïde. Dans ces conditions, l'expression de Randolph donnant ζ' pour l'ellipsoïde est:

$$\zeta' = \frac{\pi}{4} \ell n \frac{10D\,(1-\nu)}{\pi R} \qquad (4.182)$$

La valeur du rapport $\zeta'/\zeta_{e\ell}$ pour $\lambda = 10^6$ est également fournie au tableau précédent. On remarque que la limite ne dépend pas du coefficient de Poisson et s'établit autour de $4/\pi$ (= 1.273). Il s'en suit que la valeur du rayon d'influence adopté par Randolph : 2.5 D $(1-\nu)$ est une simplification acceptable dans le domaine qui nous intéresse. Il serait possible d'en donner la valeur correspondante déduite de la théorie de l'ellipsoïde, mais les hypothèses nécessaires déjà réalisées ne nous semblent pas apporter plus de certitude.

3.2.2. Equilibre dynamique

Approches possibles

Il n'existe pas de solution exacte au problème de la vibration d'un corps cylindrique encastré dans un massif semi-infini en raison d'évidents obstacles mathématiques. La méthode des éléments finis a été utilisée avec un relatif succès (Lysmer et Kuhlemeyer (1969), Chow (1982)) à des cas particuliers. Pour le calcul des vibrations harmoniques, pour des valeurs fixes des paramètres adimensionnels régissant le problème, il a été possible de produire un certain nombre

d'abaques que l'ingénieur peut utiliser pour le problème particulier qu'il a à traiter. Les paramètres régissant l'ensemble du problème sont :

$a_o = \frac{\omega R}{v_s}$

D/R

E_p/E

ν

ρ

ρ_o, masse volumique du pieu cylindrique.

A titre d'exemple sont donnés à la figure 4.34.a. p. 431 les valeurs des fonctions de déplacement F_1 et F_2 en fonction de a_o pour différentes valeurs de E_p/E et de D/R pour le cas des pieux en béton (E_p= 40000 MPa, ρ_o = 2500 kg/m^3). Cependant dans l'analyse de ces cas par éléments finis, on a fait l'hypothèse d'un massif semi-infini élastique istotrope et homogène. Il en résulte que l'utilisation de ces abaques à notre problème n'est pas évidente.

C'est pourquoi nous exposerons ci-après les équations fondamentales du mouvement harmonique d'un fût cylindrique rigide dans un milieu infini, et verrons de quelle manière il nous sera possible de l'adapter au problème du battage.

Théorie élastique

Les hypothèses nécessaires à l'analyse simplifiée du comportement harmonique du fût cylindrique sont :

- le fût est infini
- le fût est incompressible.

Ces hypothèses conduisent à un mouvement indépendant du plan perpendiculaire au fût choisi pour analyser le problème. Le milieu est le siège d'ondes de cisaillement cylindriques, dont l'équation différentielle a été proposée par Baranov (1967) dans un système d'axe cylindrique (r,z) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{v_s^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (4.183)$$

qui n'est autre que l'équation 4.161, avec $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = o$ et dans laquelle on a introduit le terme d'inertie (équilibre dynamique suivant l'axe z). Cette équation n'est autre que celle de la membrane vibrante, dont la solution générale est classique : avec $u = u_o\, e^{i\omega t}$

$$u_o = i\, H_o^{(2)}\,(a_o) \qquad (4.184)$$

avec $H_o^{(2)}$: fonction de Hankel de seconde espèce d'ordre zéro, explicitée par l'expression :

$$H_o^{(2)}(a_o) = J_o(a_o) + i\, Y_o\,(a_o) \qquad (4.185)$$

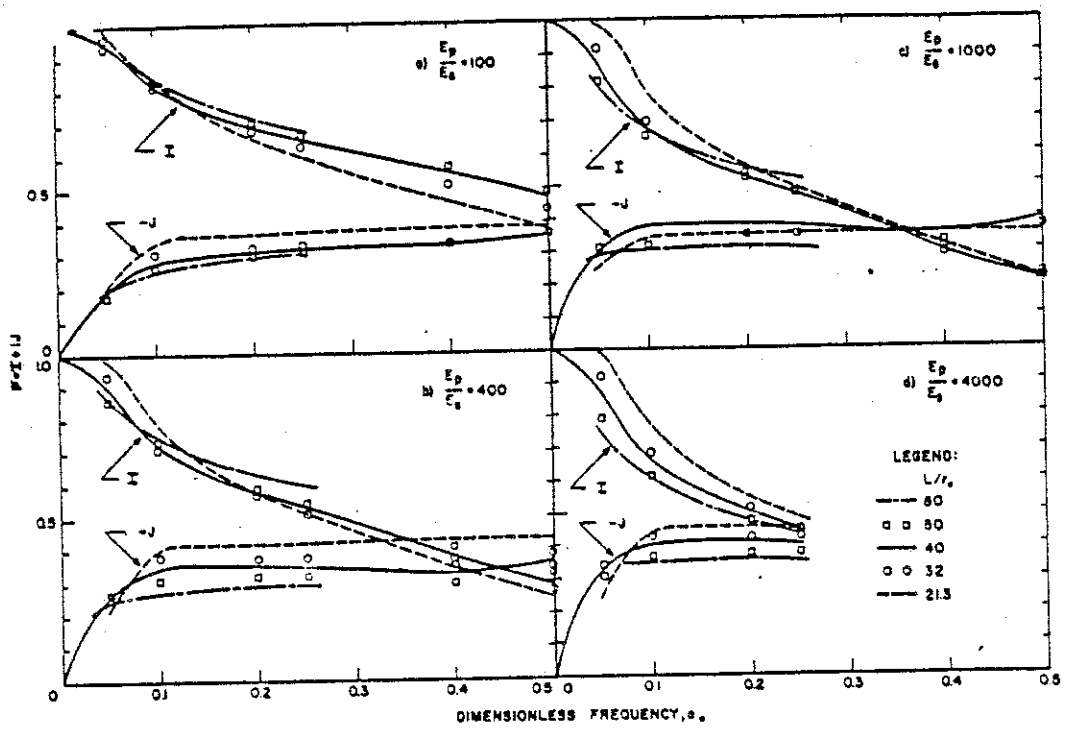
avec J_o : fonction de Bessel d'ordre zéro et :

$$Y_o = \lim_{\varepsilon \to o} \frac{J_\varepsilon(a_o)\cos(\varepsilon\pi) - J_\varepsilon(a_o)}{\sin(\varepsilon\pi)} \qquad (4.186)$$

en utilisant la relation : $\tau_{rz} = G\frac{\partial u}{\partial r}$, on peut démontrer que :

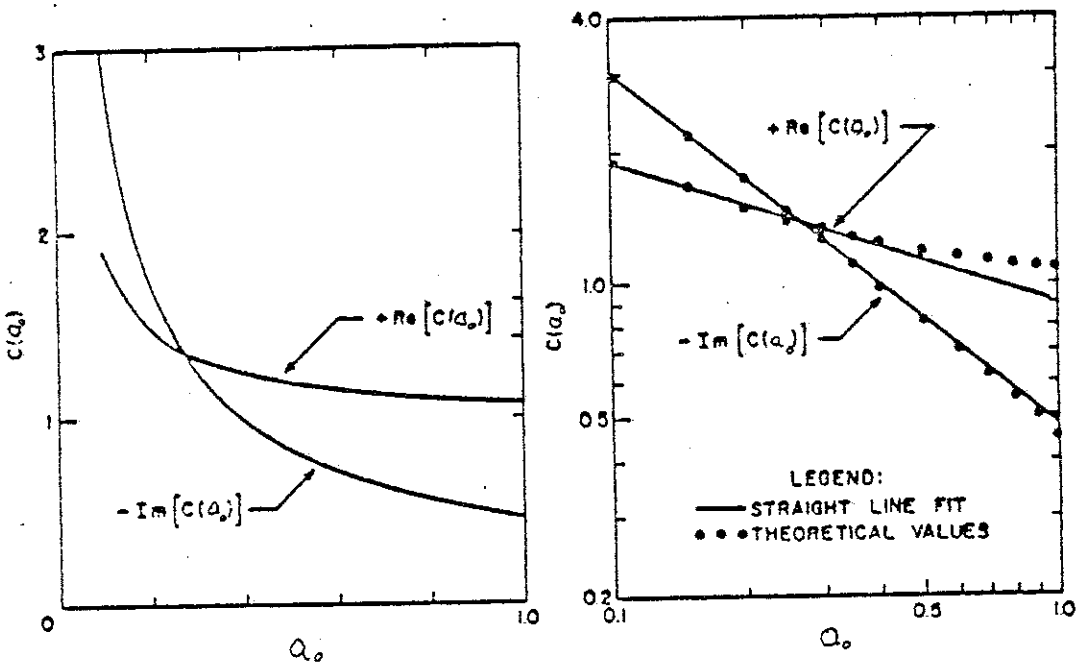
$$\tau_{rz} = -\, i\, \frac{\omega}{v_s}\, G\, H_1^{(2)}(a_o) \qquad (4.187)$$

avec $H_1^{(2)}$: fonction de Hankel de seconde espèce, d'ordre 1, explicitée par l'expression :



(a)

—Displacement Functions F as Functions of E_p/E_s and L/r_0 for Concrete Piles



(b)

FONCTIONS DE DEPLACEMENT DE FONDATIONS ENTERREES

(a) F1(=I) et F2(=J) pour des pieux en beton

(b) fût infini incompressible

Kuhlemeyer (1979)

FIGURE 4.34

$$H_1^{(2)} = J_1 - i\, Y_1 \qquad (4.188)$$

avec J_1 : fonction de Bessel de premier ordre et :

$$Y_1 = \lim_{\varepsilon \to 1} \frac{Y_\varepsilon \cos(\varepsilon\pi) - Y_{-\varepsilon}}{\sin(\varepsilon\pi)} \qquad (4.189)$$

Les équations 4.184 et 4.185 forment la solution recherchée que l'on adapte aux conditions aux limites spécifiées : amplitude du déplacement ou de la contrainte de cisaillement périodique au contact du fût (r = R) et déplacement nul à l'infini. Les ondes de cisaillement sont axifuges et ne sont victimes d'aucune réflexion. Pour trouver la frontière cylindrique présentant cette propriété, afin d'éviter la modélisation jusqu'à de grandes distances de l'axe, cette dernière devrait absorber l'énergie des ondes de cisaillement incidentes. On peut en définir le comportement par l'équation :

$$\tau_{rz} = C_h \dot{u} \qquad (4.190)$$

$$\text{avec } C_h = \rho v_s\, C(a_o) \qquad (4.191)$$

et :

$$C(a_o) = -i \frac{H_1^{(2)}(a_o)}{H_o^{(2)}(a_o)} \qquad (4.192)$$

$C(a_o)$ est une expression complexe dont les parties réelles et imaginaires ont été mises en graphique par Kuhlemeyer (1979) et sont reproduites à la figure 4.34.b. p.431. La partie réelle est en phase avec la vitesse et représente donc l'amortissement géométrique tandis que la partie imaginaire, étant en phase avec le déplacement, représente le coefficient de ressort. On constate que pour a_o très faible, on doit retrouver le cas statique : la partie imaginaire de $C(a_o)$ devient infinie et exprime bien le déplacement infini déjà noté au paragraphe 2.1. (éq. 4.163 et 4.164), puisque le rayon d'influence considéré ici est infini. Par contre, pour des valeurs non nulles de a_o, le milieu infini se comporte comme s'il était capable de fournir une partie de sa réaction en phase avec le déplacement : cette caractéristique provoquera des difficultés lorsqu'il s'agira de trouver un système équivalent à un degré de liberté dont le coefficient de ressort correspondra au cas statique.

Lorsque a_o prend des valeurs de plus en plus grandes, la partie imaginaire de C (a_o) diminue vers zéro tandis que la partie réelle de C (a_o) tend vers 1. Ceci signifie :

$$\frac{\tau_{rz}}{\dot{u}} = \rho v_s \qquad (4.193)$$

Cette condition prévaut pour les ondes planes de cisaillement. On peut donc affirmer que pour des valeurs élevées de a_o l'action du massif sur le pieu est purement de l'amortissement; ce phénomène se réalise pour :

- les grandes valeurs de r (le cylindre devient un plan)
- les grandes valeurs de ω (la longueur d'onde diminue)
- les faibles valeurs de v_s (G faible et/ ou ρ élevé).

L'amortissement géométrique dans ces conditions est un dashpot (réaction visqueuse) décrit par l'équation 4.193.
Outre les variations de C (a_o), l'équation 4.190-191, démontre que l'amortissement est proportionnel à l'impédance spécifique ρv_s du milieu en cisaillement.
L'équation 4.190 étant axée sur l'amortissement qui, on l'a vu, peut représenter l'essentiel à haute fréquence ou à grand éloignement du pieu, nous donnerons ci-après l'équation alternative basée sur le déplacement :

$$\tau_{zr} = G\,(S_1' + i\,S_2')\,u \qquad (4.194)$$

avec :

$$S_1' = \frac{J_1(a_o)\,J_o(a_o) + Y_1(a_o)\,Y_o(a_o)}{J_o^2(a_o) + Y_o^2(a_o)} \cdot \frac{\omega}{v_s}$$

$$S_2' = \frac{Y_o(a_o)\,J_1(a_o) - Y_1(a_o)\,J_o(a_o)}{J_o^2(a_o) + Y_o^2(a_o)} \cdot \frac{\omega}{v_s} \qquad (4.195)$$

Ainsi qu'on le constate, ces termes ne dépendent pas uniquement du paramètre adimensionnel a_o.
Par contre, si l'on travaille avec le frottement T par unité de longueur :

$$T = 2\,\pi R\,\tau_{rz}$$
et :
$$T = G\,(S_1 + i\,S_2)\,u \qquad (4.196)$$

on obtient alors :

$$S_1 = 2\,\pi\,a_o \cdot \frac{J_1\,J_o + Y_1\,Y_o}{J_o^2 + Y_o^2}$$

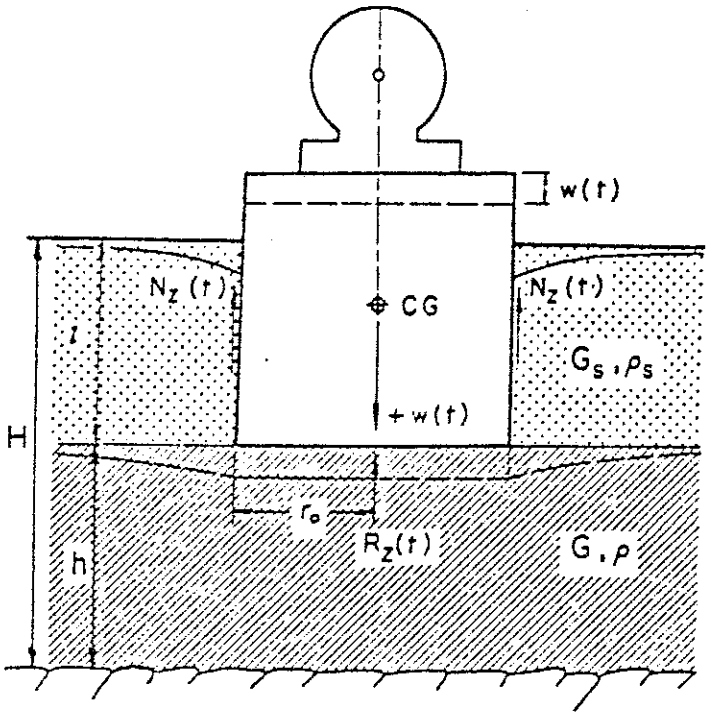
$$S_2 = 2\,\pi\,a_o \quad \frac{Y_o\,J_1 - Y_1\,J_o}{J_o^2 + Y_o^2} \qquad (4.197)$$

Baranov a proposé la simplification suivante : $Y_o\,J_1 - Y_1\,J_o = 2/\pi a_o$, qui résulte en une erreur de 15 % à $a_o = o$ et négligeable au delà de $a_o = 1$. Moyennant cette simplification, Novak (1972) a présenté les graphiques donnant S_1 et S_2 reproduite à la figure 4.34.c. p.435, ainsi que leur expression approchée sous forme de série :

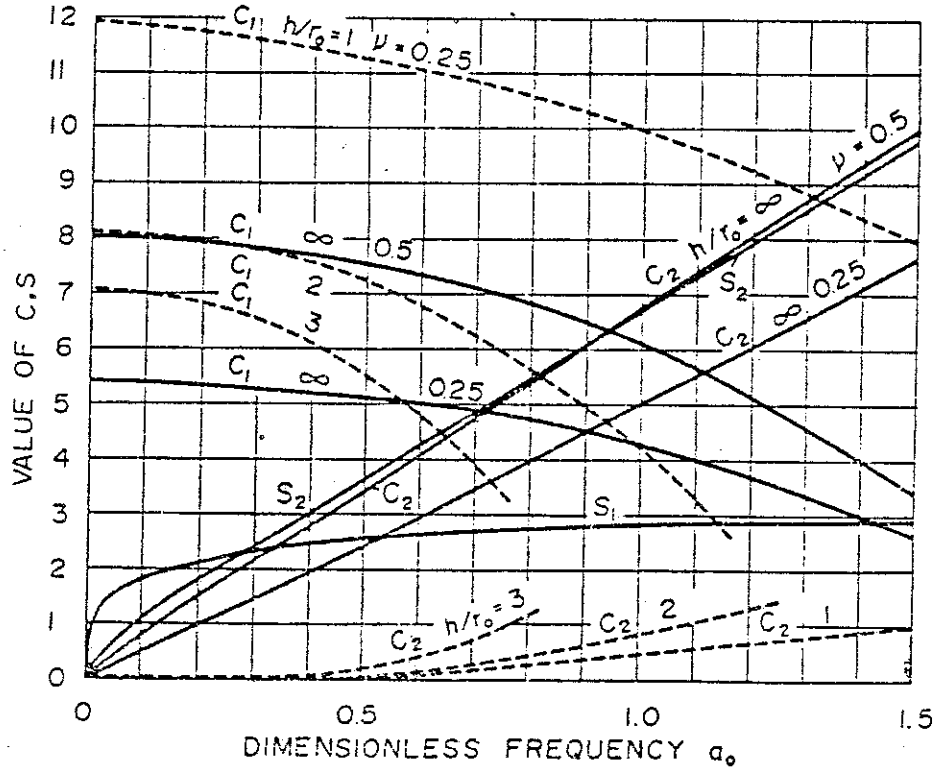
$$S_1 = 0.2153\,a_o + \frac{2.760 a_o}{a_o + 0.06084}$$

$$S_2 = 6.059\,a_o + \frac{0.7022\,a_o}{a_o + 0.01616} \qquad (4.198)$$

On remarquera que ces valeurs ne dépendent pas du coefficient de Poisson, comme c'est le cas pour la résistance à la base mais que la variation en fonction de a_o est forte. On constate également que les deux expressions s'annulent pour $a_o \to o$.



Embedded Footing Excited Vertically



Stiffness Parameters C_1, S_1 and Damping Parameters C_2, S_2 for Half-Space, Stratum (Dashed Lines) and Side Layer

FONCTIONS DE DEPLACEMENT DE FONDATIONS ENTERREES

(c) Sollicitations S1 et S2

Novak (1972)

FIGURE 4.34

Dans ces conditions, il est illusoire de chercher un système équivalent à un degré de liberté dont les caractéristiques constantes (masse, ressort, dasphot) sont valables pour toute fréquence. Plus hypothétique encore dans ce schéma est la modélisation des hétérogénéités et des grands déplacements. Ces aspects étant essentiels pour l'analyse des signaux transitoires générés par le battage, nous nous verrons contraints de chercher dans la direction d'un modèle unidimensionnel, à l'instar de ce qui a été fait pour la base, mais sans disposer de l'étape que l'analyse de Lysmer nous avait permis d'assurer.

3.3. Comportement du milieu non élastique et non linéaire aux fortes déformations.

Ainsi que nous l'avons fait pour la base, nous allons examiner l'incidence d'une loi de comportement intrinsèque du sol sur la déflection du fût du pieu en fonction de la charge appliquée. Puisque in fine nous avons adopté une loi hyperbolique, c'est cette même loi qui sera utilisée ici :

$$\eta = \frac{1}{\frac{1}{(\gamma/\gamma_r)} + 1}$$

$$\text{ou} \quad \frac{\gamma}{\gamma_r} = \frac{\eta}{1 - \eta}$$

où par analogie avec les équations 4.153, η est le taux de mobilisation de la résistance au cisaillement : $\eta = \frac{\tau}{\tau_f}$
avec τ_f = résistance au cisaillement tandis que γ_r est la déformation angulaire de référence définie par :

$$\gamma_r = \frac{\tau_f}{G_i}$$

avec G_i module de cisaillement initial ou tangent.

Pour le cas d'un pieu rigide infini, la répartition de la contrainte de cisaillement cylindrique τ_{rz} est connue en fonction du rayon (formule 4.162); le tassement du fût s'obtient en intégrant les déformations angulaires :

$$u_s = \int_R^{R_m} \gamma \, dr = \int_R^{R_m} \frac{dr}{\frac{G_i r}{\tau_s R} - \frac{1}{\gamma_r}} = \frac{R\tau_s}{G_i} \int_1^{R_m/R} \frac{d\xi}{\xi - \eta}$$

$$= \frac{R\tau_s}{G_i} \Big| \ln (\xi - \eta) \Big|_1^{R_m/R} = \frac{R\tau_s}{G_i} \ln \frac{R_m/R - \eta}{1 - \eta}$$

Cette formule nous permet bien de retrouver la solution élastique dans le cas où le taux de mobilisation η tend vers zéro.

Pour étudier la non-linéarité de la courbe d'enfoncement, nous avons representé à la figure 4.27 p. 407, la courbe d'enfoncement du fût pour lequel $\ln R_m/R = 5$ ($R_m = 30$ m pour $r = 0.21$ m) en fonction du taux de mobilisation. La courbe obtenue est bien tangente dans sa partie initiale à la droite obtenue avec le milieu élastique caractérisé par $G = G_i$. Au fur et à mesure que la charge augmente, la courbe se décolle du segment de droite pour atteindre une pente infinie lorsqu'elle atteint asymptotiquement la charge de rupture. Pour cet exemple, la courbe adimensionnelle reste plus raide au départ que celle obtenue pour la base avec la même loi intrinsèque mais ensuite plonge plus rapidement. Ceci indique que la plastification intéresse des zones peu éloignées du pieu qui cèdent alors plus brutalement lorsque la mobilisation devient excessive.

Pour se convaincre de ce phénomène, on a représenté à la figure 4.35 p. 439, le rapport adimensionnel :

$$\frac{u_s \, G_i}{R \, \tau_s} = \ln \frac{\frac{R_m}{R} - \eta}{1 - \eta}$$

en fonction de R_m/R dans une échelle logarithmique, pour plusieurs valeurs de η. Ce rapport adimensionnel donne une idée de l'accroissement du tassement avec le rayon d'influence pour différents taux de mobilisation de la résistance au cisaillement du fût. Ces courbes renversées donnent en fait le profil de tassement au départ du fût $R_m/R=1$ vers l'infini pour plusieurs taux de mobilisation de la résistance. Pour les faibles valeurs de η, la loi

logarithmique du profil de tassement est respectée (droite en coordonées semi-logarithmiques). Au fur et à mesure que η augmente, la partie proche du fût génère une déformation aditionnelle par rapport à celle indiquée par l'allure linéaire observée pour les grands rayons et prolongée en traits interrompus. Ce graphique confirme bien le caractère local de la non-linéarité et du mécanisme de glissement. Ce caractère local est appréhendé dans certains modèles (Cambefort, Cassan) par le rayon au-delà duquel les déformations deviennent négligeables; en fonction du taux de mobilisation, ce rayon vaut 2 à 4 fois le rayon du pieu, ce qui est confirmé par les valeurs empiriques. En ce qui nous concerne, dans l'optique du modèle de Randolph et Wroth, ce fait tend à montrer la plus faible influence du choix du rayon d'action R_m sur le calcul de l'enfoncement du fût aux grandes sollicitations pour autant que R_m soit choisi dans la plage fixée par Randolph et Wroth, pour la pratique : $50 < R_m/R < 200$. Nous en retenons qu'aucune raison ne s'oppose à utiliser les valeurs proposées par ces auteurs pour le calcul aux grandes déformations.

3.4. Modèle unidimensionnel

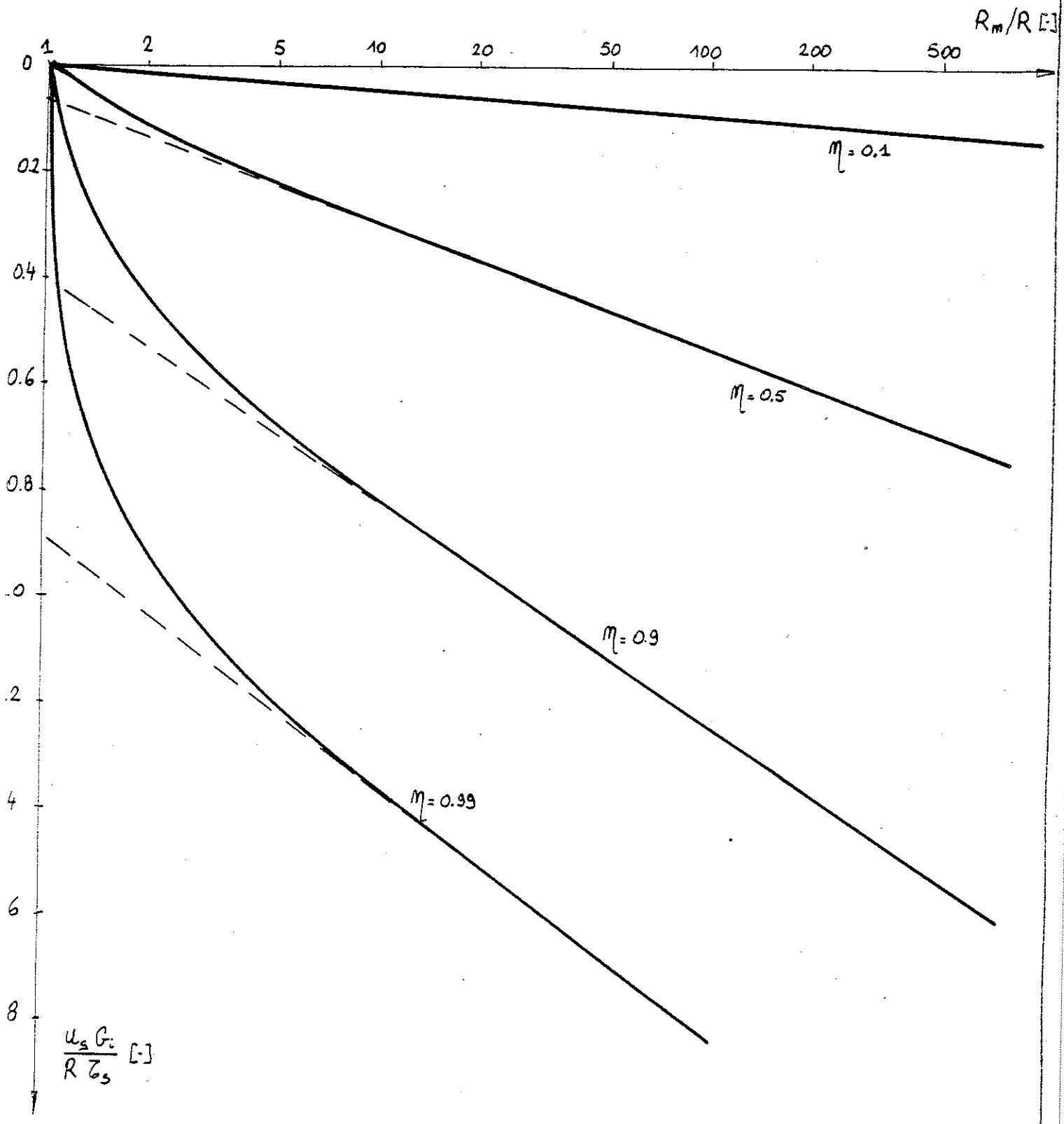
3.4.1. Dérivation

Pour respecter toujours la formulation unidimensionnelle de l'équation de l'onde dans le pieu, notre objectif est de mettre au point un modèle discret pourvoyant une réaction semblable à celle donnée par les couches supérieures à la base. Pour ce faire, considérons à nouveau l'équation élémentaire des ondes cylindriques de cisaillement et appliquons-la à des cylindres de sol concentriques, d'épaisseur constante et de hauteur unitaire. (voir figure 4.36 p. 423).

Si on appelle Δr l'incrément de rayon définissant l'épaisseur des cylindres considérés; leur différentes masses M_i s'expriment par :

$$M_i = \pi \left[(R_i + \Delta r) \right]^2 - R_i^2]$$
$$= 2\pi \Delta r \, (R_i + \Delta r) \qquad (4.199)$$

avec i : numero d'ordre du cylindre : $i = 1 \ldots n$
avec R_i : rayon séparant les volumes : $R_i = R + i\Delta r$ (4.200)



PROFIL DE DEPLACEMENT ADIMENSIONNEL EN FROTTEMENT POUR DIFFERENTS TAUX η DE MOBILISATION LOI HYPERBOLIQUE

FIGURE 4.35

Dans le modèle discret, on répartit les masses calculées en 2 parts égales aux extrémités des segments de rayon. On concentre donc les masses aux points de division de la coordonée radiale.

Pour obtenir les coefficients de réaction $k_{\ell i}$ entre les différentes masses, on considère la distorsion du volume annulaire compris entre deux surfaces cylindriques de séparation :

$$u_{i+1} - u_i = \gamma_i \, \Delta r = \frac{\tau_i}{G} \Delta r = \frac{T}{2 \pi \left(R_i + \frac{\Delta r}{2}\right)} \cdot \frac{\Delta r}{G}$$

$$k_{\ell i} = \frac{T_i}{u_{i+1} - u_i} = \frac{2 \pi G \left(R_i + \frac{\Delta r}{2}\right)}{\Delta r} \qquad (4.201)$$

Connaissant les masses et les ressorts, il suffit alors d'intégrer les équations du mouvement de la même façon que pour l'équation de l'onde du pieu. Pour éviter de modéliser l'épaisseur unitaire de sol considérée jusqu'au rayon infini, ce qui n'est pas à exclure pour l'analyse de signaux transitoires, il est fait appel à l'observation théorique du paragraphe précédent. On y a vu que pour autant que a_o devienne grand, on peut substituer le reste du massif latéral infini par un dashpot dont la constante d'amortissement vaut:

$$C_\ell = 2\pi R_n \rho v_s = 2\pi R_m \sqrt{G\rho} \qquad (4.202)$$

(pour autant que l'on ait $(a_o)_{r=R_m} = a'_o$ suffisamment grand). Cela signifie que l'éloignement de ce cylindre absorbant devra être inversément proportionnel à la fréquence analysée pour garantir la même précision de calcul.

3.4.2. Vérification du cas élastique homogène infini

Pour vérifier notre modèle par rapport à des résultats fiables et connus, nous le ferons travailler de manière harmonique dans un espace supposé infini. Les paramètres choisis pour la simplicité des variables adimensionnelles sont :

$R = 1$ m
$G = 5$ MPa
$\rho = 0.002$ Mkg/m^3 $\}$ $v_s = 50$ m/s.
$R_m = 20$ m
$\Delta r = 0.25$ m

La fréquence minimale analysable valablement est déterminée pour par exemple $a'_o \geq 1$, ou :

$$\omega_{min} = \frac{v_s}{R_m} = \frac{50}{20} = 2.5 \text{ rad/sec.} \qquad (4.203)$$

La force sinusoïdale appliquée à la frontière intérieure de l'espace annulaire considéré a une amplitude de T = 10.487 MN par mètre linéaire de pieu. Cette amplitude a été choisie de manière à provoquer un enfoncement statique unitaire dans la situation où le rayon d'influence est de 20 m. En effet :

$$u_s = \frac{T}{2\pi G} \ln\left(\frac{R_m}{R}\right) = \frac{10.487}{2 \times \pi \times 5} \ln\left(\frac{20}{1}\right) = 1 \text{ m} \qquad (4.204)$$

Cependant, à la limite du modèle (R_m = 20 m), un dashpot simulant l'espace infini a été introduit en accord avec l'expression 4.202.
Pour faire le calcul avec un pieu comportant une masse, on a introduit le paramètre adimensionnel b' défini par :

$$b' = \frac{M_\ell}{\rho \pi R^2} = \frac{\overline{\rho}}{\rho} \qquad (4.205)$$

où M_ℓ est la masse du pieu par mètre courant. Lorsque le pieu est plein et caractérisé par une masse volumique $\overline{\rho}$, la seconde expression est utilisée.
Pour voir dans quelles limites la valeur de b' peut varier, on considère 2 cas, avec $\rho = 2000$ kg/m^3 :

- tube épris d'acier : par exemple un des tubes utilisés pour le battage des pieux moulés dans un sol : diamètre extérieur $\emptyset_e$ 420 mm, épaisseur 25 mm :

$$M_\ell = \pi \phi_e \cdot e \cdot \rho_a = 259 \text{ kg/m}$$

$$b' = \frac{M_\ell}{\pi \times 2000 \times (0.21)^2} = \frac{259}{277} = 0.93$$

- pieu préfabriqué en béton fortement armé : $\bar{\rho} = 2700$ kg/m^3

$$b' = \frac{2700}{2000} = 1.35$$

En élargissant les valeurs extrêmes, on peut considérer que dans la pratique des cas, b' varie dans le domaine défini par :

$$0.5 \leqslant b' \leqslant 1.5 \qquad (4.206)$$

et une valeur représentative est : b' = 1.

Pour donner à la variable adimensionnelle b' des valeurs simples, (0, 0.5, 1, 10) les masses linéaires correspondantes ont été calculées : M_ℓ : 0, $\pi/1000$, $\pi/500$, $\pi/50\ 10^6$ kg.

Les amplitudes du déplacement périodique s'obtiennent par la demi-différence entre les points hauts et les points bas, la moyenne n'étant pas égale à zéro à cause de l'action de la phase transitoire sur la frontière extérieure (dashpot incapable d'équilibrer les signaux à basse fréquence). Les résultats du facteur d'amplification dynamique, défini artificiellement par rapport au cas statique avec R_m=20m, sont présentés dans le tableau suivant. Ils ont été obtenus avec une discrétisation du cylindre de sol en 76 éléments.

FACTEUR D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE DEFINI PAR RAPPORT AU CAS STATIQUE R_m = 20 m.

a_o =	0.02	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	1.0	1.2	1.6	2.0
b' = 0	–	–		.69	.65	.512	.467	.422	.366	.35	.29	.25	.198	.165
b' = 1			.97	.70	.68	.55	.50	.46	.407	.378	.310	.264	.179	.140
b' = 10			1.03	.79	.735	.668	.523	.417	.306	.236	.150	.103	.056	.036
S_1	.687	.1256	1.74	2.16	2.36	2.48	2.57	2.64	2.69	2.74	2.82	2.89	300	3.11
S_2	.510	.834	1.21	1.86	2.48	3.10	3.71	4.32	4.93	5.54	6.75	7.96	10.39	12.81
$\frac{10.487}{G\sqrt{S_1^2+S_2^2}}$	2.456	1.39	.988	.734	.611	.527	.464	.414	.373	.339	.286	.247	.194	.159

Ces résultats sont portés en graphique en fonction de la fréquence adimensionnelle à la figure 4.37 p. 445. Ils indiquent tous une décroissance monotone de l'amplitude du mouvement avec la fréquence. Il n'y a pas à proprement parler de résonance, sauf pour une fréquence nulle où les déplacements deviennent infinis ainsi qu'il faut s'y attendre avec le support limite de type uniquement visqueux. L'effet de la masse est d'augmenter les amplitudes en basse fréquence pour les réduire en haute fréquence.

A titre comparatif est superposée la courbe théorique correspondant au cas b'= o obtenue par l'expression :

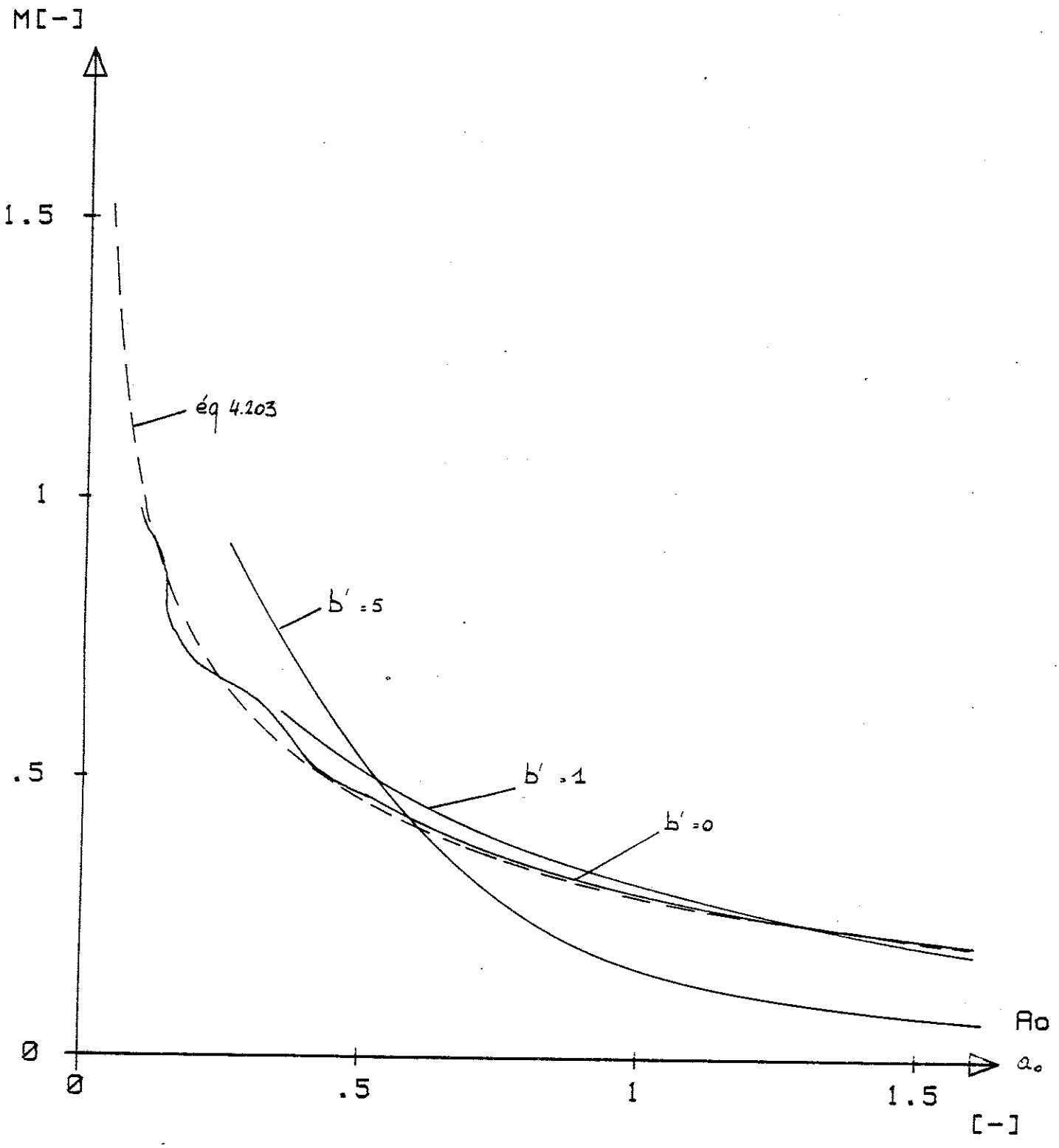
$$M_{th} = \frac{T}{G\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \qquad (4.207)$$

S_1 et S_2 étant calculés par les formules 4.198 et étant reproduites dans le même tableau. On constate que le modèle discret reproduit parfaitement les résultats théoriques du cas b'= o, dans la gamme des fréquences accessibles définie par 4.203. La masse associée au mouvement de la frontière intérieure ne présentant aucune difficulté particulière de modélisation, nous considérons comme fiables les courbes présentées par le modèle discret pour b' ≠ o.

3.4.3. Compromis pour le cas du massif non infini

Alors que la frontière extérieure visqueuse rend bien compte du comportement dynamique du cas axisymétrique supposé, elle est bien incapable de reproduire la condition d'équilibre statique. Nous cherchons un modèle qui se comportera correctement lors de signaux transitoires à toute fréquence dans la plage $0.5 \leqslant a_o \leqslant 3$ mais qui permettra d'amener par des mouvements à basse fréquence le système vers son point d'équilibre. La première phase est importante car c'est elle qui conditionne l'enfoncement maximal du fût du pieu, la seconde ne l'est pas autant, mais permet de déterminer les oscillations après le rebond et l'état des contraintes résiduelles.

Pour se rapprocher du schéma physique assez attrayant de Randolph et utiliser la notion de rayon d'influence, on pourrait songer à un modèle unidimensionnel discret limité au rayon d'influence où cette frontière extérieure deviendrait fixe. Ce compromis satisferait à l'étude statique et à une étude transitoire dont la durée serait limitée par l'aller et retour des ondes de cisaillement entre le pieu et la



FACTEUR D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE AU FROTTEMENT LATERAL

MILIEU ELASTIQUE

FIGURE 4.37

frontière fixe. Ce compromis serait nuisible à l'étude des des mouvements harmoniques en raison de l'absence de pertes d'énergie. En particulier, une résonance parfaite existe pour les fréquences définies par :

$$f_n = \frac{v_s\ (2n - 1)}{4\ (R_m - R)}$$

ou par :

$$a_{on} = \frac{\pi\ (2n-1)}{2\ (2.5(1-\nu)\ D/R - 1)}$$

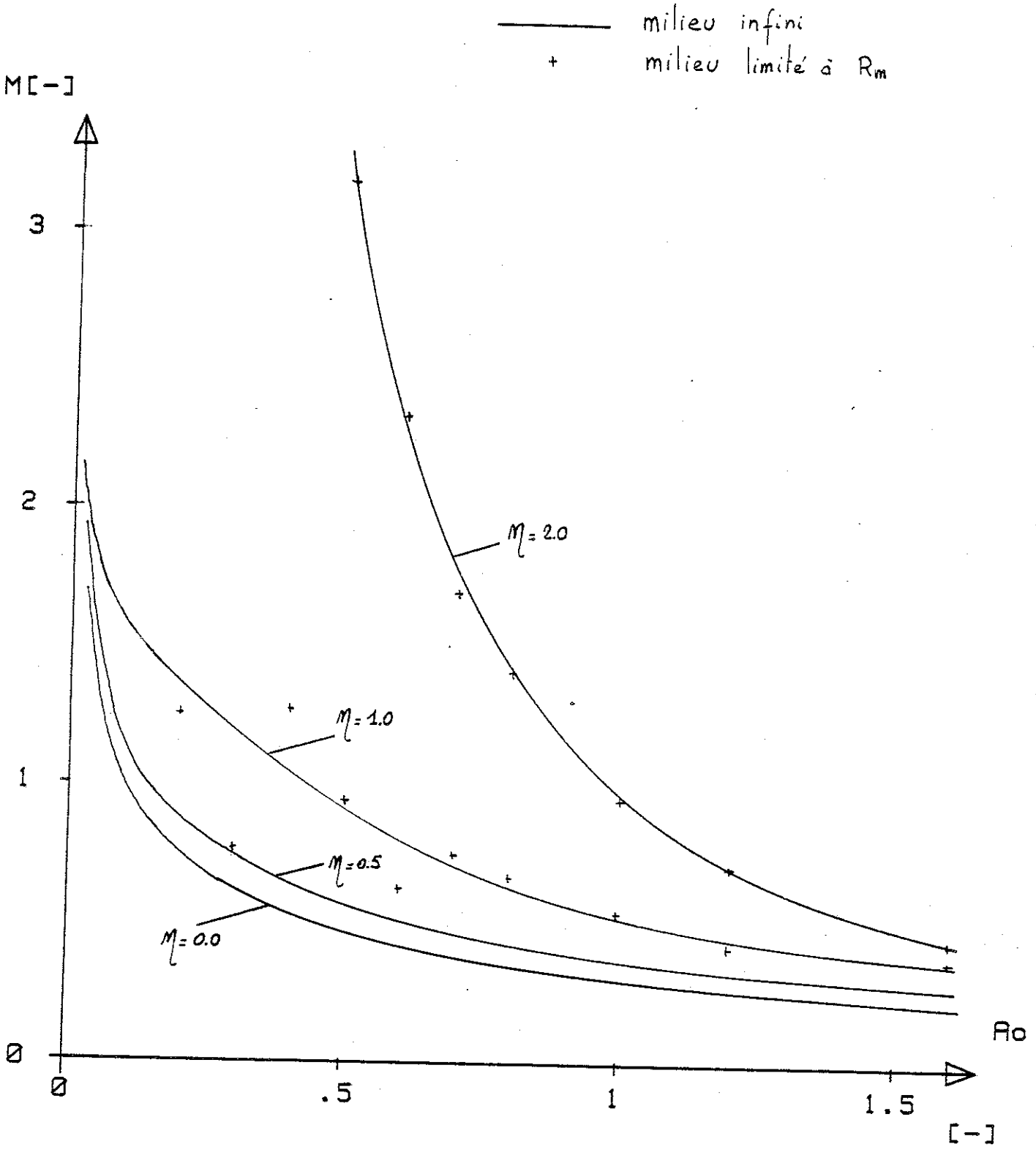
Néanmoins, avant d'abandonner ce modèle pour cause de non-universalité dans le domaine des fréquences, il serait utile de voir ce que deviennent ses défauts dans le cas de milieux stratifiés et dans le cas d'amortissement intrinsèque. Cette étude est entreprise d'abord dans le cadre des mouvements harmoniques du milieu infini (frontière visqueuse), puis de celui du milieu fini (rayon d'influence). Enfin nous examinerons pour un signal transitoire type dans quelle mesure les déformations peuvent être tolérées.

3.4.4. Extensions du modèle

Mouvements harmoniques

Le cas analysé pour la vérification du cas élastique homogène infini a été repris du paragraphe 3.4.2, à la différence que la résistance intrinsèque du sol au cisaillement pour la loi hyperbolique était choisie à 2 fois, 1 fois et 0.5 fois l'amplitude de l'effort périodique appliqué. A l'extrémité latérale, le dashpot introduit pour simuler le massif infini était le même que pour le cas élastique, étant donné le faible niveau de la contrainte de cisaillement à cette distance. Les problèmes examinés correspondent aux cas b'= 0, 1 et 5.

Le cas b'= o, pour lequel les différences sont les plus grandes a été représenté à la figure 4.38 p. 447 dans laquelle on a porté le facteur d'amplification dynamique défini conventionnellement au paragraphe 3.4.2 en fonction de la fréquence adimensionnelle. Les quatre courbes d'amplification portées correspondent au cas élastique (η=o) précédemment calculé et aux 3 valeurs citées du taux de mobilisation. On remarque que pour la faible valeur de η ($\leq$ 0.5), la courbe est pratiquement parallèle à celle correspondant au cas élastique : une faible linéarité ne perturbe pas l'allure de la courbe et une valeur équivalente du module du sol peut être utilisée à raison pour



FACTEUR D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE AU FROTTEMENT LATERAL POUR DIFFERENTS TAUX DE MOBILISATION η

LOI HYPERBOLIQUE - CAS $b'=0$

FIGURE 4.38

remplacer le calcul plus complet. Lorsque $\eta = 1$, la même remarque peut être faite, mais pour le domaine $a_o > 1$ car pour les fréquences plus faibles, l'écart se creuse puisque la plastification commence à pouvoir s'opérer pendant un temps plus long. Le cas $\eta = 2$ n'est pas une impossibilité physique puisque la force étant alternative, la plastification reste limitée dans le temps et donc les enfoncements restent finis. Ce cas correspond au battage des pieux où la force est surabondante pour vaincre le frottement : le problème devient plutôt un problème où le déplacement est imposé plutôt que la force. Il est par ailleurs intéressant de constater que dans le cas qui nous occupe, les amplitudes restent du même ordre de grandeur que dans le cas élastique lorsque $a_o < 0.5$, fréquence en dessous de laquelle la plastification a le temps de sévir suffisamment longtemps.

Lorsque l'on passe au cas du milieu fini au rayon R_m, auquel on impose la condition de mouvement nul, on peut distinguer la plupart du temps 2 phases :

- une phase quasi permanente qui est la mise en régime du milieu proche du fût avant que les premières ondes générées ne reviennent au fût après réflexion sur la frontière fixe.

- une phase permanente qui met un temps plus long à s'établir et dont les mouvements sont régit par la fréquence exitatrice et la fréquence correspondant au va et vient des ondes entre le fût et le rayon d'influence.

Dans le cas élastique, le temps d'aller et retour des ondes vaut : $\frac{2(R_m - R)}{v_s} = \frac{2\ (20-1)}{50} = 0.76$ s.

Dans le cas du milieu non élastique, le temps d'aller et retour des ondes dépend du taux de sollicitation par rapport à la résistance au cisaillement du milieu. Des calculs ont été réalisés pour $\eta = 0.5$, 1 et 2. Lorsque le taux de sollicitation est élevé ($\eta \geq 2$), la mise en régime se fait pratiquement instantanément. Après une courte transition, d'une durée de l'ordre de 1 seconde, le régime s'établit à des amplitudes identiques à celles obtenues avec simulation du massif infini. Cette similitude est rendue à la figure 4.38, où sont superposés les facteurs d'amplification dynamiques calculés dans les 2 cas : massif infini et extrémité fixe. Lorsque le taux de sollicitation décroît ($\eta \leq 1.0$), la similitude des amplitudes ne s'observe plus que pour les hautes fréquences. En effet, pour les fréquences

adimensionnelles inférieures à 0.65, certaines zones de résonnance et d'anti-résonnace se distinguent. Les points calculés restent cependant proches de la courbe correspondant au cas du milieu infini.

Nous retiendrons de cette comparaison que lorsque les sollicitations sont importantes, et que les déformations plastiques sont importantes, la notion de rayon d'influence s'estompe : une extrêmité fixe ou un massif infini deviennent équivalents.

Mouvements transitoires

Ce qui a été observé pour les mouvements harmoniques s'étend a fortiori aux mouvements transitoires : ceux-ci sont en effet composés de nombreuses fréquences et donc les quelques écarts notés aux faibles taux de sollicitation entre le cas du massif infini et celui du massif fini se compenseront dans le temps. Pour bien comprendre le type de sollicitation qu'exerce le battage le long du fût, il faut voir qu'en règle générale et en tout cas pour les pieux que nous analyserons, la résistance unitaire au frottement est à chaque coup dépassée. Les calculs équivalents de quake indiquent en effet des valeurs de l'ordre de quelques millimètres : ces valeurs de déplacement sont largement dépassées par l'enfoncement élastique mesuré en tête de pieu mais aussi par l'enfoncement "élastique" de la base. Il ressort de cette comparaison que le milieu réagit à une condition de type de déplacement imposé entraînant des plastifications importantes et alternées.

C'est la prédominance de ce phénomène qui nous inspirera le modèle suivant simplifié.

3.4.5. Modèle simplifié

Etant donné la disparition de la notion de rayon d'influence lors de sollicitations transitoires plastiques importantes, il nous apparaît tentant de réduire l'extension latérale du modèle de la résistance au frottement latéral. Cette simplification ne sera tolérée que parce que les données expérimentales que nous possédons sont axées sur la résistance à la base; lorsque des éléments significatifs sur le frottement permettant d'en raffiner l'analyse paramétrique seront disponibles, nous nous ferons un devoir, en dehors du cadre de ce travail, d'étudier le modèle complet. Cette simplification possède l'énorme avantage que le modèle

mathématique reste unidimensionnel. En effet, dans le cas du modèle étendu latéralement, des matrices plutôt que des vecteurs viennent alourdir le schéma de calcul.

Le modèle simplifié que nous proposons tirera cependant ses règles de comportement de l'analyse plus détaillée conduite sur le modèle complet, sur un nombre important de cas, dont la relation sera illustrée, pour des raisons de place, par un exemple probant.

Après être passés par un modèle réduit à un élément latéral, nous en arrivons à modéliser la résistance au frottement par un système à 1 degré de liberté schématisé à la figure 4.39. p. 451
D'apparence semblable à un système ressort-dashpot, les paramètres qui caractérisent ses deux termes de résistance sont liés au niveau de sollicitation :

- le "ressort" obéit à une loi de type hyperbolique, dont l'asymptote dépend de la vitesse

- le dashpot possède un coefficient d'amortissement calculé sur base de l'amortissemnt géométrique du fût, eu égard à la valeur instantanée du module donné par le ressort hyperbolique

- la somme des deux termes est limitée à une résistance totale dépendant de la vitesse.

En d'autres termes, l'effort généré τ dans le ressort sera donné en fonction du déplacement u et de la vitesse v par l'expression suivante, inspirée des éléments exposés au chapitre II :

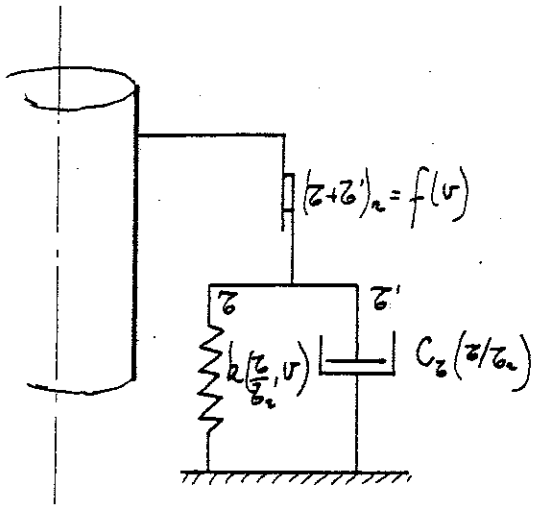
$$\tau = \frac{\tau_r \ (1+ J \ v^{0.2})}{\frac{u_r}{u} + 1}$$

avec τ_r : résistance unitaire définie à la vitesse de référence

avec u_r : quake calculé avec le module de cisaillement initial selon la théorie de Randolph et Wroth

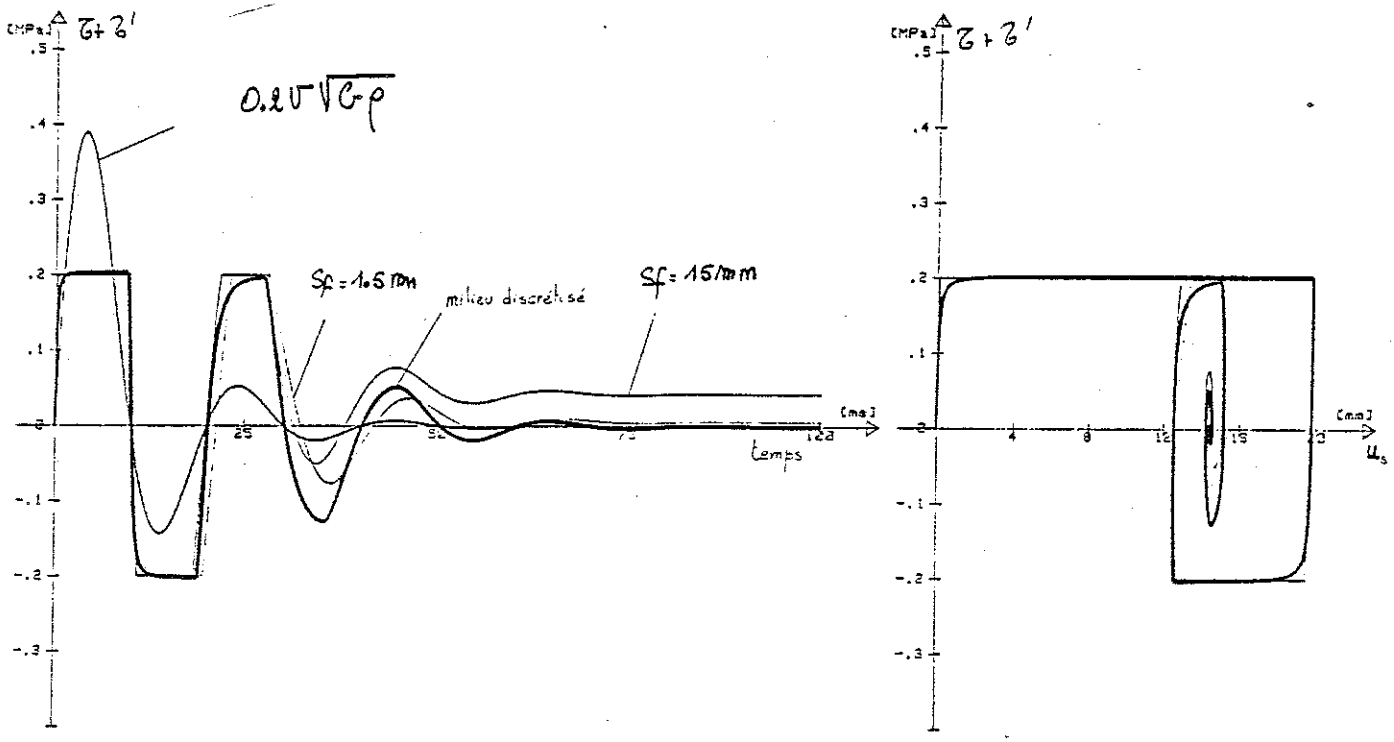
tandis que l'effort τ' généré dans le dashpot sera donné par l'expression :

$$\tau' = v \sqrt{G \rho} = \left(1 - \frac{\tau}{\tau_r}\right) \cdot v \cdot \sqrt{G_i \rho}$$



MODELE SIMPLIFIE A 1 DEGRE DE LIBERTE
POUR REPRESENTER LE FROTTEMENT LATERAL
DU MILIEU CONTINU

FIGURE 4.39



COMPARAISON DU MODELE SIMPLIFIE AVEC LE MILIEU
DISCRETISE : diagrammes d'impact et de mobilisation

FIGURE 4.40

dans laquelle G' est le module tangent de cisaillement instantané défini par la relation hyperbolique en fonction du taux de sollicitation τ/τ_r ou du déplacement relatif u/u_r.

On plafonne la somme $\tau + \tau'$ à la valeur $\tau_r\ (1 + J\ v^{0.2})$.
Grâce à ce mariage des propriétés dépendant du déplacement et de la vitesse, nous en arrivons à approcher le comportement du massif infini plus complexe. En effet pour les faibles déformations, c'est-à-dire dans le domaine élastique, l'amortissement géométrique est fort important, ce qui est rendu par les fortes valeurs de l'amortissement puisque le module de cisaillement intervenant est le module G_i défini à l'origine. Par contre, pour les fortes déformations, le ressort se plastifie, mais détermine maintenant l'amplitude de l'effort, puisque le terme dû au dashpot devient négligeable. Ceci est bien logique car un milieu qui se plastifie n'est en principe pas capable de faire rayonner l'énergie vers l'infini. Le seul terme supplémentaire intervenant est l'augmentation de la résistance intrinsèque due à la vitesse de la déformation.

On prétend donc avoir décrit le comportement essentiel grâce à ce modèle simple et raisonné puisque nous avons tenu compte séparément :

- de la non-linéarité
- de la dépendance de la résistance intrinsèque de la vitesse
- de l'amortissement géométrique instantané.

Pour se convaincre du degré d'approximation réalisé, est donné à la figure 4.40 p. 451 l'effort généré dans le modèle simplifié comparé à celui du modèle complet suite à un mouvement typique lors du battage de pieux.

Le problème analysé est celui d'un pieu de 0.3 m de rayon fiché dans un milieu caractérisé par :

$$\begin{cases} E = 500 \text{ Mpa } (\text{ou}_3 G = 187.5 \text{ MPa avec } \nu = 1/3) \\ \rho = 0.002 \text{ Mkg/m} \end{cases} \qquad \begin{cases} \tau_{max} = 0.2 \text{ MPa} \\ J = 1. \end{cases}$$

L'impédance spécifique latérale est : $\sqrt{G\rho} = 0.612 \text{ MPa/ms}^{-1}$

Le mouvement considéré du pieu est donné par la formule suivante, inspirée des cas donnés par la théorie développée au chapitre II et exprimée sous forme de vitesse :

$v = v_o \, e^{-\alpha t} \sin \omega t$
avec :

$v_o = 5$ m/s
$\alpha = 100$ s^{-1}
$\omega = 314$ rad/sec (50 Hz)

Sur le diagramme de gauche est représenté la vitesse, transformée en contrainte de cisaillement, par multiplication de 0.2 x $\sqrt{\rho G}$ pour ne pas distordre l'échelle, ainsi que la contrainte de cisaillement au fût en fonction du temps. Sur le diagramme de droite est représentée la contrainte en fonction du déplacement.

Les paramètres du système à 1 degré de liberté se calculent en appliquant la formule de Randolph au pieu encastré de 20 m :

$$R_m = 2.5 \, (20) \, (1 - \tfrac{1}{3}) = 33.3\text{m}$$
$$s = \frac{R\tau}{G} \ln \left(\frac{R_m}{R}\right) = 7.54 \, 10^{-3} \times \tau$$

et donc pour $\tau = 0.2$ MPa, s_f = quake = 1.5 mm.
Le coefficient d'amortissement initial du dashpot est donné par $C_\tau = \sqrt{\rho G}_i = 0.612$ Mpa/ms^{-1}. Pour la dépendance de la résistance ultime du modèle hyperbolique on a également choisi J = 1.

Les diagrammes calculés pour le système à 1 degré de liberté (s_f = 1.5 mm et, pour examiner l'incidence du quake, s_f = 1.5 mm) sont superposés en trait fin à ceux obtenus pour le milieu continu et représentés en trait gras. L'approximation nous semble suffisamment bonne. Il est entendu que certains raffinements pourront être découverts lors d'une étude spécifique du frottement latéral. Ce qui est clair dès à présent est que les vitesses (déjà représentées avec un facteur de 0.2) sont largement supérieures à ce qui est nécessaire pour mobiliser le frottement latéral. Il en résulte que la mobilisation de ce dernier est très rapide et pratiquement totale pour les premières ondes. Ceci est dû à la grande valeur de l'amortissement spécifique par rapport à la résistance ultime, compte tenu des vitesses habituellement mises en jeu. Dès que la vitesse s'inverse, la mobilisation change très rapidement de signe. Tout ceci a pour conséquence que la valeur significative du comportement mise en lumière par les

mesures dynamiques sera la résistance ultime. Les propriétés strictement d'élasticité n'interviennent qu'après les premières ondes, pour fixer la valeur de la contrainte résiduelle. Dans les cas que nous avons examinés, le signe même de cette contrainte pouvait dépendre des valeurs donnés aux paramètres du système à 1 degré de liberté. En ce qui concerne le milieu continu à frontière fixe, le signe de la contrainte résiduelle dépend du sens du dernier dépassement plastique. Nous constatons donc qu'ici, le problème des contraintes résiduelles influançant l'enfoncement par coup ne pourra s'examiner sérieusement que lorsqu'on disposera d'un modèle valable de comportement dynamique de la résistance latérale.

4. ESTIMATION DES PARAMETRES

Lorsque se présente le problème de la détermination des paramètres à introduire pour la résolution d'un cas pratique, les éléments déterminants sont les constantes d'élasticité aux faibles déformations et les résistances ultimes. Nous avons en effet résolu jusqu'à présent le problème suivant un schéma théorique qui tient compte de la situation géométrique. Les seules grandes inconnues sont pour le modèle que nous avons adopté avec une loi de comportement intrinsèque du matériau hyperbolique :

- les constantes d'élasticité : E initial : E_i
  supposé constant

- la résistance ultime : - en frottement
  - à la base

et leur dépendance éventuelle de la vitesse de déformation.

4.1. Résistance ultime

Pour la résistance ultime à la base, nous utiliserons les méthodes de calcul de la résistance à la base de pieux battus au départ de l'essai de pénétration. Il s'agit de méthodes destinées à tenir compte de l'effet d'échelle; nous nous servirons de 2 méthodes couramment utilisées :

- la méthode de De Beer (1971-1972)
- la méthode de Koppejan ou méthode hollandaise.

Pour la résistance au frottement latéral, nous utiliserons a priori les valeurs déduites de l'essai de pénétration : soit la valeur locale au manchon électrique, soit une déduction de la valeur cumulée du frottement latéral le long du train de tiges. Un coefficient de réduction peut être appliqué pour tenir compte de l'usure du frottement suite au fonçage du tube sur sa longueur et aux mouvements alternés et répétés engendrés par le battage.

Pour la dépendance de la résistance ultime vis-à-vis du frottement, nous adopterons la loi de type suivant :

$$Q_d = Q_s \ (1 + Jv^{0.2})$$

que nous adapterons à la vitesse de référence de l'essai de pénétration (0.02 m/s).

4.2. Constantes d'élasticité

Etant donné la faible importance du champ sphérique pour les déplacements calculés dans la situation géométrique qui nous intéresse, le choix de la valeur du coefficient de Poisson a une importance faible, par rapport à celle du choix de la valeur du coefficient d'élasticité initial. Pour le sable, nous avons adopté une valeur du coefficient de Poisson de 1/3.

La plus grande difficulté réside dans le choix du module d'élasticité initial. Il aura une influence prépondérante sur les résultats car cette valeur unique dans notre modèle permet de tenir compte de l'amortissement géométrique et en association avec la résistance ultime, de tenir compte du comportement plastique du matériau.

Si l'on se réfère à la littérature relative à la détermination des paramètres à faire intervenir dans le modèle hyperbolique, on voit que la meilleure méthode est la détermination expérimentale, au départ d'essais triaxiaux. Ces types d'essais sont utiles mais il est inpensable de les exécuter pour résoudre chaque problème de battage. C'est pourquoi nous essayons ci-après d'extraire les éléments permettant de nous passer de ces essais spécifiques. D'après Duncan et Chang (1971), le module d'élasticité initial E_i mesuré à l'essai triaxial dépend essentiellement du type de sable et de la contrainte de consolidation :

$$E_i = K_s \cdot p_a \left(\frac{\bar{\sigma}_3}{p_a}\right)^n$$

où K_s et n sont des coefficients sans dimension
p_a est la pression atmosphérique
$\bar{\sigma}_3$ est la contrainte effective de consolidation.

Cette formule empirique est appliquée directement, quel que soit le système d'unités utilisé. Holloway, Clough et Vesic (1975) ont utilisé cette loi dans le cadre de corrélation d'essais de battage avec essais de mise en charge et pour le sable de "Jonesville lock and Dam" (JLD), ils ont adopté les paramètres suivants, compte tenu d'une densité relative de 80 % ($\phi = 32°$)

$K_s = 1530$
$n = 0.6$

ce qui donne : $E_i = 1530 \left(\frac{\overline{\sigma}_3}{p_a}\right)^{0.6}$ [E_i, σ_3 et p_a exprimés en MPa]

pour $\overline{\sigma}_3 = 0.1$ Mpa, pour se fixer les idées, on obtient déjà : $E_i = 153$ Mpa, ce qui est loin d'être négligeable.

Pour l'étude des tremblements de terre et des fondations directes, Hardin et Drnevich (1972) ont proposé la formule empirique suivante, au départ de nombreux essais à la colonne résonnante et de l'étude de Hardin et Black (1968) :

$$G_i = 1230 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} (OCR)^K . \overline{\sigma}_o^{\frac{1}{2}} \qquad (G_i \text{ et } \sigma_o \text{ en psi})$$

dans laquelle :

G_i est le module initial tangent de cisaillement
e l'indice de vide
O.C.R. : le facteur de surconsolidation
$\overline{\sigma}_o$: la contrainte effective octaédrale.
K : paramètre sans dimension.

En transformant cette formule dans le système international, avec G_i et $\overline{\sigma}_o$ en MPa, on obtient :

$$G_i = 103 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} (OCR)^K \sigma_o^{\frac{1}{2}} \qquad (G_i \text{ et } \sigma_o \text{ en MPa})$$

qui est en principe valable pour les sables à grains anguleux. En effet, pour les sables à grains arrondis, on adopte :

$$G_i = 221 \left(\frac{2.17 - e}{1 + e}\right)^2 (OCR)^K \cdot \overline{\sigma}_o^{\frac{1}{2}}$$

Pour un sable normalement consolidé (OCR = 1) et $\overline{\sigma}_o = 1/3 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0.1$ Mpa, on obtient, pour un indice de vide e = 0.6 par exemple :

$G_i = 103 \left(\frac{2.97 - 0.6}{1 + 0.6}\right)^2 \sqrt{0.1} = 114$ Mpa pour un sable anguleux

et $G_i = 221 \left(\frac{217 - 0.6}{1 + 0.6}\right)^2 \sqrt{0.1} = 108$ MPa pour un sable à grains arrondis;

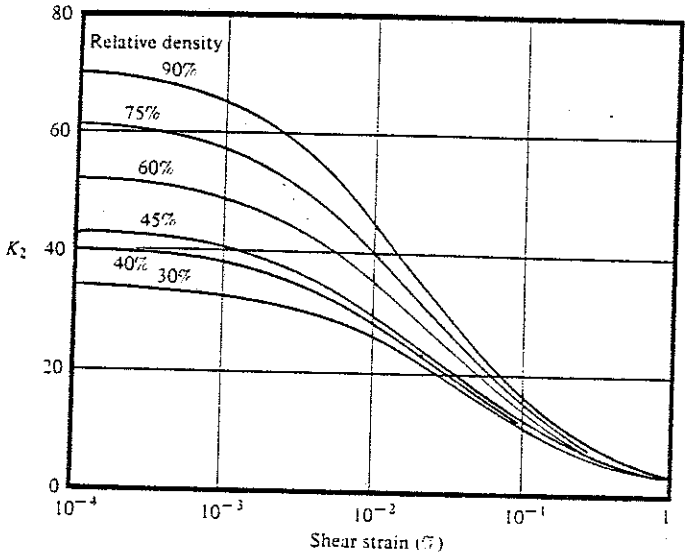
la différence n'est pas élevée entre ces 2 types de sable dans ces conditions courantes de calcul. Ce sont ces faibles différences qui ont poussé Seed et Idriss (1970) à proposer une formule approchée du module de cisaillement pour tout sable :

$G = 1000\ K_2 \sqrt{\sigma_o}$ (G et σ_o en psf, K_2 en $psf^{\frac{1}{2}}$).

Les valeurs de K_2 sont données à la figure 4.41 p. 459 par un abaque pour des sables en fonction de leur déformation angulaire pour différentes valeurs de leur densité relative. Un autre abaque existe pour les graviers, avec des valeurs de K_2 supérieures à celles des sables. Si l'on veut utiliser la formule de Seed et Idriss en unité S.I. tout en se servant des valeurs de K_2 données dans leur abaque, on doit la transformer en :

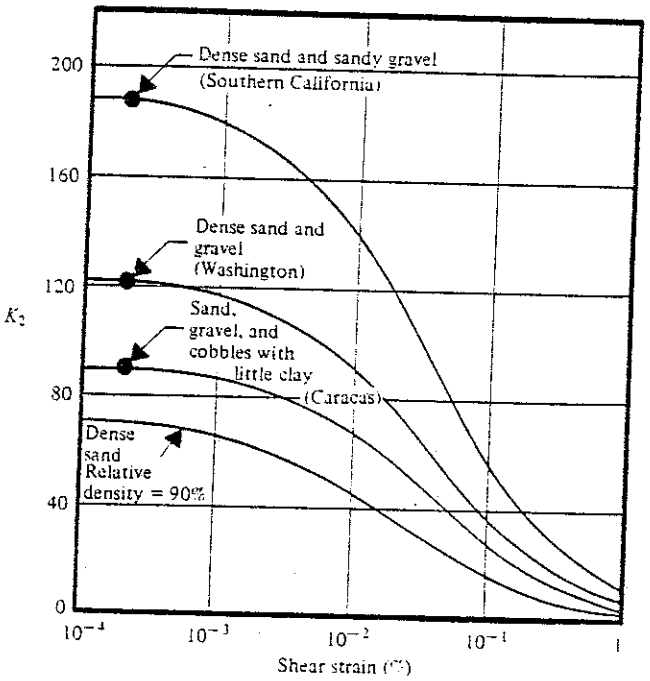
$G = 7\ K_2 \sqrt{\sigma_o}$ (G et σ_o en Mpa, K_2 lu sur l'abaque).

Les valeurs de G décroissent avec l'amplitude de la déformation angulaire puisque le modèle adopté est hyperbolique. Les valeurs qui nous intéressent sont les valeurs initiales, définies pour $\gamma < 100$ µstr. Pour ce domaine des très faibles déformations, on a par exemple pour une densité relative de 60 % : $K_2 = 52$. Appliquant la formule à l'exemple examiné précédemment, on obtient avec $\overline{\sigma}_o = 0.1$ Mpa



Values of K_2 [Eq. (8.48)] for sand at different relative densities. [Seed, H. B., and Idriss, I. M. (1970, Fig. 5).]

Values of K_2 for gravelly soil. [Seed, H. B., and Idriss, I. M. (1970, Fig. 16).]



VALEURS DE K2 permettant d'estimer le module de cisaillement en fonction de la déformation γ pour différentes densités relatives (sables)
Seed et Idriss (1970)

FIGURE 4.41

$G_i = 7 \times 52 \sqrt{0.1} = 115$ Mpa.

On voit donc que le module de cisaillement initial peut atteindre des valeurs élevées, coroborées par plusieurs formules largement utilisées.

Nous verrons dans le chapitre suivant que pour un exemple, avec un coefficient de Poisson de 1/3, les valeurs calculées se situent aux environs de 300 Mpa. Ces valeurs sont largement supérieures à toutes les corrélations établies entre le module (Verbrugge 1981) et la résistance au cône Il faut cependant bien garder à l'esprit que le module qui nous concerne ici est un module tangent devant servir à définir l'ensemble du comportement, même aux grandes déformations. La plupart des corrélations existantes se concentrent sur le calcul de l'enfoncement "élastique" de pieux dans le domaine de service. Si l'on adopte pour cette estimation une déformation angulaire de référence du milieu proche du fût ou à l'entour de la base comprise entre 0.1 et 1 %, les valeurs de K_2 peuvent être de 10 à 20 fois inférieures à celles pour $\gamma = 10^{-6}$. Nous devrons être attentifs à cet aspect lors de la confrontation de notre modèle à l'expérience.

Une autre question devra se poser également : la valeur de $\bar{\sigma}_o$, contrainte octaédrale effective initiale (ou de consolidation) peut-elle inclure l'effet de la précharge dynamique appliquée lors des coups précédents ou doit-elle se limiter strictement à la contrainte géologique ? L'analyse détaillée d'essais de battage devra nous permettre d'apprécier ces éléments.

5. RESUME

Après quelques considérations sur les déformations latérales du matériau du pieu, nous avons conservé la valeur du module standard de déformation de l'acier pour calculer la vitesse de propagation des ondes. Pour des déplacements latéraux du tube, nous avons identifié certaines pertes d'énergie que nous pouvons modéliser par une dissipation interne au matériau en déformation purement longitudinale.

Le comportement du sol autour du pieu a été étudié de manière fondamentale en examinant d'abord le cas statique élastique, ensuite le cas dynamique élastique pour terminer par le cas non-élastique (statique et dynamique). Cette démarche, qui a été suivie séparément pour le comportement du sol à la base et le long du fût du pieu, a débouché sur la création d'un modèle équivalent s'intégrant parfaitement au schéma de résolution adopté de l'équation de l'onde.

En ce qui concerne la réaction à la base, l'étude aux faibles déformations s'est appuyée sur la théorie de l'élasticité (massif élastique homogène isotrope). La comparaison de différentes géométries (résumées à la figure 4.3 p. 319 pour les solutions analytiques) sur base d'un coefficient adimensionnel de raideur nous a situé la zone de raideur de la base, compte tenu du caractère du sol. Le coefficient adimensionnel K ($= \frac{qR}{sE}$) représentatif est proche de 1 et est encadré par les valeurs correspondant au disque rigide d'une part, placé à la surface d'un massif semi-infini et d'autre part inclus dans un massif infini et en contact avec ce dernier par une seule face.

Pour l'étude de l'équilibre dynamique, nous avons établi un parallèle entre plusieurs géométries grâce à l'utilisation du facteur d'amplification dynamique. La figure 4.17 p. 373 montre en effet que l'atténuation relative du déplacement harmonique avec la fréquence d'un système sans masse ne dépend pas tellement des conditions géométriques. Autrement dit, la raideur statique résultant du milieu suffit pratiquement à décrire complètement le système.

Ayant donc une certaine latitude à cet égard, nous avons opté pour la plaque rigide à la surface du massif semi-infini, que l'analogue de Lysmer (système à un degré de liberté) permet de modéliser avec élégante simplicité. Pour introduire le comportement de la plaque à la surface du massif élastique, nous nous sommes mis à la recherche d'un modèle unidimensionnel simulant la propagation des ondes en profondeur. Par l'expression des conditions aux limites auxquelles ce modèle devait satisfaire, nous avons établi qu'un tronc de cône pouvait reproduire quasi parfaitement (figure 4.23 p. 395) le comportement de la plaque à la surface du massif semi-infini. Grâce à la discrétisation verticale de ce solide équivalent, il est possible d'introduire les hétérogénéités locales et d'utiliser des lois de comportement non élastique. Pour ce dernier aspect, nous avons adopté la loi hyperbolique pour décrire le comportement intrinsèque du milieu. Son intégration aux conditions géométriques envisagées produit des diagrammes dont l'allure est en accord avec l'expérience (figure 4.27 p. 407).

Après avoir fait la comparaison des rares analyses relatives au fût du pieu dans un milieu élastique, nous avons adotpé le modèle de Randolph et Wroth (1978), qui découpe le milieu en deux parties dont la première (massif semi-infini) coïncide avec celle considérée pour notre analyse de la base du pieu. La seconde partie (tranche dont l'épaisseur vaut la profondeur du pieu), utilisée pour la formulation dynamique, est discrétisée radialement afin de reproduire avec satisfaction des résultats théoriques disponibles (voir figure 4.37 p. 445). L'introduction de la loi de comportement hyperbolique dans le milieu continu adopté permet d'évaluer des profils de déplacement non-linéaire en accord avec les observations expérimentales (voir figure 4.35 p. 439) et d'estomper la notion de rayon d'influence (voir figure 4.38 p. 447). Ceci nous a encouragé à établir un modèle équivalent à un degré de liberté. La valeur de ses paramètres est calquée sur le comportement du massif discrétisé dont le calcul aurait pu être fastidieux. Cette simplification qui évite le calcul de milieux s'étendant dans la direction radiale permet de garder la formulation unidimensionnelle de l'équation d'onde dans le pieu, sans perte sensible de fidélité (figure 4.40 p. 451).

Ayant ramené le comportement du massif à des grandeurs physiques (résistance ultime et élasticité), nous passons en revue les méthodes permettant d'en chiffrer la valeur au départ d'essais géotechniques (C.P.T., essais en laboratoire, méthodes empiriques). Il nous reste donc à confronter ce nouvel outil complet à l'expérience.

CHAPITRE V. CONFRONTATION DU MODELE PHYSIQUE AVEC LES MESURES REALISEES.

TABLE DES MATIERES

	Page
PROGRAMMES INFORMATIQUES DEVELOPPES	466
1.1 Méthode Case	466
1.2 Méthode à condition limite imposée	468
2. Modèle classique pour les essais d'Almelo	470
2.1 Vitesse imposée provenant d'une mesure	470
2.1.1 Nombre de coups	470
2.1.2 Recherche des caractéristiques de résistance à la base	471
2.1.3 Rôle du frottement	476
2.1.4 Paramètres optimaux sur base de la vitesse imposée	476
2.2 Force imposée provenant d'une mesure	478
2.3 Paramètres déduits d'un coup	480
3. Modélisation de la base pour les essais d'Almelo	486
3.1 Implémentation et essais avec loi élasto-plastique	486
3.2 Loi linéaire liée à la vitesse	490
3.3 Loi de comportement hyperbolique	490
4. Mesures directes opérées à Kallo	502
4.1 Essais	502
4.1.1 Description du sous-sol	502
4.1.2 Description du tube et instrumentation	505
4.1.3 Mesures analysées	508

		Page
4.2	Résistance dynamique à la base	
	4.2.1 Inertie de la plaque d'obturation	512
	4.2.2 Simulation du fond de tube	512
	4.2.3. Paramètres de la résistance à la base	512
		513
4.3	Résistance dynamique de l'ensemble du pieu	
	4.3.1 Paramètres du frottement	518
	4.3.2 Tronçon de base	518
	4.3.3 Utilisation des mesures en tête	520
		524
4.4	Paramètres déduits	
		527
5.	Etablissement de paramètres	
		530
6.	CONCLUSIONS	
		537

CHAPITRE V CONFRONTATION DU MODELE PHYSIQUE AVEC LES MESURES REALISEES.

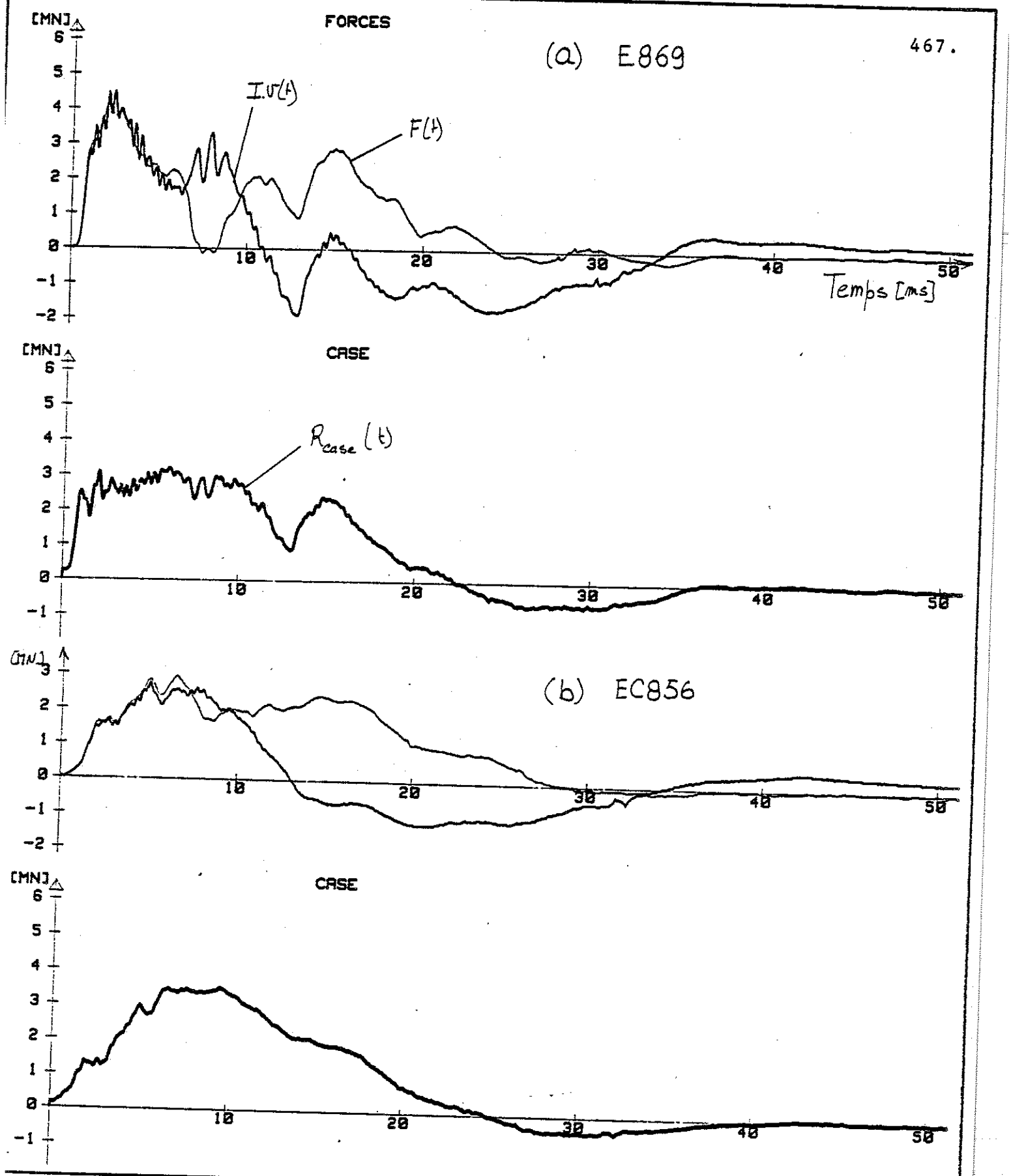
1. PROGRAMMES INFORMATIQUES DEVELOPPES

1.1. Méthode Case

Pour traiter rapidement un nombre de fichiers de mesure important, la méthode complète que nous avons adopté depuis le début de ce travail est relativement fastidieuse dans la mesure où la résistance globale de battage n'est approchée que pas à pas, au cours d'un processus interactif mettant en jeu de nombreux paramètres. La méthode case, dont nous avons fait la critique dans le chapitre II, peut nous aider à définir une plage des valeurs de résistance globale. Nous nous en servirons donc comme toute première approche de dégrossissement et nous nous garderons bien d'une part d'en utiliser le résultat de manière absolue et d'autre part d'en rattacher la valeur à celle que pourrait donner l'essai de mise en charge.

La manière dont le programme "CASE", que nous avons mis au point à cette fin, travaille est de faire ressortir en échelle de temps fort dilatée les deux signaux mesurés: de force et de vitesse. En utilisant l'intervalle de temps nécessaire à l'aller et retour des ondes au point de mesure, la sortie sous forme graphique, donne l'expression fournie par l'équation 2.100, en fonction du choix du temps de référence. Dans la méthode Case stricte, le temps de référence est t_{max}, temps pour lequel la vitesse atteint son premier pic. Le graphique 5.1.a p. 467 donne l'exemple du fichier E869 traité avec $\Delta T = 2L/v_c = 5.6.$ ms et permet de percevoir la sensibilité du résultat au choix du temps de référence. Cette variation est due aux hautes fréquences captées par l'enregistrement. En dépit de cet inconvénient et si l'on utilise la méthode pour obtenir une valeur approximative, on note une tendance de Q_D allant de 2.2 à 3 MN avec t_{max} allant de 2 à 8 ms sur l'échelle de temps.

Il est même possible de dégager un palier moyen autour de la valeur de t_{max} préconisée : de 2.5 à 5.5 ms, on peut adopter $Q_D(case) = 2.7$ MN. Ces valeurs se situent dans les gammes déduites de nos analyses et donc peuvent être utilisées à l'avenir comme point de départ, en relation bien entendu avec l'essai de pénétration. A titre de complément est donnée à la figure 5.1.b p. 467 la même analyse avec le

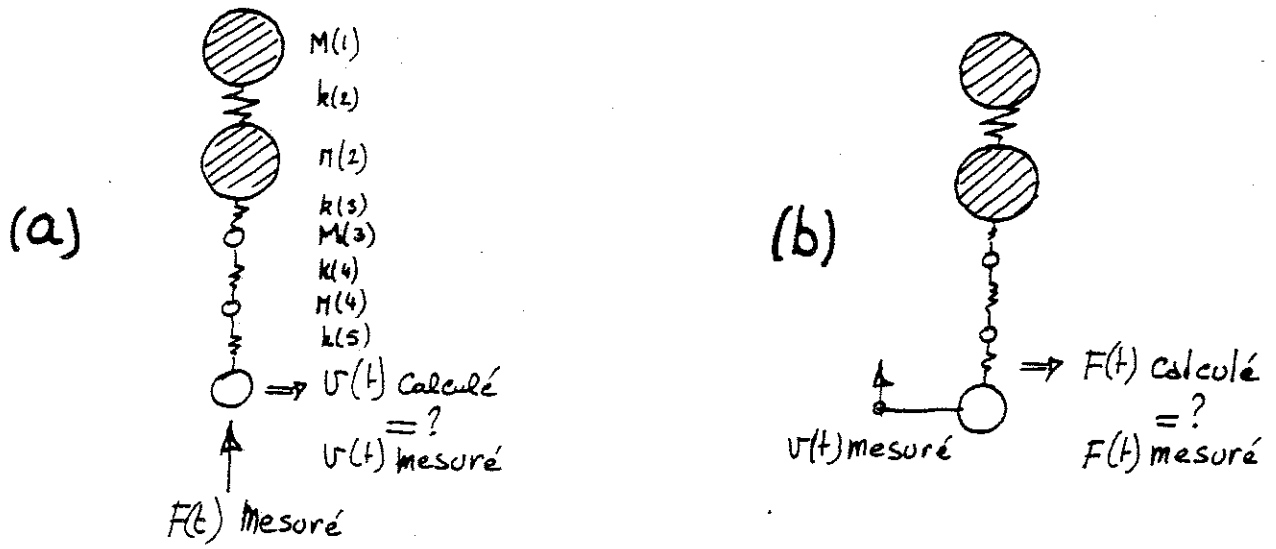


APPLICATION DE LA METHODE "CASE" h=1m dt=5.6ms

(a) Casque Magnus (coup E869)

(b) 2 casques (coup EC856)

FIGURE 5.1

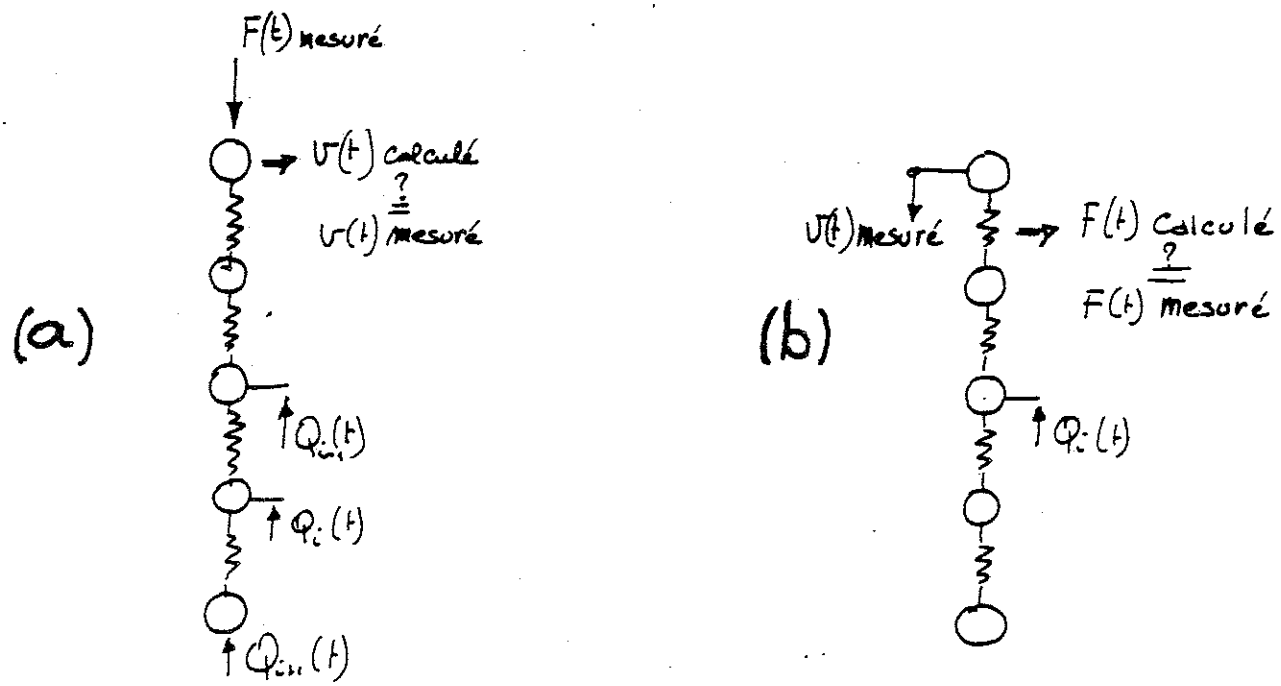


ANALYSE DU SYSTEME DE BATTAGE PAR CONDITION LIMITE

(a) de force imposée

(b) de vitesse imposée

FIGURE 5.2



ANALYSE DU PIEU ET DU SOL PAR CONDITION LIMITE

(a) de force imposée

(b) de vitesse imposée

FIGURE 5.3

plusieurs fois à des intervalles de temps permettant la stabilisation et l'installation des contraintes rémanantes de battage.
Parallèlement à cette démarche, nous appliquerons la méthode vers le haut. Nous travaillerons également au moyen des deux conditions, illustrées à la figure 5.2 p. 469 et au moyen des enregistrements faits à différentes hauteurs de chute et profondeurs, nous devrions dégager un ensemble unique de paramètres décrivant le système de battage : masse du mouton, vitesse d'impact, raideur des casques, masse du casque et de la tête de tube.

La synthèse ne nous sera accessible qu'après avoir déterminé les paramètres haut et bas : nous serons capables d'effectuer un calcul global d'équation d'onde, ce qui donnera les signaux de force et de vitesse, que nous pourrons comparer deux à deux avec les signaux mesurés. La dernière étape ne posant à priori pas de problèmes particuliers, nous nous concentrerons ici sur les données directement en rapport avec la mécaniques des sols.

2. MODELE CLASSIQUE POUR LES ESSAIS D'ALMELO

Puisque pour établir la valeur du nouveau modèle physique proposé, nous avons recours à l'analyse à condition limite imposée, il s'avère indispensable de procéder à la même démarche avec le modèle de Smith. De la sorte, nous serons à même de noter les différences et par comparaison, d'établir les éléments positifs apportés.
Précisons que le modèle adopté est élasto-plastique, avec une composante visqueuse et que la résistance maximale dépend de la vitesse par la formule :

$$Q_b^d = Q_b^s \ (1 + v^{0.2})$$

On sera donc attentif au fait que Q_b^s est défini pour v = 0 m/s.

2.1. Vitesse imposée provenant d'une mesure

2.1.1. Nombre de coups

Lorsqu'un processus itératif est mis en route, il est intéressant d'en dégager au plus tôt les impositions afin d'optimiser ce processus. L'analyse de problèmes à plusieurs coups prenant plus de temps que l'analyse à 1 coup unique, on était en droit de se demander si la répétition du calcul apportait des éléments significatifs au premier abord. Pour s'en convaincre, on a fait l'analyse à vitesse imposée du coup E869, bien précisé au chapitre III. Pour rappel, ce coup correspond à une hauteur de chute de 1 m d'un marteau hydraulique de 6 tonnes sur le tube E8 situé à 13.2 m de profondeur.

Pour le frottement, on a repris les valeurs adoptées en fin d'analyse du chapitre III :

couche 1: 0-2.5 m τ_{max}= .0125 MPa, s_f= 2 mm, I_τ= .05 MPa/ms^{-1}

couche 2: 2.5-12 m τ_{max}= .0250 MPa, s_f= 2 mm, I_τ= .14 MPa/ms^{-1}

couche 3: ⩾ 12 m τ_{max}= .200 MPa, s_f= 5 mm, I_τ= .40 MPa/ms^{-1}

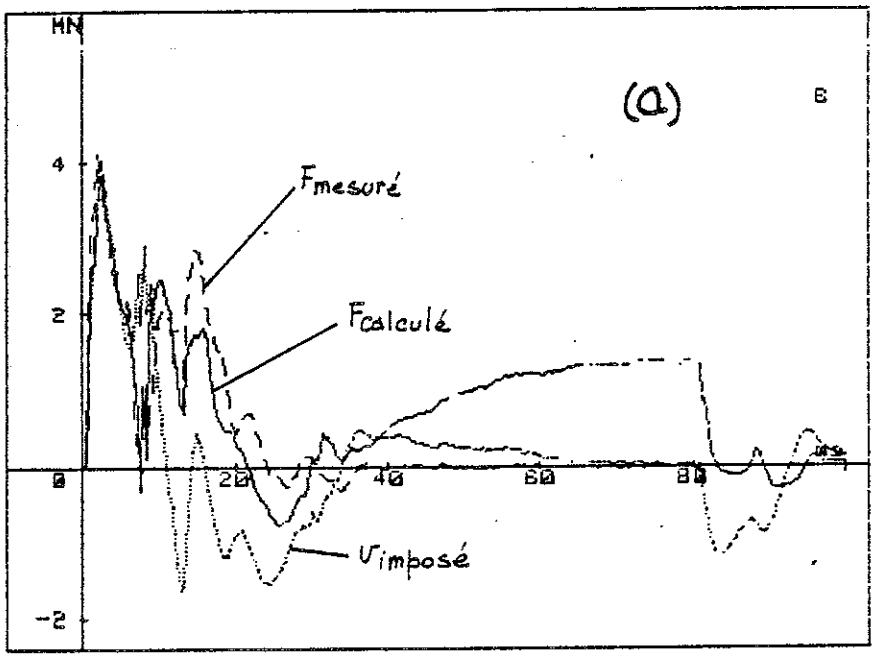
Pour la résistance à la base, un modèle élasto-plastique, avec amortissement de type visqueux a également été utilisé. Les 8 cas analysés en première instance sont décrits par les paramètres suivant; inspirés des valeurs données par le chapitre III.

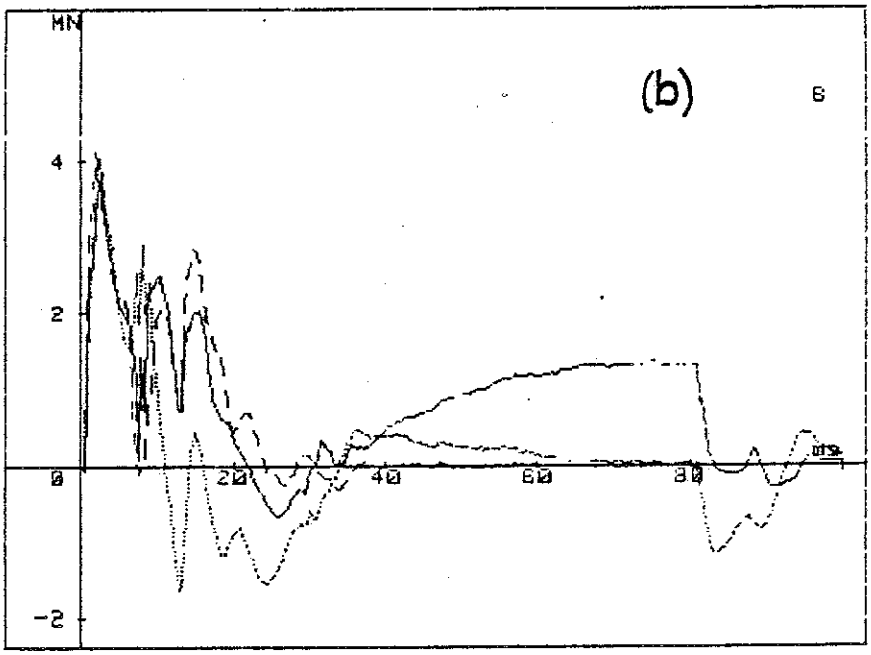
Cas	1	2	3	4	5	6	7	8
q_b [MPa]	10	10	10	13	13	6	6	0
s_b [mm]	7.2	14.4	14.4	10	2	2	10	5
C_σ[MPa/ms^{-1}]	1.01	.71	1.01	.67	.67	.67	.67	.67

Lorsque l'on compare le diagramme de force calculé après 1 coup et après 9 coups, celui à un coup montre un gouffre plus important, le premier pic plus faible et le second pic inchangé. Ces différences s'atténuent lorsque la résistance à la base devient faible et le quake à la base diminue : ce sont les conditions où les contraintes résiduelles sont les plus faibles. Néanmoins, comme le montre la comparaison graphique donnée à la figure 5.4, pour les cas 1 (p. 472) et 2 (p. 473), assez représentatifs, les nuances sont suffisamment faibles, par rapport à la solution à trouver pour que l'analyse à 1 coup soit tolérée.

2.1.2. Recherche des caractéristiques de résistance à la base.

Au moyen des paramètres de frottement décrits au paragraphe 2.1.1, une étude paramétrique du quake et damping à la base a été effectuée dans le but d'en déterminer les valeurs les plus probables. Cette analyse a été effectuée dans un premier temps en imposant le signal de vitesse (méthode habituellement utilisée dans la littérature). Celui-ci a été imposé au sommet du tube d'une section de 270 cm^2. Le pieu de section constante a une longueur de 15.84 m et est divisé en 22 éléments de 0.72 m chacun. La distance séparant le centre de masse du dernier élément (base) du point imposé est : 21 x 0.72 = 15.12 m. La force est calculée entre le premier et le second élément du





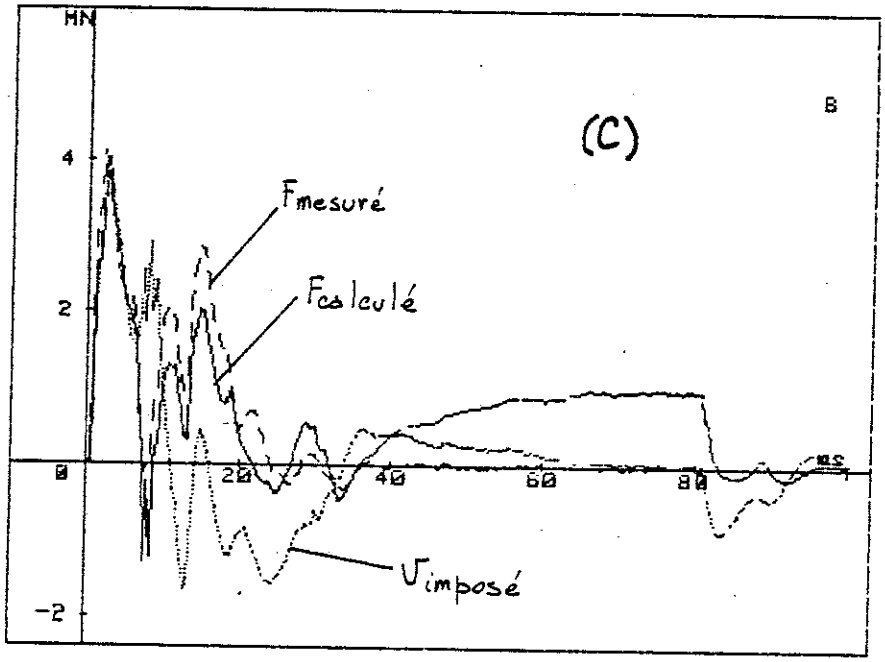
COMPARAISON 'CAPWAP' POUR LE CAS No 1

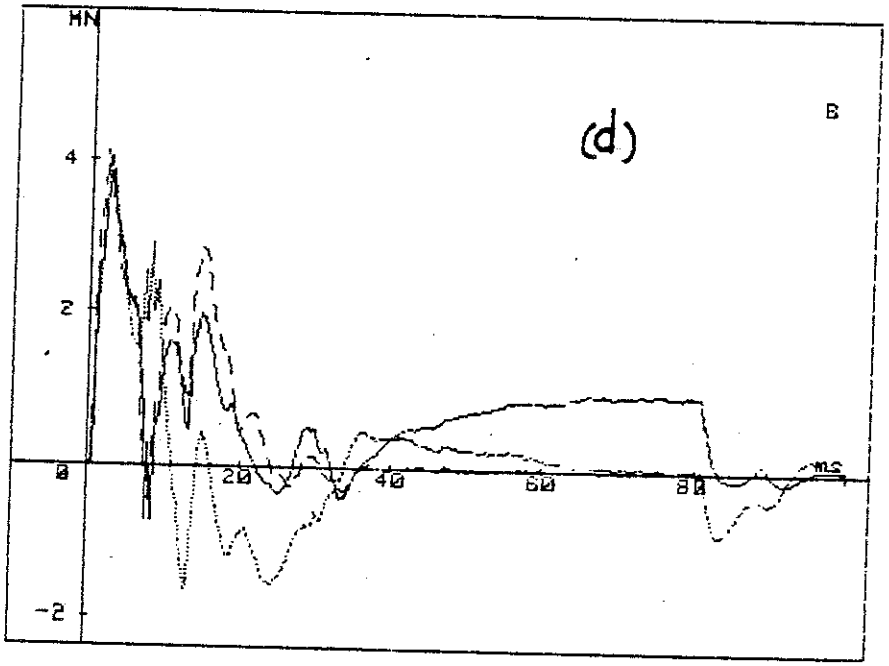
(a) 1er coup

(b) 9eme coup

$\begin{cases} q_b = 10\ MPa \\ s_b = 7.2\ mm \end{cases}$

FIGURE 5.4





COMPARAISON 'CAPWAP' POUR LE CAS No 2

(c) 1er coup

(d) 9eme coup

$\begin{cases} q_b = 10\ MPa \\ s_b = 14.4\ mm \end{cases}$

FIGURE 5.4

tube de section constante, soit théoriquement 0.36 m en dessous du centre de masse du premier élément où la vitesse est imposée.

Au départ des valeurs fixées pour les 2 premiers cas, il semble que la solution soit raisonablement encadrée.
Cependant, il est possible de dégager des observations plus plus générales de la comparaison des signaux calculés entre eux et par rapport au signal à réaliser :

Pour une même résistance, lorsque le quake augmente, (voir fig. 5.4 cas 1 p. 472 et 2 p. 473)

- le 1er gouffre de force s'aggrandit,
- le 1er pic de force est plus faible,
- le second pic de force décroît très légèrement.

Pour une même résistance statique, lorsque le damping augmente,

- le 1er gouffre de force se réduit,
- le 1er pic de force devient plus grand et/ou s'épaissit,
- le 2ème pic de force devient plus faible.

Lorsque la résistance à la base grandit,
- le 1er gouffre de force se réduit,
- le 1er pic de force devient plus élevé,
- le 2ème pic de force devient un peu élevé.

On constate donc que du point de vue des courbes de force calculées, certains résultats peuvent être obtenus de manière indifférente quant à la tendance, soit par une augmentation de quake, soit par une réduction de la résistance à la base. On perçoit là toute l'influence du coefficient de réaction à la base, car celui-ci est modifié dans notre analyse paramétrique par la résistance, ou par le quake.

L'analyse des résultats obtenus avec une résistance unitaire à la base de 6 et 13 MPa fait apparaître que l'un est manifestement trop faible et l'autre trop élevé. Lorsque la résistance à la base est nulle, le gouffre de force plonge de manière très abrupte et colle très bien à la mesure, mais bien entendu sur un temps limité. Une observation générale de ces problèmes est que le signal de vitesse, qui accuse des composantes vers le bas après le choc principal, engendre au-delà de 40 ms des forces incompatibles avec le modèle. Une faible erreur de mesure à ce niveau signifie que l'on enfonce

le pieu plus qu'il ne l'a été et cet enfoncement ne peut se produire qu'à l'intervention d'une mise en charge pseudo-dynamique à laquelle nous ne nous attarderons pas.

Ayant encadré la solution avec les quakes de 7.2 et 14.4 mm pour la résistance unitaire à la base de 10 MPa et un damping de 1 MPa/ms^{-1}, les valeurs suivantes furent essayées :

Cas	9	10	11	12	13	14	15	16
q_b [MPa]	10	10	10	10	10	10	7	14
s_b [mm]	8	9	10	12	10	10	7	14
C_σ [MPa/ms^{-1}]	1	1	1	1	.5	2	1	1

Ces cas permettent d'établir que 12 mm est la valeur optimale du quake pour q_b = 10 MPa, jusqu'au second gouffre. Ils permettent également de confirmer que 1 MPa/ms^{-1} est la valeur à conserver pour l'amortissement. La comparaison des cas 11, 15 et 16 permet d'apprécier l'importance du coefficient de réaction : les courbes restent pratiquement comparables jusqu'au moment où les dernières dizaines de tonnes sont mobilisées. Utilisant cette observation, pour améliorer le cas q_b = 10 MPa avec s_b = 12 mm, d'autres cas ont été traités, qui possédaient le même coefficient de ressort :

Cas	17	18	19	20	21
q_b [MPa]	12	14	16	12	14
s_b [mm]	14.4	16.8	19.2	14.4	16.8
C_σ [MPa/ms^{-1}]	1.0	1.0	1.0	2.0	2.0

Les cas 17, 18 et 19 constituent tous une amélioration par rapport au cas 12 : la correspondance est saisissante jusque 18 ms où la descente de force (la quatrième) n'est pas suivie avec l'abrupt qui caractérise la mesure.
L'introduction d'un damping plus élevé ne permet pas de choisir entre des courbes satisfaisant fondamentalement à la condition imposée pendant 18 ms (soit au moins 6 fois le temps L/v_c).

De même, l'exécution de ces cas avec 3 coups successifs ne permettent pas de dégager la solution la plus probable.

La méthode capwap avec vitesse imposée, conduite sur une période de temps même importante (6 L/V_c, ce qui est supérieur à ce qui est présenté dans la littérature) nous donne le coefficient de réaction, ainsi qu'une résistance minimale. Si en effet, au delà de 12-14 MPa si le coefficient de réaction , est respecté, les courbes sont pratiquement équivalentes. A titre d'illustration sont données à la figure 5.5 p. 477 les courbes correspondant aux cas 18 et 19.

2.1.3 Rôle du frottement

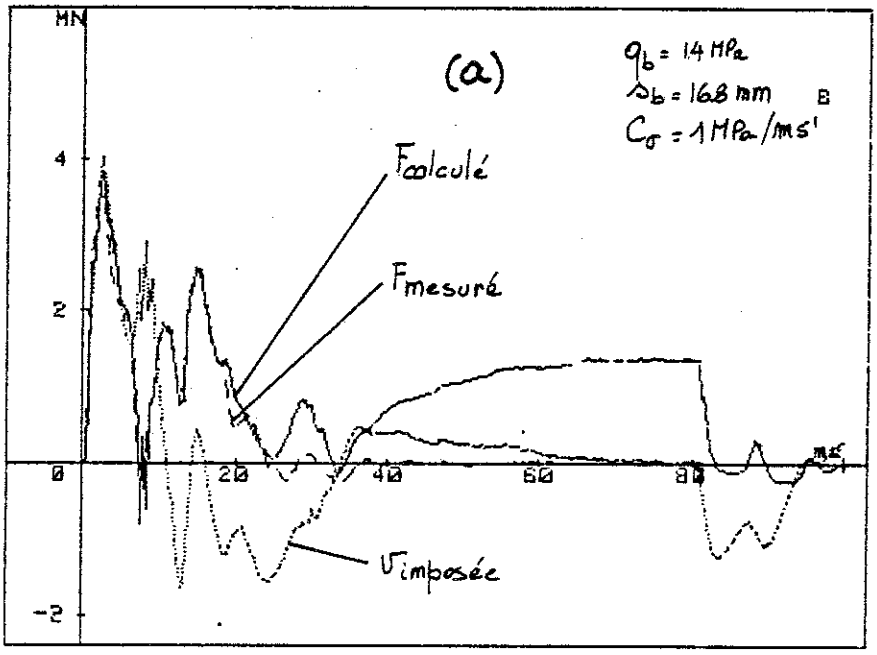
Les valeurs des paramètres caractérisant le comportement au frottement ayant été déduites, mais non explicitement vérifiées, il est apparu intéressant de connaître leur influence sur les déductions faites pour la résistance à la base.

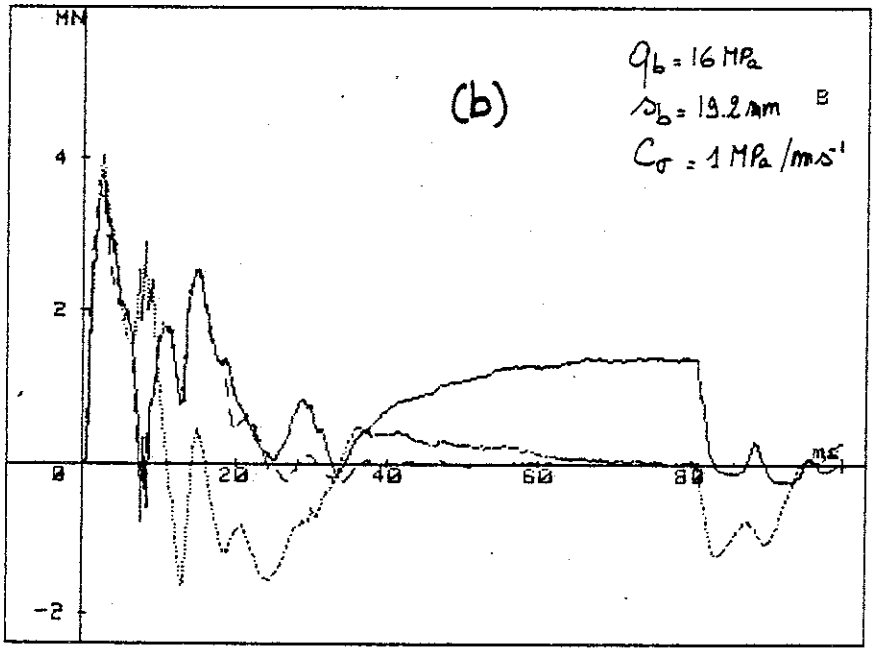
Les cas 9 à 16 ont été refaits d'une part avec le frottement nul et ensuite avec le frottement statique de référence divisé par deux. Ces essais montrent que la petite bosse de force avant le gouffre, vers 6 ms, n'est plus reproduite tandis que l'ensemble du diagramme est beaucoup plus cahotique en raison du faible amortissement fourni par le frottement latéral. On en déduit que l'amélioration de la description de la résistance du sol ne passe pas par une diminution des paramètres de frottement.

A l'inverse, un essai a été fait en doublant le damping du frottement, afin de forcer les ondes à s'amortir, sur le cas 18. Puisqu'aucune amélioration n'a été obtenue avec cet essai on en conclut que le frottement qui a été pris au départ n'est pas remettre fondamentalement en question.

2.1.4. Paramètres optimaux sur base de la vitesse imposée

Sur base de l'imposition de vitesse du coup E869, au moyen du tube discrétisé en 22 éléments, on adopte comme paramètres optimaux, les valeurs à partir desquelles aucune amélioration n'est sensible lorsqu'on augmente q_b. Ce choix se base sur l'hypothèse que le coup a mobilisé la résistance juste suffisante pour assurer la correspondance du calcul et des mesures :





ALMELO CONDITION LIMITE DE VITESSE IMPOSEE

(a) Cas No 18

(b) Cas No 19

FIGURE 5.5

q_b= 14 MPa

$$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} k_b = \frac{\Omega_b \; q_b}{s_b} = 151 \text{ MN/m}$$

s_b= 16.8 mm

C_σ= 1 MPa/ms^{-1}

Les valeurs du frottement sont données au paragraphe 2.1.1. pour les 3 couches considérées. Pour voir s'il était possible que notre analyse fût influencée par la discrétisation, nous avons effectué pour le cas optimal choisi, le calcul avec un tube de 16 m discrétisé en 8 éléments de 2 m chacun. Ainsi que l'on peut s'en rendre compte à la figure 5.6 p. 479 , cette simplification par rapport à notre procédure, et qui demande 5 fois moins de temps ne dégage pas du tout la même impression d'ajustement. Nous en concluons que la discrétisation en éléments de 2 m, préconisée dans la littérature est trop grossière et peut influencer de manière néfaste les paramètres déduits. Nous continuerons donc notre analyse avec les segments de 0.72 m.

2.2. Force imposée provenant d'une mesure

Un premier tour d'horizon a été entrepris dans ce domaine qui du point de vue du problème du refus a un avantage : la courbe de vitesse résultant de l'impulsion de force est convertie en déplacement. Il est ainsi possible de vérifier l'enfoncement maximal et l'enfoncement permanent calculé par cette méthode avec ceux mesurés sur site.

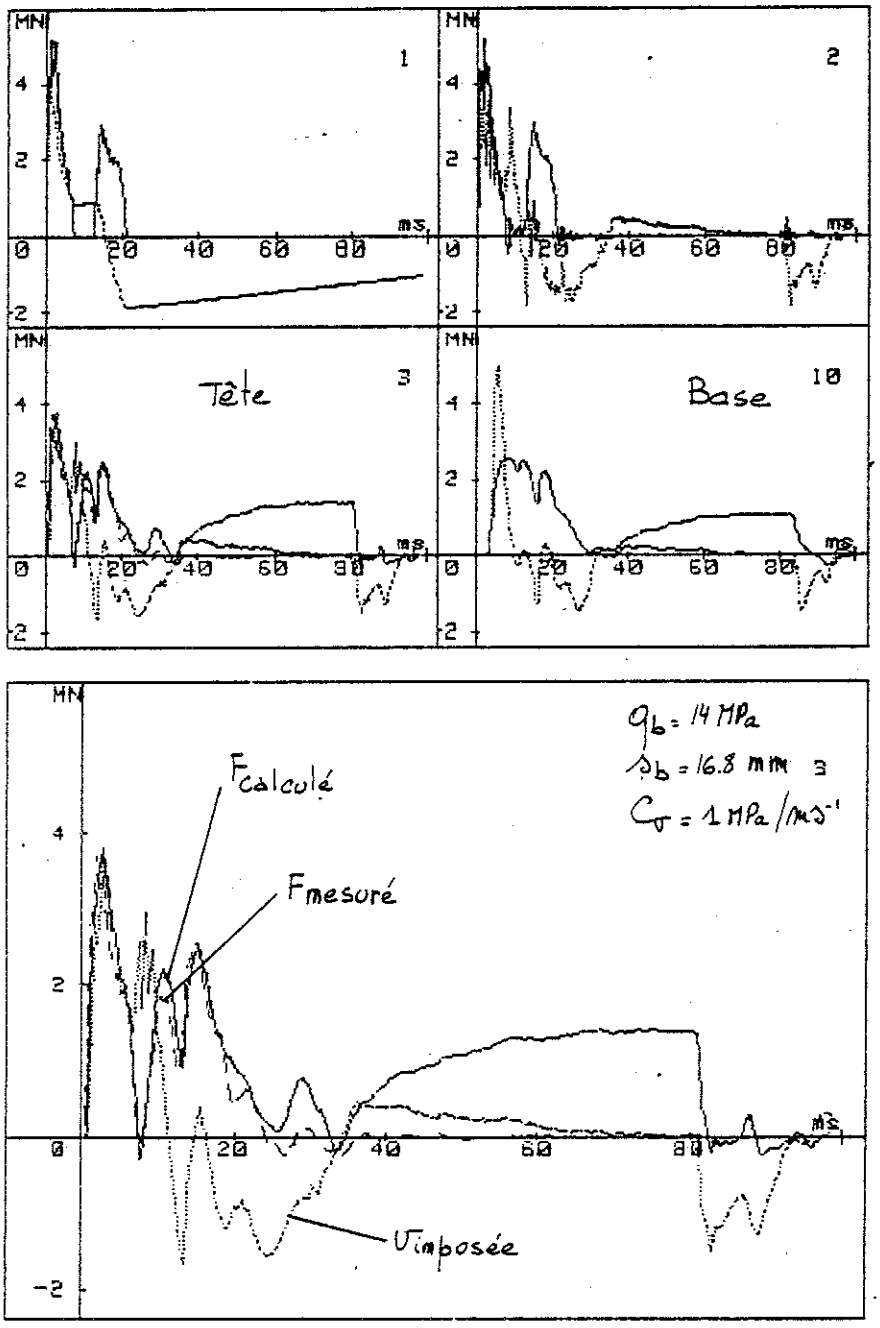
Les cas 9 à 16 ont été analysés pour dégager les tendances suivantes :

lorsque le quake augmente :

- le 1er pic de vitesse augmente
- le 1er gouffre de vitesse s'approfondit faiblement
- le 2ème pic de vitesse augmente
- la stabilisation de la courbe se fait attendre plus longtemps

lorsque le damping augmente :

- le 1er pic de vitesse diminue
- le 1er gouffre de vitesse augmente
- le second pic de vitesse diminue



EFFET DE LA FINESSE DE LA DISCRETISATION

Cas No 18 avec des elements de 2m (au lieu d'elements de 0.72m)

FIGURE 5.6

- la fin de la courbe est plus rapidement calme.

Pour une même valeur du coefficient de réaction à la base, lorsque la résistance augmente;

- le 1er pic de vitesse s'amincit en restant à peu près au même niveau
- le 1er gouffre de vitesse se creuse
- le 2ème pic diminue
- la fin de la courbe est plus mouvementée

Du point de vue de l'optimalisation, le 1er est pic reproduit pour q_b = 10 MPa et s_b = 12 mm tandis que pour le 1er gouffre et le 2ème pic, q_b = 14 MPa et s = 14 mm semblent mieux convenir. La fin de la courbe est plus mouvementée que mesurée, ce qui nécessiterait en fin de parcours un petit quake ou un grand damping.

Après avoir essayé également les cas 17 et 18 qui avaient été dégagés comme favorables au paragraphe précédent, force nous est de constater que la meilleure correspondance de la courbe de vitesse calculée est obtenu pour les conditions :

q_b= 14 Mpa
s_b= 14 mm
C_σ= 1 MPa/ms^{-1}

Cependant, ainsi que le montre la figure 5.7.a p.482, relative à ce cas, la courbe décolle dangereusement de la mesure au delà de 25 ms : le rebond est beaucoup plus élevé et l'enfoncement permanent en devient extrêmement réduit : de l'ordre de 2 mm au lieu des 7-8 mm mesurés sur place. Si ce dernier critère de l'enfoncement devait être respecté, alors ce seraient les valeurs q_b = 10 Mpa et s_b = 10 MPa qui devraient être retenues (voir figure 5.7.b p. 483).

2.3. Paramètres déduits d'un coup (Force et vitesse)

On en conclut que si l'accord doit être fait pour les premiers instants du choc, mettant essentiellement en jeu la mise en charge du terrain, la résistance de 12 - 14 MPa peut être retenue tandis que le quake se situe entre 14 et 17 mm. Par contre, lors de la décharge et pour la question d'enfoncement permanent, il semble que des valeurs de quake et ou de résistance à la base plus faibles doivent être adoptées.

Pour clarifier ce point de vue, il a été décidé d'examiner les autres coups donnés par le mouton hydraulique : E840, E832 et E801 décrits aux paragraphes 2.2.3 du chapitre III. Pour rappel, ils correspondent à des hauteurs de chute respectivement de 0.58, 0.45 et 0.11m. Chacun de ces coups a été analysé par la méthode case ainsi que sous l'angle de la vitesse et sous l'angle de la force avec les paramètres de comportement de la résistance à la base des cas 9 à 16.
Il est intéressant de comparer les résultats de la méthode "case" en fonction de la hauteur de chute sur un tube n'ayant pratiquement pas descendu (moins de 5 cm), ils sont fournis au tableau suivant :

coup	E869	E840	E832	E801
hauteur de chute [m]	1.00	0.58	0.45	0.11
R_{case} [MN]	2.7-3.2	2.2	1.9	1.1

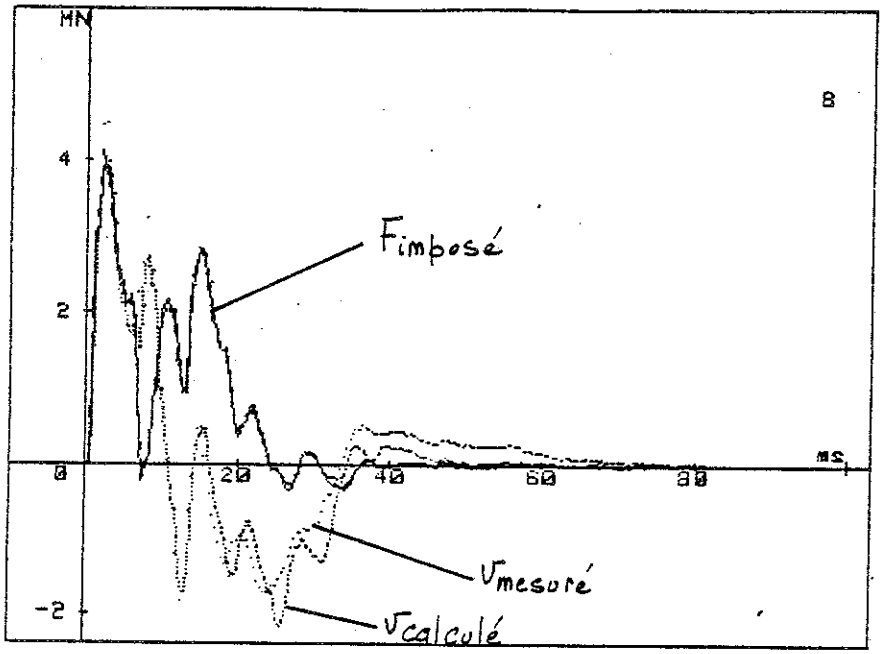
On constate que la valeur obtenue est d'autant plus forte que le coup a une amplitude élevée et que l'enfoncement permanent est élevé. On a observé également que le diagramme Q_{case} (t*) a tendance à s'applatir avec une augmentation de la hauteur de chute. Cette dernière observation est peut-être une condition supplémentaire à l'application plus fiable de la méthode "case". Il faut en effet remarquer que cette méthode est appliquée principalement au refus, c'est-à-dire pour des coups où l'énergie est insuffisante pour provoquer un enfoncement significatif : si on pouvait donner un coup plus fort, on obtiendrait une valeur plus élevée. Une autre observation est que la valeur obtenue à 1 m de chute est celle que nous avons trouvée par une méthode plus sophistiquée.

Pour ce qui est des analyses à condition limite imposée, la tendance dégagée par le respect des signaux enregistrés va vers un coefficient de raideur de :

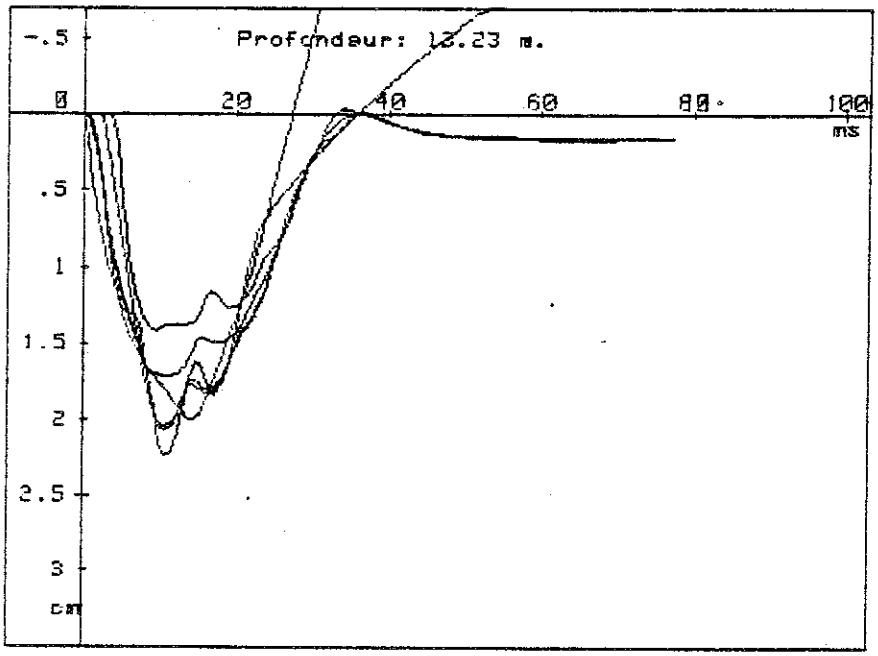
$$k_b = \frac{\Omega_b \cdot q_b}{s_b} = \frac{0.181 \times 10}{0.008} = 226 \text{ MN/m}$$

soit 1.44 fois plus raide que le cas trouvé avec le coup E869.

La valeur du frottement et de C_σ restent inchangées. Il est très ardu de faire un choix sur la valeur de q_b car les cas exécutés avec le même k_b respectent pratiquement les mêmes critères.



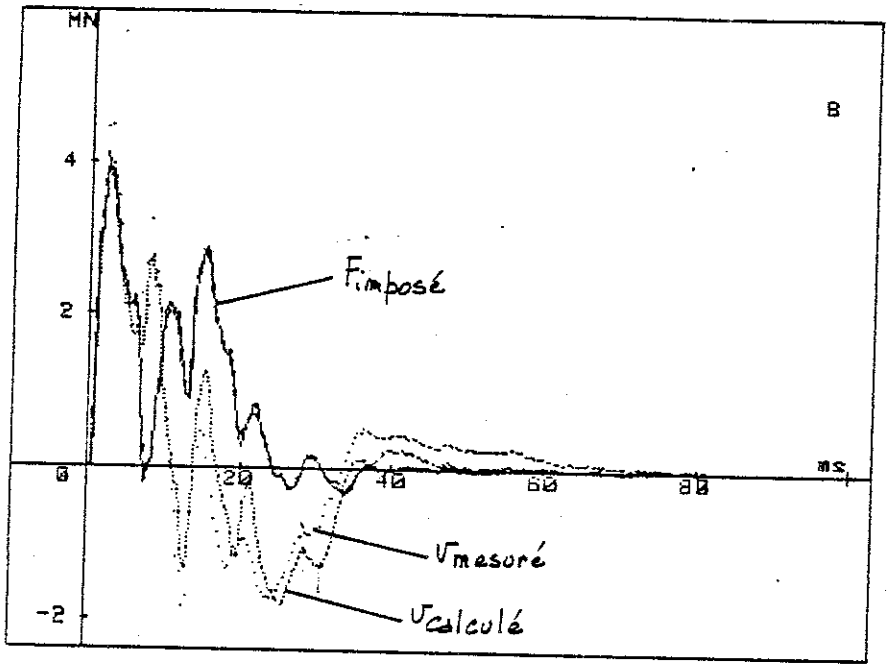
DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME (Calculated)

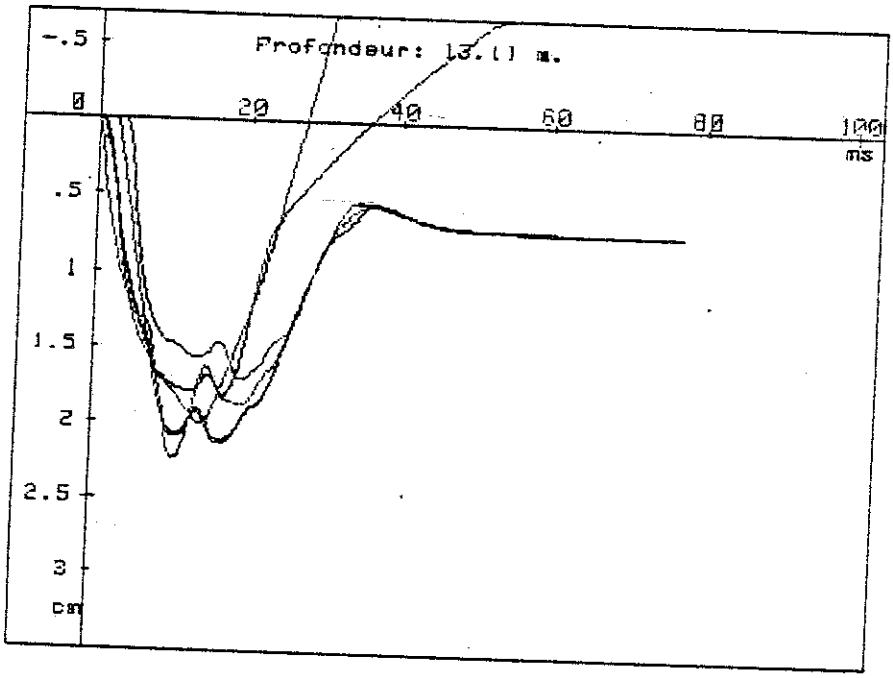


ALMELO - CONDITION LIMITE DE FORCE IMPOSEE

CAS: $q_b = 14 MPa$ $s_b = 14 mm$ $C_\sigma = 1 MPa/ms^{-1}$

FIGURE 5.7a





ALMELO - CONDITION LIMITE DE FORCE IMPOSEE

CAS: q_b=10MPa s_b=10mm C_σ=1MPa/ms^{-1}

FIGURE 5.7b

Les courbes sont d'autant plus insensibles au choix de q_b que le coup est faible.

On déduit de cette analyse que lorsque le coup est insuffisant pour mobiliser la résistance du terrain, le pieu sollicite le sol dans un domaine pseudo-linéaire caractérisé par un coefficient : le coefficient de raideur à la base. Au fur et à mesure que le coup augmente en amplitude, le coefficient de raideur à faire intervenir diminue : le rapport quake/q_b augmente et exprime la non-linéarité mise en lumière par les coups plus forts. La valeur du damping C_σ ne semble pas être modifiée au point qu'il soit nécessaire de changer la valeur en fonction du coup donné. Nous pensons donc que les faibles valeurs de Q_{case} sont à rapprocher de ce phénomène plutôt qu'à un effet de vitesse, qui est à faire intervenir au second degré de l'appréciation de la résistance.

Les résultats supplémentaires fournis par l'analyse à force imposée ont été résumés dans le tableau 5.I p. 485 qui donne l'enfoncement maximum et l'enfoncement permanent pour les 4 coups donnés et pour les 7 cas les plus utiles. Pour l'enfoncement maximal, le cas 15 (q_b = 14 MPa, s_b = 14 mm) semble être le cas optimal, tandis que pour l'enfoncement permanent, on devrait s'orienter vers le cas 11. Le cas 15 est représentatif de la mise en charge, tandis que le 11, représentatif de l'ensemble de l'enfoncement : charge et décharge. Toutes ces ambiguïtés démontrent à suffisance l'aspect limité du modèle qui pèche ici par 2 défauts majeurs: la linéaire élastique avant d'atteindre la charge ultime; elle ne permet aucune progressivité et ensuite la décharge suivant la même pente; elle implique un rebond trop important.

TABLEAU 5.I. VALEURS DE s_{max} et du refus s [mm] obtenu par imposition du signal de force

Coup	869	840	832	801
Cas (cf. tableaux page 475)				
9	20.1 9.3	13.9 3.1	11.0 1.2	4.5 0.6
11	21.3 7.1	14.9 3.3	11.9 1.3	4.8 0.7
12	22.9 6.4	15.9 3.7	12.6 1.7	5.0 0.9
13	18.7 6.2	13.2 2.3	10.6 1.5	4.3 0.5
14	22.2 8.8	15.8 3.9	12.4 1.3	4.9 0.8
15	20.7 1.6	14.7 1.2	11.7 1.3	4.6 0.6
16	26.8 19.1	15.5 7.2	11.7 3.7	4.6 0.6
Valeurs Mesurées	21 - 22 7.5 - 8	15 2	12 1	5 0.5

La valeur supérieure est celle de s_{max} et l'inférieure, celle de refus.

3. MODELISATION DE LA BASE POUR LES ESSAIS D'ALMELO.

3.1. Implémentation et essais avec loi élasto-plastique

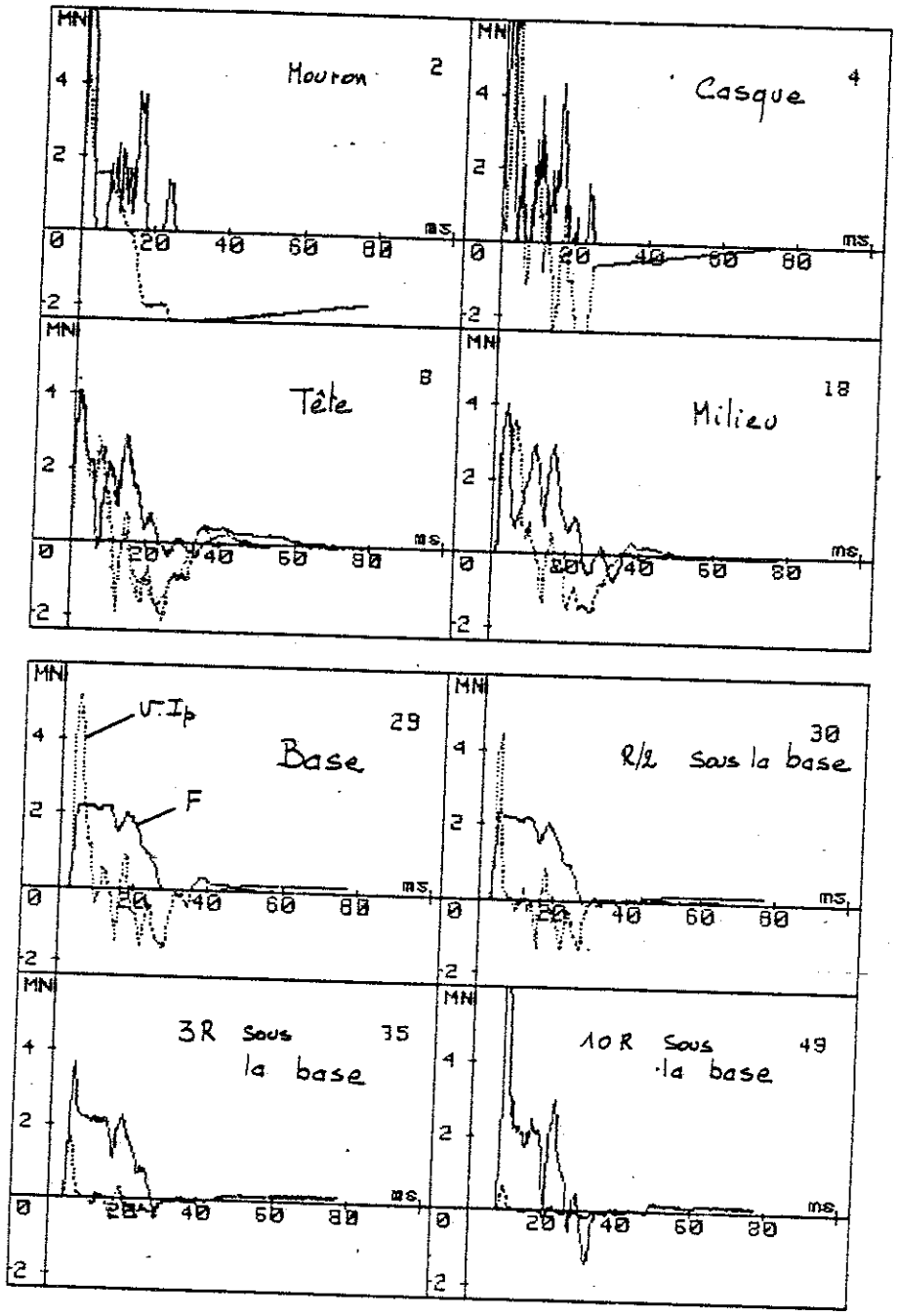
Afin de bien comprendre les transformations que nous avons apportées à notre programme, nous nous sommes mis en devoir de commencer son exploitation avec une loi simple, que l'on avait déjà étudiée par ailleurs. La vérification a été opérée par rapport aux exemples élasto-plastiques du programme précédent : un milieu pesant purement élastique sous la base est bien équivalent à une réaction à la base avec le coefficient de réaction et le coefficient d'amortissement du dashpot calculé suivant les formules de Lysmer.

A titre d'exemple est fourni à la figure 5.8 (p.487 et 488) le calcul de la propagation des ondes de compression et de vitesse sous la base du pieu examiné à 13.2 m de profondeur dans le site d'Almelo. Les paramètres de calcul sont :

q_b= 12 MPa ou Q_b = 2.17 MN
E = 500 MPa, ν = 1/3

Les éléments composant le tronc de cône sous la base dont le rayon vaut 0.24 m, sont épais de 0.12 m et s'étendent jusqu'à 10 rayons sous la base (total de 20 éléments). L'élément 29 est le dernier élément du pieu tandis que le 49, le dernier du sol (le plus profond). La loi élasto-plastique limite l'effort dans l'élément 29 à Q_b = 12 x 0.181 = 2.17 MN. Par contre, du fait que la section grandit en profondeur, des efforts plus élevés peuvent être transmis car l'impédance croit également en profondeur. Ceci explique que le pic de force s'amplifie en profondeur (la contrainte diminue, elle, fortement) tandis que la vitesse s'atténue fortement. Derrière ce pic de force qui s'étend sur quelque 2 ms, mais qui dépasse 6 MN à 2.4 m sous la base, le plateau de 2.2 MN semble se maintenir. On ne remarque pas d'effet de réflexion de la part de la frontière inférieure dont on peut se satisfaire.

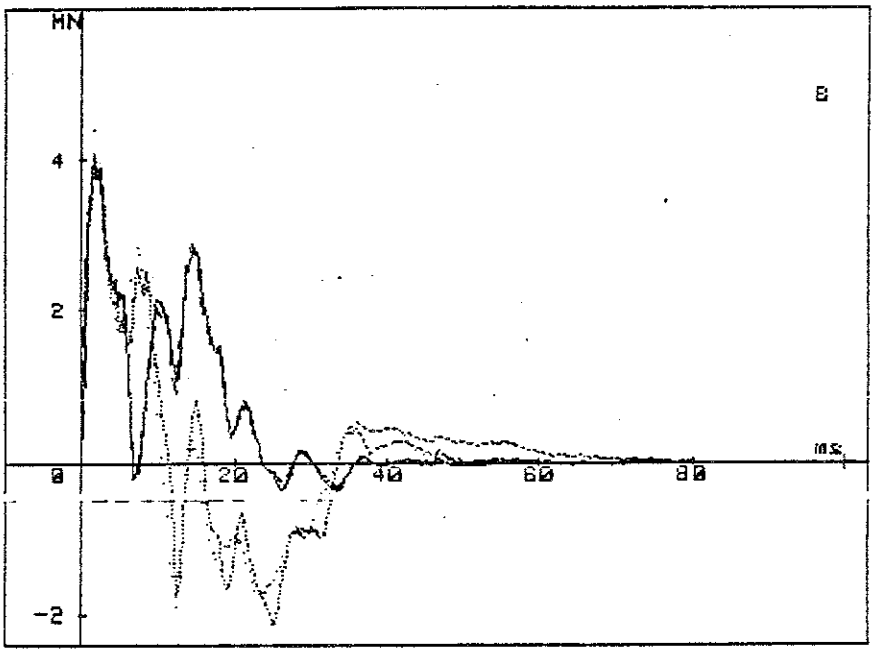
A l'élément 29, aucune traction n'est admise. Par contre, en profondeur, on remarque la formation de quelques tractions, s'amplifiant également avec la profondeur. Elles sont cependant extrêmement faibles; par exemple pour l'élément 49, qui donne le plus grand effort: - 1.4 MN, cela équivaut à une traction de $\sigma_t = \frac{1.4}{\pi\ (0.24 \times 11)^2} = 0.064$ MPa, que l'on peut aisément tolérer, eu égard aux contraintes initiales supérieures.
Le grand avantage par rapport à un système ressort-dashpot est la meilleure terminaison des diagrammes, c'est-à-dire

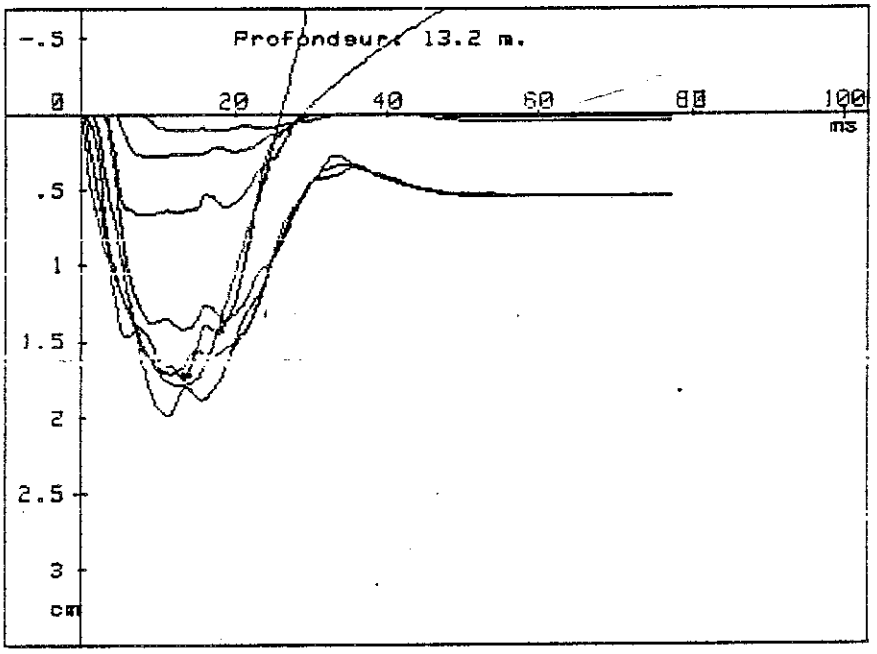


EXEMPLE DE CALCUL DES ONDES DANS LE PIEU ET DANS LE MODELE DU SOL A LA BASE

Forces et vitesses

FIGURE 5.8a





EXEMPLE DE CALCUL DES ONDES DANS LE PIEU ET DANS LE MODELE DU SOL A LA BASE

Niveau de mesure et déplacements

FIGURE 5.8b

après 20 ms. Ainsi que le montre la figure 5.8b, p. 488 qui est un cas de force imposée, le rebond qui sévissait précédemment entre 20 et 30 ms a disparu, tandis que la redescente du pieu qui se stabilise est assez bien représentée. En fait, lorsque l'on représente la réaction du sol par un ressort et un dashpot, le rappel est directement disponible au ressort comprimé; ici le rappel n'intervient que par la remontée de tout l'ensemble du tronc de cône modélisant le massif semi-infini. En dépit de la simplicité de la loi de comportement purement élasto-plastique, l'amélioration par rapport aux essais précédents du pragraphe 2.3 nous semble remarquable.

Lors de l'examen des différents coups sous l'angle de la vitesse imposée ou de la force imposée, nous avons adopté les paramètres de frottement suivants :

couche 1 :
0-2.5 m $\quad \tau_{max}$= .0125 MPa $\quad s_f$= 2 mm $\quad I_\tau$= .05 MPa/ms^{-1}

2 :
2.5-12 m $\quad \tau_{max}$= .0250 MPa $\quad s_f$= 2 mm $\quad I_\tau$= .14 MPa/ms^{-1}

3 :
12-13.2 m $\quad \tau_{max}$= .200 MPa $\quad s_f$= 5 mm $\quad I_\tau$= .40 MPa/ms^{-1}

Pour la résistance à la base, le milieu purement élastique (sans amortissement hystérétique ni visqueux) de module E = 500 MPa et de coefficient de Poisson = 1/3 était limité en compression intrinsèque par les résistances unitaires suivantes :

10, 12, 13, 15, 17 et 20 MPa.

Dans ces conditions, la meilleure résistance pour le coup E869 était de 15 MPa. Cependant, cette valeur pouvait être réduite pour les coups plus faibles.

La valeur élevée du module satisfaisant aux mesures enregistrées n'a été trouvée que par approximations successives après avoir débuté avec des valeurs bien plus faibles. Trois explications peuvent être avancées, dans l'attente d'une discusion spécifique après recueillement de données complémentaires :

- présence d'eau instantanément peu compressible,
- super-compactage des sables environnant la base,
- module alterné après de nombreuses précharges et décharges.

En raison des limitations imposées par la loi élasto-plastique et pour tirer meilleur parti de la modélisation du massif semi-infini sous la base, nous avons poursuivi le test du modèle pour des lois de comportement plus complexes.

3.2. Loi linéaire liée à la vitesse.

Si au lieu de prendre la loi linéaire simple, on ajuste constamment la pente calculée de la courbe de mise en charge par une loi du type :

$$Q = Q_S \ (1 + J. \ v^{0.2}) \qquad (5.1)$$

on peut espérer réduire dans une certaine mesure les écarts des valeurs de la résistance obtenue au paragraphe précédent lorsque l'on utilise différentes hauteurs de chute.

Grâce à l'introduction du critère de rupture dépendant de la vitesse dans le milieu élasto-plastique, pour J = 1, il a été possible de définir une plage commune permettant d'expliquer les 4 coups : 869, 840, 832 et 801 :

q_b= 12 MPa $\quad \varepsilon_r$ = 3.1 %

q_b= 13 MPa $\quad \varepsilon_r$ = 2.4 à 3.5 %

On constate donc que l'introduction de la loi permet de mettre en évidence des résistances "statiques" moins sujettes à la vitesse d'impact, et qui sont précisées ici pour une vitesse de 2 cm/s. En raison de l'avantage apporté, cette dépendance de la rupture vis à vis de la vitesse sera incorporée dans notre modèle le plus complet.

3.3. Loi de comportement hyperbolique

La loi de comportement hyperbolique permet de tirer meilleur avantage du tronc de cône car la plastification y étant progressive, elle atteint des niveaux situés sous la base. La profondeur de la zone plastifiée sera également agrandie par la loi qui établira la dépendance de la résistance intrinsèque avec la vitesse. C'est pourquoi nous ferons intervenir les 3 types d'amortissement dans notre modèle :

- l'amortissement géométrique : assuré par la géométrie du tronc de cône,

- l'amortissement hystérétique : assuré intrinsèquement par la loi de comportement hyperbolique,

- l'amortissement de type visqueux : assuré intrinsèquement par un terme de résistance proportionel à la vitesse de déformation.

En outre, nous majorerons la résistance de référence en fonction de la vitesse de déformation au moyen de la loi suivante inspirée de celle proposée par certains auteurs :

$$q_b^d = q_b^r \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_r}\right)^{0.2}\right] . \beta$$

dans laquelle $\dot{\varepsilon}$ est la vitesse de déformation (s^{-1}) et $\dot{\varepsilon}_r$ est la vitesse de déformation sous la base du pieu dans notre modèle lorsque la base s'enfonce de 2 cm/s. Cette dernière vitesse a été choisie en raison de son application dans l'essai de pénétration; il en résulte que l'on doit satisfaire à $q_b^d = q_b^r$ pour $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_r$, ce qui impose dans le cas de notre pieu avec sa plaque de 0.24 m de rayon:
$\dot{\varepsilon}_r$ 0.06 s^{-1} pour v = 2 cm/s, et donc:

$$q_b^d = \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{3}\right)^{0.2}\right] \times q_b^r \times 0.686$$

En ce qui concerne le frottement latéral, nous adoptons la réprésentation de la réaction par un système du type: ressort - dashpot - patin avec les précisions suivantes, déduites de nos considérations théoriques du chapitre IV :

- loi de comportement statique hyperbolique,
- amortissement de type visqueux absolu dont le coefficient est proportionel à la racine carée du module tangent de la courbe de mobilisation du frottement,
- la somme du terme statique et du terme visqueux est limité par la résistance ultime définie dans chaque couche. Compte tenu des expériences relatées dans la littérature pour le sable, il n'a pas été jugé utile de faire varier cette limite en fonction de la vitesse ainsi que ce qui est fait pour la base.

Compte tenu de l'expérience acquise lors des modélisations précédentes, des essais furent conduits avec q_b = 20 MPa et ε_r = 4 %. Ceux-ci permirent de mettre en évidence le décalage des courbes calculées par rapport aux courbes mesurées suivant que l'analyse était faite à vitesse imposée ou à force imposée. Lorsque le même numéro d'élément du

discrétisé était pris pour l'analyse à force imposée ou à vitesse imposée, la courbe de force était en retard alors que la courbe de vitesse était bonne ou bien, lorsqu'un numéro d'élément plus bas était adopté, la courbe de force était juste mais alors, la courbe de vitesse était en avance. Ceci nous a amené à raffiner la procédure en donnant un numéro d'élément supérieur à l'analyse à vitesse imposée; ce problème s'atténuerait encore si l'on adoptait une discrétisation plus fine du pieu en tronçons plus petits.

Ce facteur est plus important qu'il n'y paraît à première vue, car dans un problème à vitesse imposée, la modélisation précise de la petite bosse et de la descente qui lui succède est influencée par la répartition du frottement auprès de la base. Une erreur de discrétisation de 0.5 m par exemple (ou en temps : 0.2 ms) se répercute sur la connaissance de la répartition de la résistance entre le frottement et la base.

Grâce à cette amélioration, et au terme du processus itératif déjà décrit lors des autres phases d'ajustement, il nous a été possible de déterminer la répartition du frottement au voisinage de la base. En travaillant sur la résistance ultime au frottement et la hauteur sur laquelle elle s'applique, nous en arrivons à adopter les éléments de la résistance au frottement suivants:

couche 1 :
0-2.5 m $\quad \tau_{max}$= .001 MPa $\quad s_f$= 5 mm $\quad I_\tau$= .05 MPa/ms^{-1}

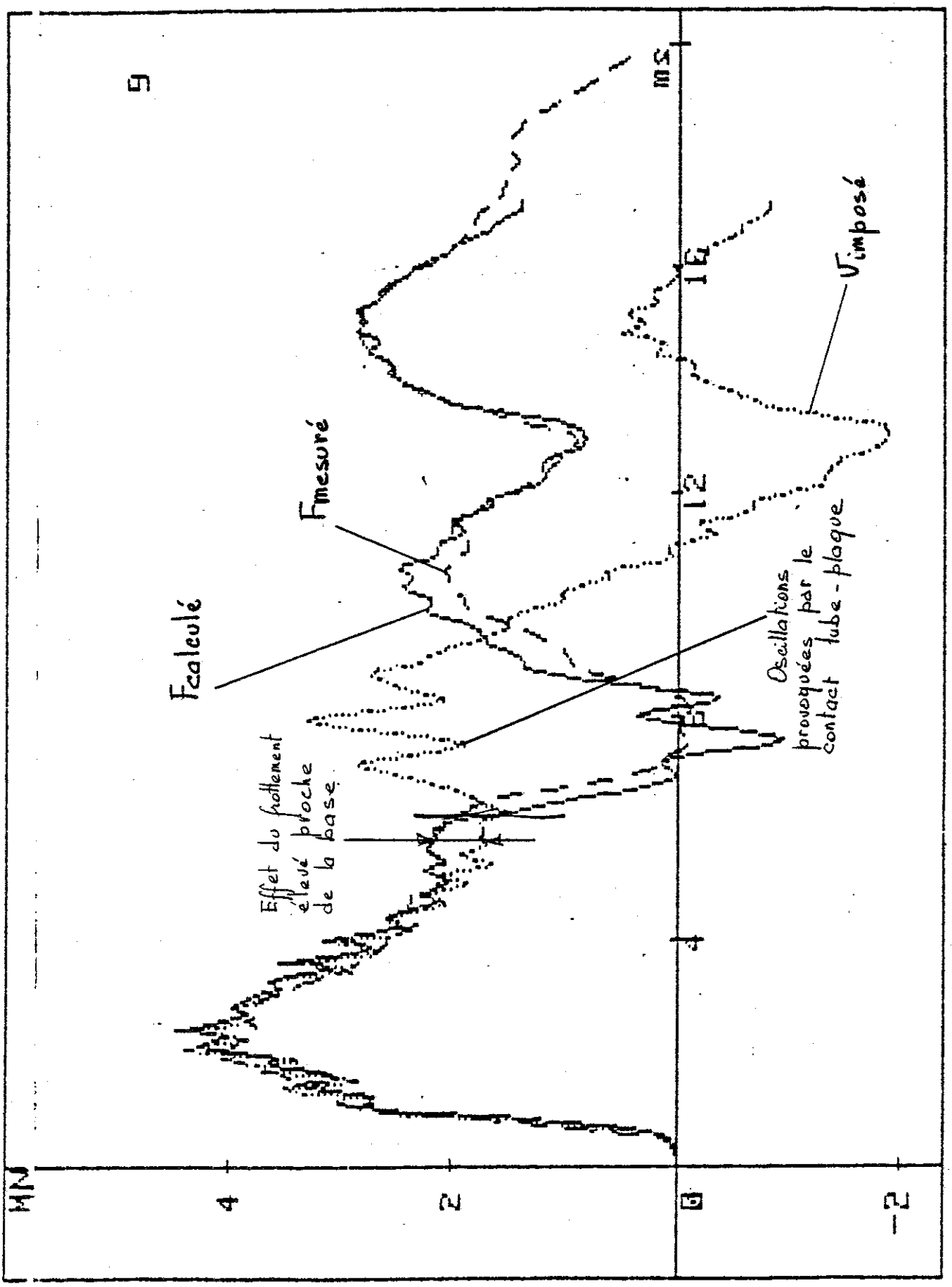
couche 2 :
2.5-10 m $\quad \tau_{max}$= .001 MPa $\quad s_f$= 5 mm $\quad I_\tau$= 10 MPa/ms^{-1}

couche 3 :
10-13.2 m $\quad \tau_{max}$= .120 MPa $\quad s_f$= 10 mm $\quad I_\tau$= .40 MPa/ms^{-1}

Le cas correspond à ce problème avec une résistance à la base déterminée par les éléments suivants :

q_b= 20 MPa
ε_r= 4 %
μ = .02 MPa s^{-1}

est illustré à la figure 5.9. p. 493. On y constate la quasi-perfection de la superposition du signal de force calculé avec celui mesuré. Certains aspects restent encore perfectibles : la descente de force est plus brutale, mais on a respecté la bosse avant cette descente; les grandes vagues



CAS OPTIMAL DE MODELISATION A ALMELO

Loi hyperbolique de comportement intrinsèque

q_b =20MPa ε_r=4% μ=.02MPa/ms^{-1}

FIGURE 5.9

au fond du premier gouffre de force proche de zéro, sont dues à la nature mouvementée du signal de vitesse; la reprise après ce gouffre pourrait être encore un peu décalée dans le temps. En dépit de ces défauts mineurs, l'essence du phénomène nous paraît suffisamment finement détaillée pour compendre certains comportements.

La bosse de force avant le plongeon est bien dû à une résistance localisée d'un frottement très élevé au voisinage de la base. Il est en effet nécessaire de mobiliser rapidement des frottements importants avant la résistance à la base pour expliquer cette bosse. Cette particularité se remarque dans bien des exemples fournis dans la littérature; cependant bien qu'étant identifié par certains spécialistes, on ne lui a jamais trouvé d'explication et on n'a pu le reproduire par le calcul sur des élêments de pieu trop grossièrement discrétisés. Nous estimons pésenter ici une explication plausible à ce phénomène. Il est à noter que ce frottement local dans le cas que nous avons examiné s'étend sur 3.2 m au-dessus de la base, soit sur une hauteur comprise entre 6 et 8 fois son diamètre, et ce de manière indépendante des 2 couches de sable déterminées au départ de l'essai de pénétration. Nous n'hésiterons pas à rapprocher cette hauteur de celle du bulbe de refoulement qui peut parfaitement atteindre ces dimensions dans le cas du sable très compact.

Il est d'autre part rassurant de trouver à grande proximité de la base une résistance si importante au frottement : dans notre cas examiné, la résistance latérale totalisée sur 3.2 m donne 0.51 MN. D'une part, cette résistance vient en déduction de la résistance à la base estimée vraissemblablement par certaines méthodes de manière plus globale, d'autre part elle agit pour empêcher le rebondissement du pieu. Si la partie du frottement latéral proche de la base, usuellement incluse dans l'estimation de la résistance à la base peut être liée à cette résistance à la base, alors cela expliquerait le succès relatif de formules de battage basées uniquement sur la résistance globale.

Cette hypothèse est également confirmée par l'examen des diagrammes de battage aux environs de la pénétration du pieu dans une couche nettement plus dense mise en évidence par l'essai de pénétration. Au début de la pénétration, la résistance à la base effective croît beaucoup plus vite que le frottement latéral qui ne peut se développer qu'au prorata de l'épaisseur pénétrée : il en résulte une augmentation rapide du nombre de coups nécessaire à l'enfoncement du pieu

de 20 cm. Par contre, dès que la profondeur d'encastrement atteint 5 à 6 diamètres, le frottement s'est développé et a pour effet de diminuer légèrement le nombre de coups nécessaire à l'enfoncement du pieu. On se convaincra de cette observation en examinant le diagramme de battage du pieux E8, donné à la figure 3.29 p. 255, par rapport aux valeurs calculées de la résistance à la base au départ de l'essai de pénétration correspondant.

On en arrive donc à soulever des questions sur le calcul et le comportement réel de la résistance à la base du pieu: quelle est la part reprise par la surface strictement horizontale et quelle est la répartition du frottement latéral au voisinage de la base, suite à l'enfoncement du pieu ? Comment faut-il envisager l'augmentation de résistance avec la profondeur d'encastrement dans une couche résistante: serait-il utile de considérer l'effort transmis à la partie inférieure et l'effort transmis sur les surfaces latérales proches de la base. Pour établir la validité de cette hypothèse, la meilleure donnée nous semble expérimentale : lors d'un essai de charge sur un pieu, instrumenter fortement la partie du pieu proche de la base pour connaître exactement la répartition du frottement latéral. Si cette hypothèse devait se vérifier, elle indiquerait aussi l'influence de la position des dernières jauges de contraintes avant la base sur l'appréhension de ce terme fondamental de la résistance des pieux.

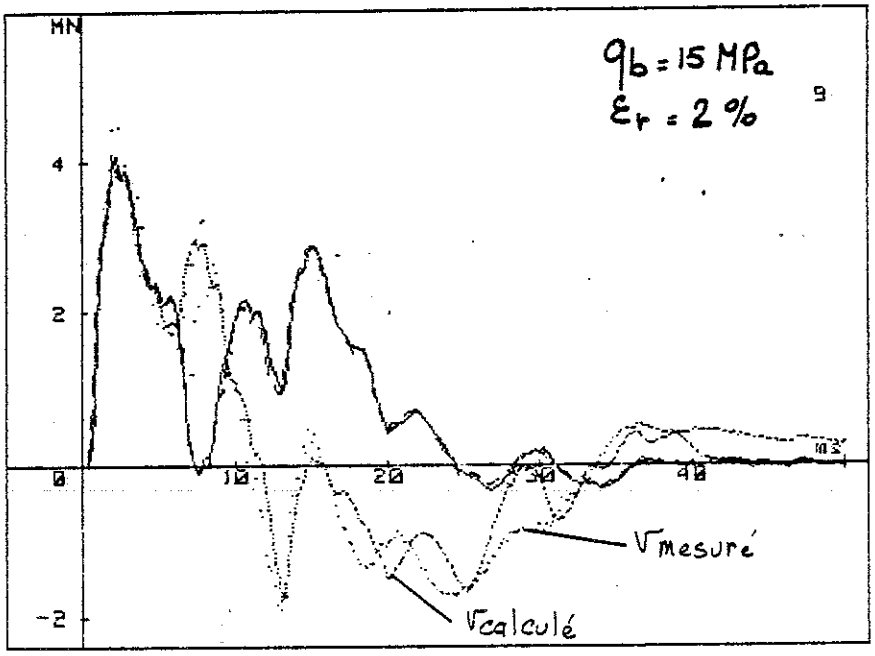
Un autre résultat de l'analyse de détail du signal enregistré et de la volonté de le reproduire par calcul est le mode de travail des pieux dits "à plaque" lors de leur battage. Si l'on observe bien en effet le signal de vitesse du coup E869 qui est à large bande passante, on y observe des pulsations importantes lors de la reprise de vitesse. L'explication que nous avançons est liée à la présence d'une plaque libre par rapport au tube : avant l'impact, le tube n'est pas en contact avec la plaque et le signal de vitesse réfléchi à $2L/v_c$ croît très rapidement, comme si l'extrémité du tube était libre. Suite à ce mouvement rapide d'enfoncement de l'extrémité inférieure du tube, le contact se reforme avec la plaque qui jusqu'ici n'a pas bougé; c'est le premier creux interrompant la franche remontée du signal détaillé à la figure 5.9 p. 493. Ce choc se produit deux fois dans le cas du signal E869, mais ne se retrouve qu'une seule fois dans les autres signaux. Vers la fin du choc, la plaque tend à remonter et propulse le tube en retour vers le haut; ce rebond qui anime le fourreau peut se faire indépendamment de la plaque, qui par son rebord et par sa faible inertie ne remonte pas autant que le tube.

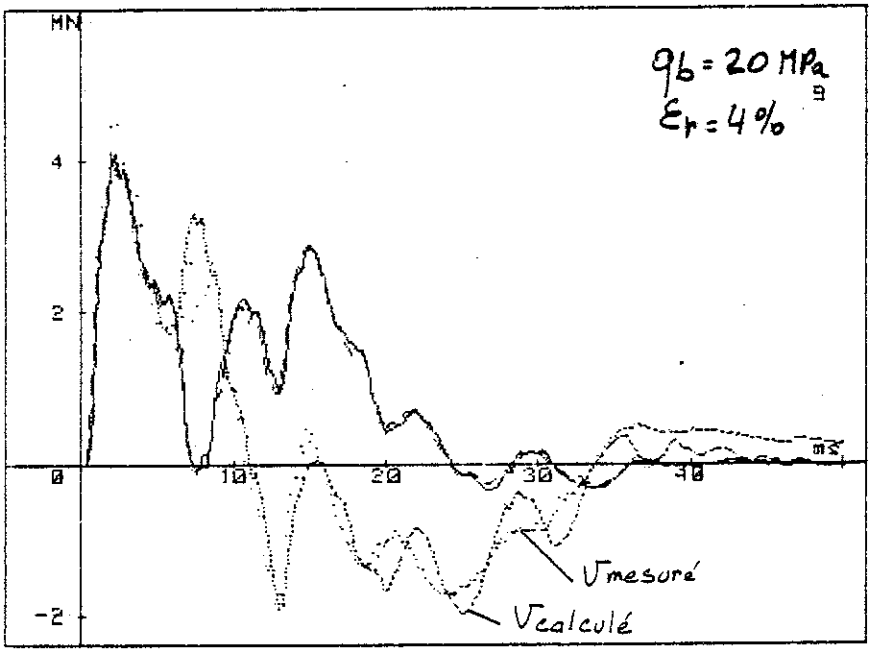
Ce dernier après un rebond supérieur et donc un décollement de la plaque, se stabilise à une position non nécessairement en contact avec la plaque, ce qui explique les chocs de mise en contact lors du coup suivant. Pour être complet, il convient de mentionner le problème de la flexibilité de la plaque, terme qui s'ajoute à la souplesse réelle du sol à la base.
Lors des itérations ayant conduit au calcul qui nous semblait optimal, force nous a été de trancher entre des cas apparement équivalents. Du point de vue de la résistance à la base, nous avons essayé les cas suivants :

q_b	20	15	25	20	18	20	20	15	15	15
ε_r %	4	3	5	5	3.6	8	3.3	0.5	1	2
	13	25	25							
	0.8	7.5	7.0							

Les meilleurs cas se résumeraient à 2 hypothèses : q = 20 MPa et ε_r = 4 % d'une part et q_b = 15 MPa et ε_r = 2 % d'autre part. Il sont comparés aux figures 5.10.a, p. 497 et b. p. 498.

Il nous a été très difficile d'écarter le cas q_b = 15 MPa et ε_r = 2 %. La raison en a été que les courbes effectivement mobilisées en étaient fort semblables, ainsi que le montre la figure 5.10 p. 499. Nous sommes donc dans le problème du choix de la résistance ultime au départ d'une courbe de mobilisation partielle : la valeur finale obtenue dépend de la loi de comportement choisie et du degré de mobilisation de la résistance ultime. S'il est évident que par un coup de faible énergie, il n'est pas possible de déduire la résistance d'un pieu, nous commençons à penser que pour obtenir la résistance ultime d'un enregistrement des mesures lors d'un coup au moyen d'un mouton approprié pour la mise place du pieu, nous ne sommes pas assurés d'obtenir un résultat fiable. Pour que ce résultat soit fiable, il faut que le pieu s'enfonce suffisamment dans le sol. L'idéal pour s'inspirer des critères de mise en charge statique est de 10 % du diamètre de la base. Pour un pieu de 500 mm de diamètre, cela signifie 50 mm. Ce chiffre se rapporte à l'enfoncement maximal à la base et non à l'enfoncement rémanent. Néanmoins, il nous semble difficile de préciser la valeur de la résistance ultime d'un pieu qui ne s'enfonce que de 1mm par coup, bien que ce soit précisément dans ce cas qu'il est utile de déterminer la résistance du pieu.

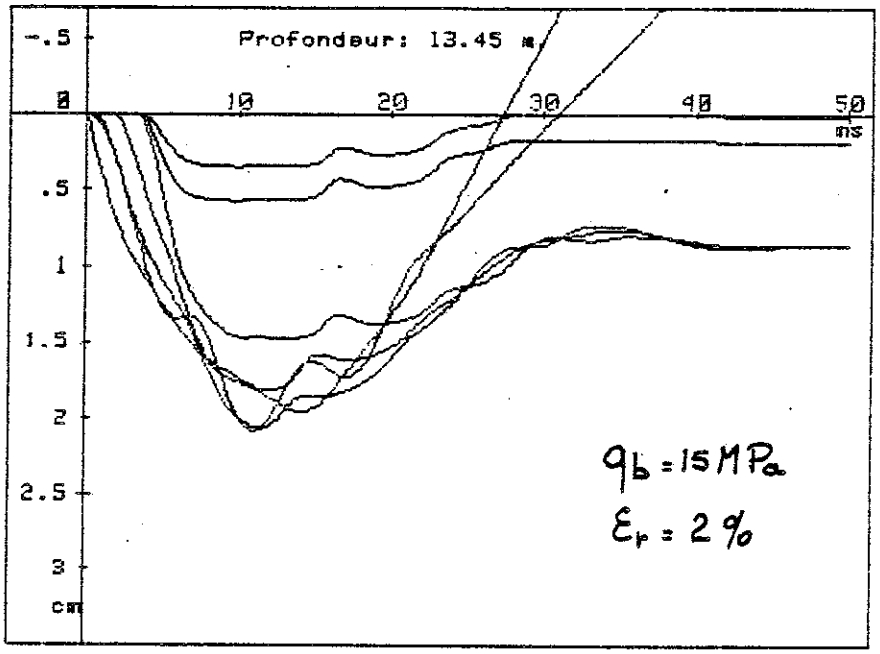


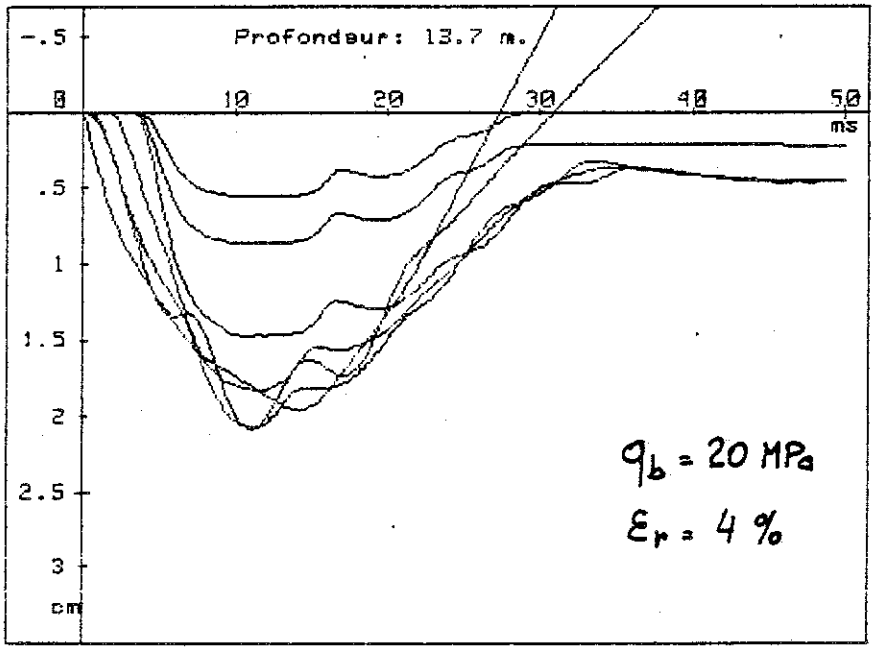


COMPARAISON DE DEUX SOLUTIONS QUASI-EQUIVALENTES

(a) Force imposée et comparaison des vitesses

FIGURE 5.10

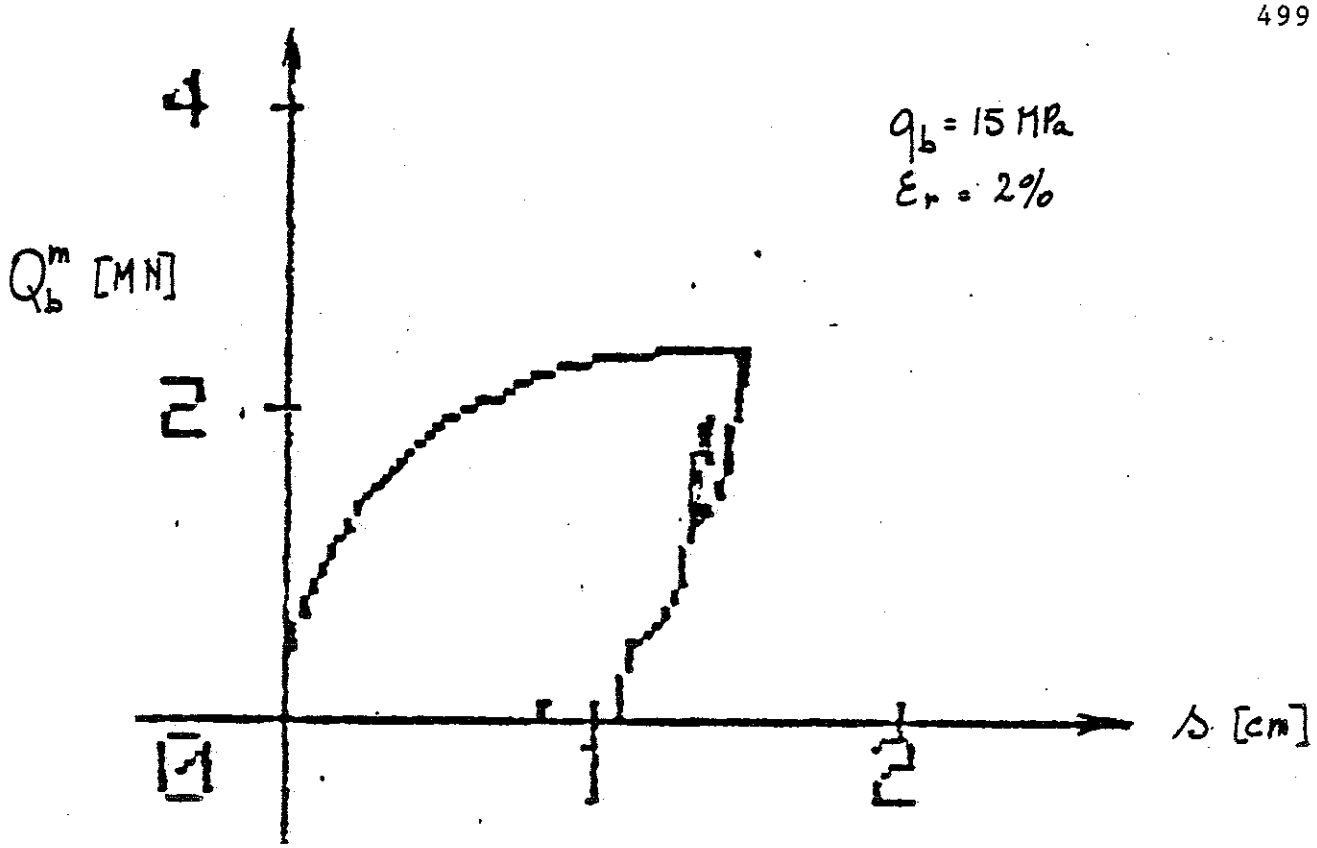


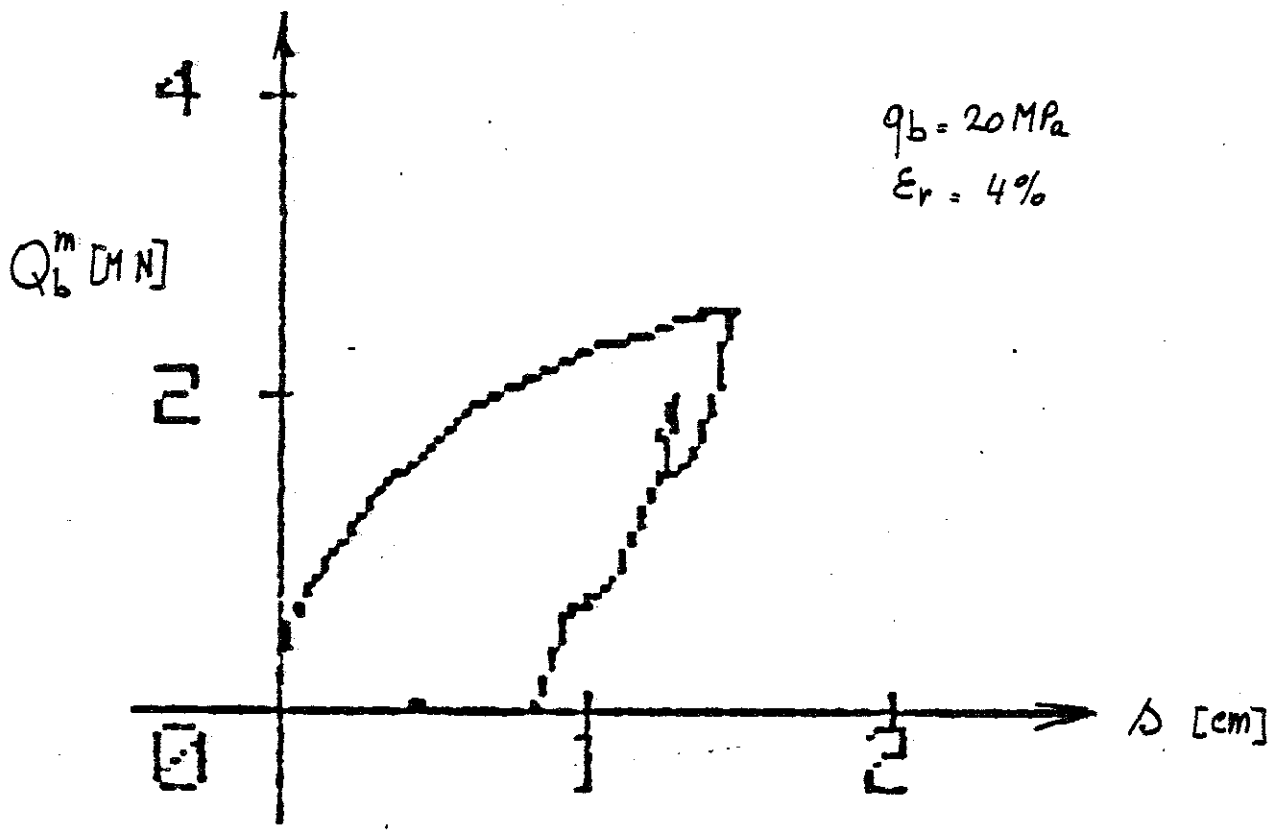


COMPARAISON DE DEUX SOLUTIONS QUASI-EQUIVALENTES

(b) Déplacements sous le même impact de mesure

FIGURE 5.10





COMPARAISON DE DEUX SOLUTIONS QUASI-EQUIVALENTES

(c) Diagrammes de mobilisation de la reaction à la base

FIGURE 5.10

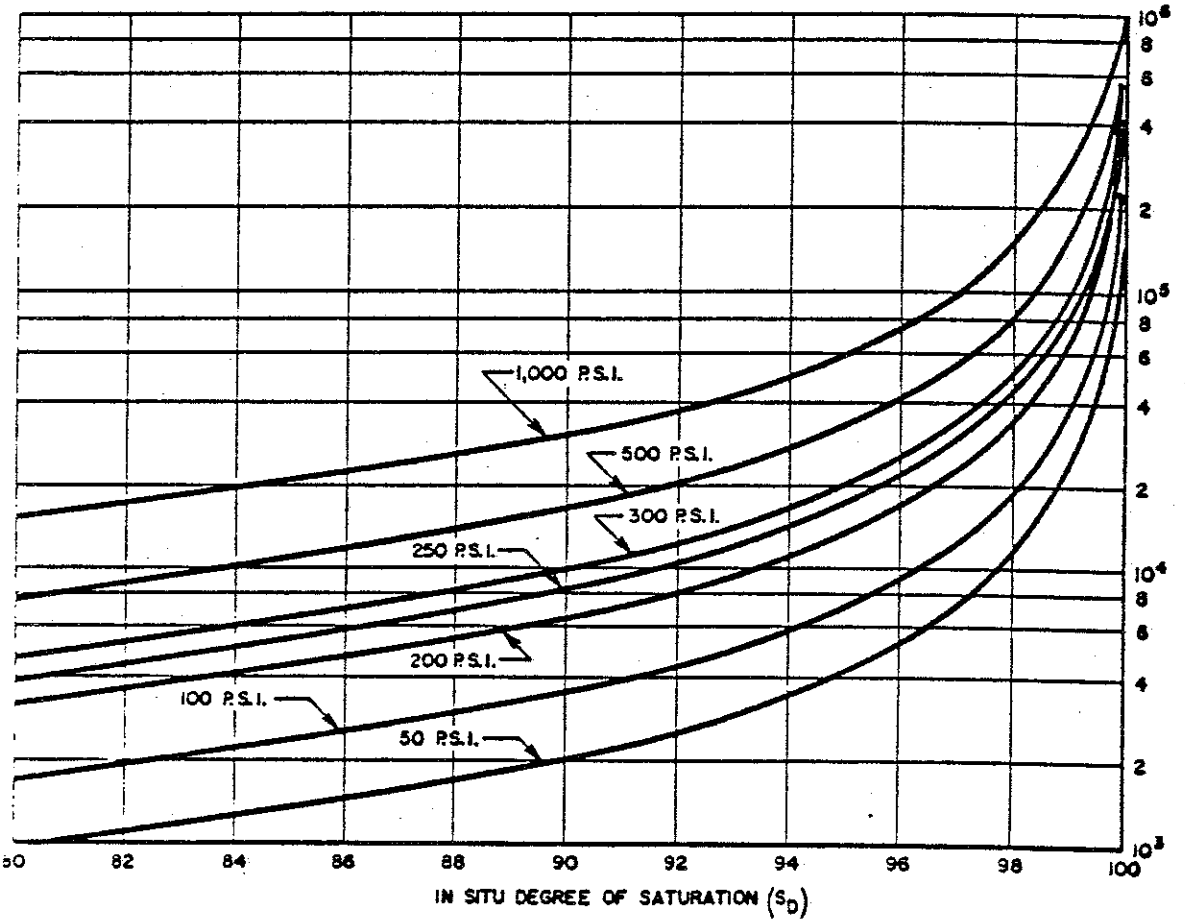
Le denier aspect d'importance mis en évidence par l'analyse au moyen du nouveau modèle physique est la grande valeur du module de compression. Le module de compression vertical est de l'ordre de 500 MPa pour les déformations infinitésimales. En effet $E = q_b/\varepsilon_r = 20/0.04 = 500$ MPa; si on avait adopté le cas $q_b = 15$ MPa et $\varepsilon_r = 2$ %, on aurait obtenu 750 MPa. Si l'on estime le module sécant à 70 % par exemple de la charge de rupture, on arrive à un chiffre de l'ordre 300 MPa. Etant donné que les essais rapportés dans la littérature (chap. II) ne montrent pas d'augmentation de module pour les vitesses de mise en charge qui nous intéressent, nous ne pouvons voir que 2 explications, non mutuellement exclusives.

- la compaction au voisinage de la base,
- la présence d'eau.

Le compactage des couches est manifestement réalisé à l'intervention d'une part des vibrations induites lors du battage dans les milieux pulvérulents et d'autre part de l'introduction du fourreau dans le sol. De nombreux essais mettent en évidence l'effet de compactage dont le rayon d'influence vaut 3 à 4 fois le diamètre du tube foncé. Les corrélations entre la résistance au cône et le module d'élasticité placent en général un rapport entre 2 et 3 en ce qui concerne les milieux pulvérulents. Ces corrélations prévoient cependant la multiplication par un facteur 3 dans le cas de pieux battus et sont établies sur base de formules de tassement élastique d'une sphère dans un massif infini plutôt que d'une plaque comme nous avons utilisé. Si l'on tient compte de tous ces éléments, on pourrait en arriver à une corrélation du type : $E \simeq 10$ à $15\ q_c$. Cette explication peut se rapprocher des valeurs de 500 à 300 MPa pour une résistance au cône de 30 à 50 MPa. Pour notre problème en effet, l'essai de pénétration E6 donne au voisinage de 13.20 m des valeurs comprises entre 35 et 40 MPa tandis que le module de déformation verticale optimal pour la loi hyperbolique valait 500 MPa (750 MPa dans un cas presque équivalent). Dans les conditions du calcul dynamique à Almelo, la corrélation que l'on trouve, pourrait donc se présenter sous la forme :

$E = 15$ à $20\ q_c$.

La présence d'eau a une influence sur la compressibilité du milieu poreux, mais l'élément vraiment déterminant est le degré de saturation. Pour s'en convaincre, on a reproduit à la figure 5.11 p. 501 le module de compression oedométrique du mélange eau - air en fonction du degré de saturation. L'on



MODULE OEDOMETRIQUE DE L'EAU EN FONCTION DE SON DEGRE DE SATURATION POUR DIFFERENTS INCREMENTS DE PRESSION

FIGURE 5.11

s'aperçoit que pour le degré de saturation de 100 %, on retrouve le module de compressibilité volumétrique de l'eau (E_o = 2200 MPa) tandis que la présence de quelques bulles d'air abaisse rapidement ce chiffre. Pour les calculs des effets souterrains dus à des explosions atomiques, il est d'usage d'adopter la valeur E_o = 100 MPa. Bien que l'on ne dispose pas de la valeur du degré de saturation du milieu, il est fort possible que dans le site d'Almelo, la présence d'eau ait eu pour effet de rendre le sol plus rigide, tout au moins pendant les premiers instants de l'impact. Il n'est pas exclu en effet, qu'au cours de la compression de la base sur le sol, les pressions d'eau se dissipent et que le module redescende à celui du squelette. Une valeur intéressante du module pour les cas où ce problème doit être investigué plus particulièrement serait celle donnée par une reconnaissance sismique, à condition que la succession des horizons s'y prête.

4. MESURES DIRECTES OPEREES A KALLO

4.1. Essais

Dans le cadre de la recherche réalisée par le Ministère des Travaux Publics dans l'optique d'établir la comparaison du comportement des pieux battus et des pieux forés dans les mêmes conditions, des mesures ont été recueillies par l'auteur lors du battage des pieux. Nous avons en effet reçu l'aimable permission de l'Inspecteur Général, Monsieur De Jonghe, de placer nos instruments au préalable et de procéder à la mesure lors du battage. Puisque l'ensemble de la recherche fera l'objet d'un rapport complet établi par l'Ingénieur J. Maertens du Ministère des Travaux Publics, nous nous confinerons ici à la relation des données strictement nécessaires à la compréhension des résultats fournis.

4.1.1. Description du sous-sol

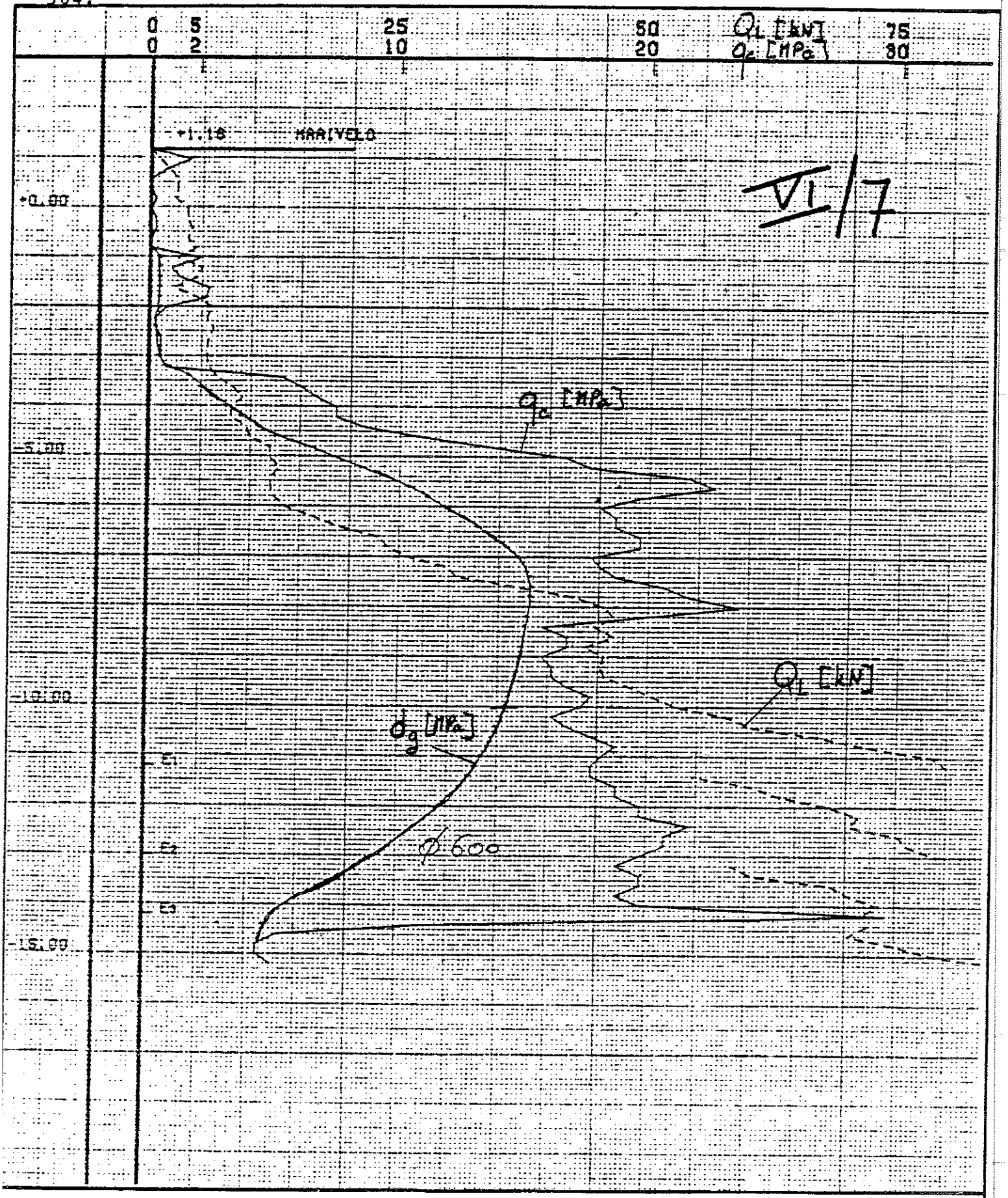
Le site retenu se situant dans l'emprise de la quatrième darse de l'avant-port d'Anvers, les données géotechniques disponibles sont nombreuses. La campagne pour cet ouvrage fait l'objet de dossiers établis par l'Institut Géotechnique de l'Etat à Gand. La campagne spécifique au site retenu pour la recherche comprend un forage avec prélèvement d'échantillons non remaniés destinés à réaliser :

- les essais d'identification (courbe granulométrique, limites d'Atterberg, teneur en calcaire et en matières organiques),
- la détermination du poids volumique total et la teneur en eau,
- les essais oedométriques,
- les essais triaxiaux (consolidés non drainées avec mesure de la pression interstitielle),
- détermination de la perméabilité à l'oedomètre.

Les échantillons remaniés ont été utilisés par le Géologue P. Laga du service géologique de Belgique pour établir la coupe suivante :

du niveau	+ 2.00 à - 3.5 m	quaternaire
	- 3.5 à - 7.5 m	formation de Lillo (pliocène supérieur, tertiaire)
	- 7.5 m à - 14.5 m	Formation de Kattendijk (pliocène inférieur, tertiaire)
	-14.5 m à - 25 m	Argile de Boom (oligocène, au moins tertiaire).

Parmi les nombreux essais de pénétration, exécutés à fin d'établir l'homogénéité du site, nous donnons à la figure 5.12 p. 504 l'essai de pénétration VI/7 réalisé au droit du pieu B à battre. Cet essai est exécuté avec la pointe belge, mécanique, avec mesure du frottement latéral total. Il permet de retrouver les grandes entités définies par la géologie. Il détaille le quaternaire en une première couche de sable rapporté de + 1.15 à + 0.6 m, en une couche de tourbe sableuse (de + 0.6 à - 0.8 m), en une couche de limon sableux (de -0.8 à - 2.10 m) et en une couche d'argile molle (de - 2.10 m à - 3.30 m). La formation sableuse de Lillo peut elle même se décomposer en deux couches dont la première, d'une épaisseur de 1 m est caractérisée par la montée de la résistance au cône de 2 à 8 MPa, tandis que la seconde, de plus de 4 m est caractérisée par une résistance au cône comprise entre 18 et 22 MPa. C'est dans cette zone inférieure que le frottement s'accroît fortement. Par dérivation du diagramme du frottement total, on déduit dans cette zone un frottement unitaire de l'ordre de 0.1 MPa. Le forage précise la présence de coquillages et de graviers tandis que la glauconite est signalée dans toute la formation de Lillo et celle de Kattendijk. Cette dernière est caractérisée à l'essai de pénétration par une résistance au cône augmentant légèrement en profondeur : de 16 à 21 MPa. Après une stabilisation du diagramme de frottement total lors de sa



(a) ESSAI DE PENETRATION STATIQUE A KALLO

Pointe belge

Calcul de d_g pour R=.3m

FIGURE 5.12

pénétration dans cette formation, sur le premier mètre, le frottement unitaire déduit regagne la valeur de 0.1 MPa, et atteint localement des valeurs très élevées : 0.2 MPa de - 10.5 m à - 11 m.
Le niveau choisi pour l'implantation des pieux est - 10 m, et en fin de battage, on peut considérer que la base est encastrée de 8 à 10 diamètres dans l'ensemble des couches de sable moyen à fin ayant une résistance moyenne au cône de 18 MPa.

4.1.2. Description du tube et instrumentation

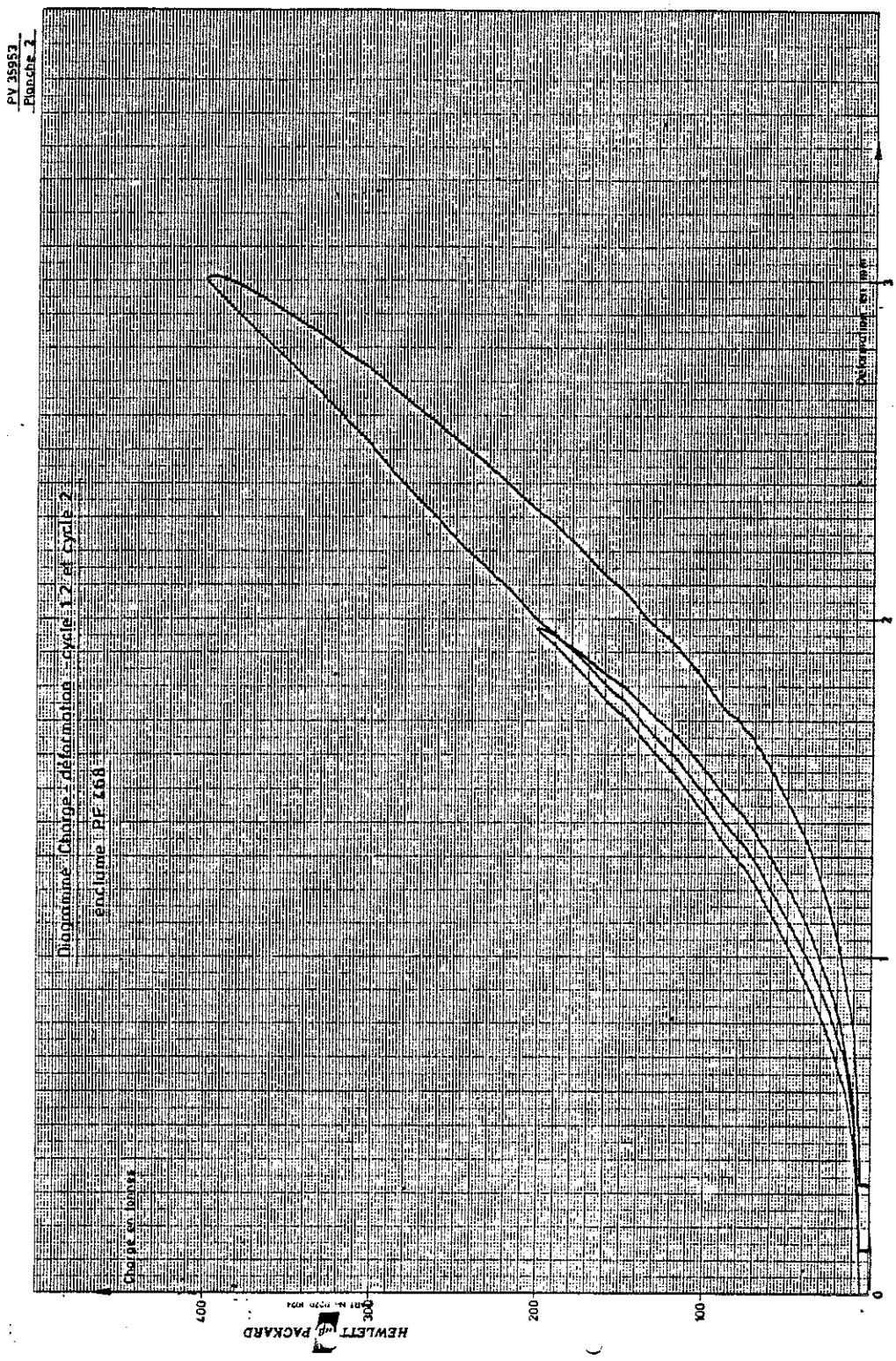
Le tube en acier choisi avait un diamètre extérieur de 600 mm et une épaisseur comprise entre 35 et 37 mm suite au traitement de sa paroi interne. La valeur adoptée de la section nette est de 0.0625 m^2. Le tube était obturé à la base par une plaque de 100 mm d'épaisseur, renforcée par 8 raidisseurs radiaux de 200 x 200 x 30 mm. Pour le battage au mouton diesel Hera 5700, sa section uniforme de 12.10 m de long était surmontée d'une tête comprenant des guides et les dispositifs pour recevoir le casque de battage. Le casque utilisé est le casque classique type "Polypenco" dont la courbe d'écrasement est donnée aux figures 5.13 a. p. 506 et b. p.507. Le mouton Diesel est caractérisé par une masse frappante de 5.700 kg; sa construction est identique au Hera 5000 dont l'alésage est de 550 mm.

Outre les instruments installés par le Ministère des Travaux Publics, ayant pour fonction de servir pendant le battage et aussi pendant l'essai de mise en charge, nous avons disposé un certain nombre d'instruments de mesure, destinés à être utilisés uniquement pendant le battage, et concentrés en 3 niveaux :

- Niveau bas : 0.6 m au-dessus de la base :
  - un pont de jauge
  - un capteur de vitesse
  - un accéléromètre.

- Niveau intermédiaire : 6.75 m au-dessus de la base :
  - un pont de jauge

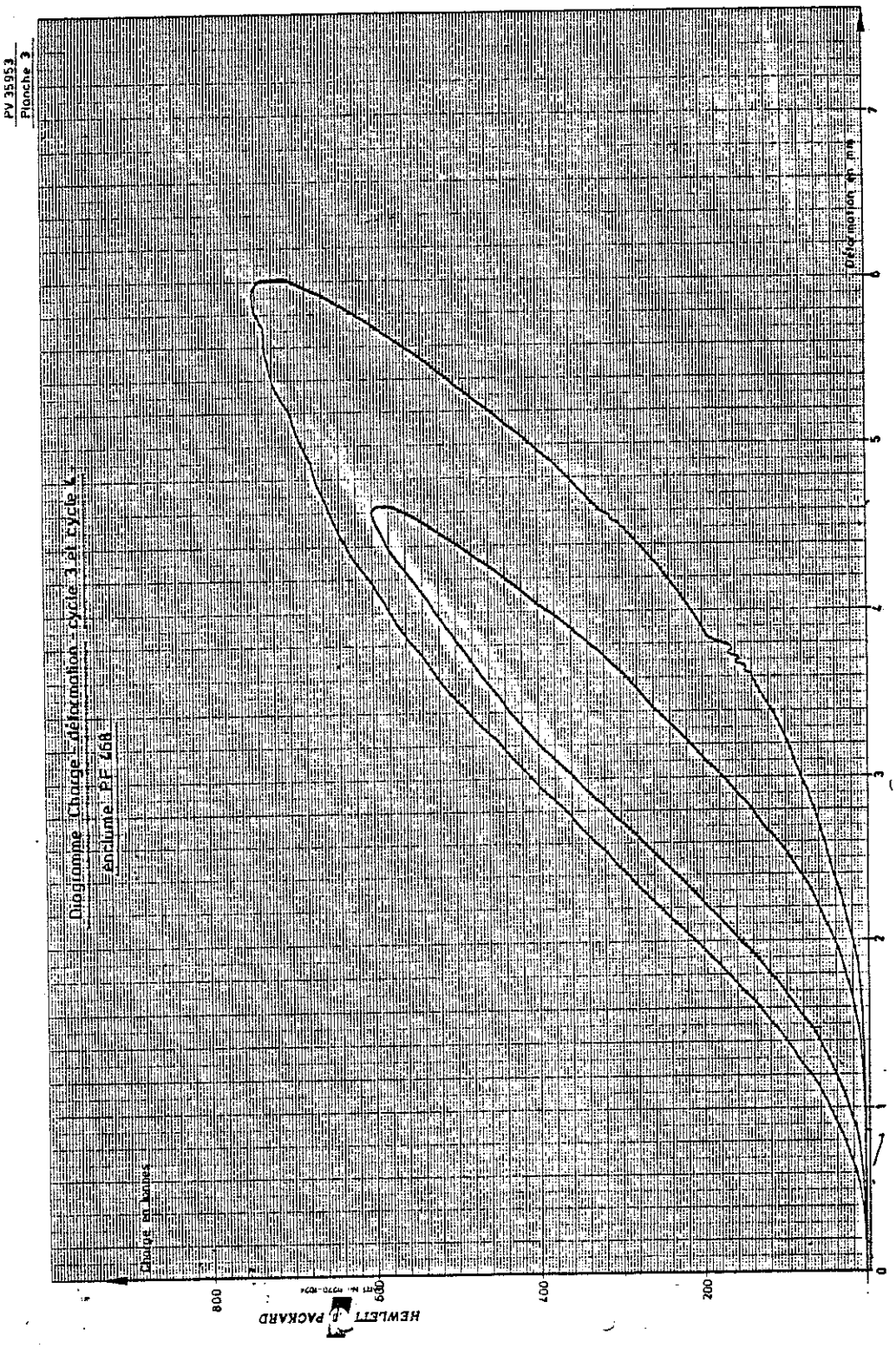
- Niveau supérieur : 11.5 m au-dessus de la base :
  - un pont de jauge
  - un capteur de vitesse
  - un accéléromètre.



ESSAI D'ECRASEMENT DU CASQUE UTILISE A KALLO

(a) Cycles de 2 et de 4 MN

FIGURE 5.13



ESSAI D'ECRASEMENT DU CASQUE UTILISE A KALLO

(b) Cycles de 6 et de 8 MN

FIGURE 5.13

Les jauges ont été installées par le laboratoire de l'Université de Louvain-la-Neuve suivant la technique décrite au chapitre III. L'ensemble de l'instrumentation a été placée dans les conditions de laboratoire, et les tubes complètement équipés, ont été transportés sur chantier pour le battage.
Le fonctionnement du mouton diesel était précisé par 2 mesures : la mesure de la pression de la chambre d'explosion et la mesure de la hauteur réelle de rebond du mouton, cette dernière étant obtenue par visée optique. Lors du battage, le refus élastique a été pris manuellement de manière continue. L'ensemble des personnes ayant à se synchroniser sur les opérations de battage étaient reliées à un système de transmission auditif, piloté par un observateur décrivant constamment l'enfoncement du tube.

Le tube B, sur lequel nous nous concentrerons a été foncé en 2 phases : une première phase jusqu'au niveau - 9 m, suivie d'une interruption de 4 heures, et une seconde phase pour le battage du dernier mètre. Le diagramme de battage, établi par l'ir. J. Maertens indique clairement l'influence de cet arrêt: on passe de 12 à 24 coups pour 10 cm d'enfoncement (figure 5.12b p.509).

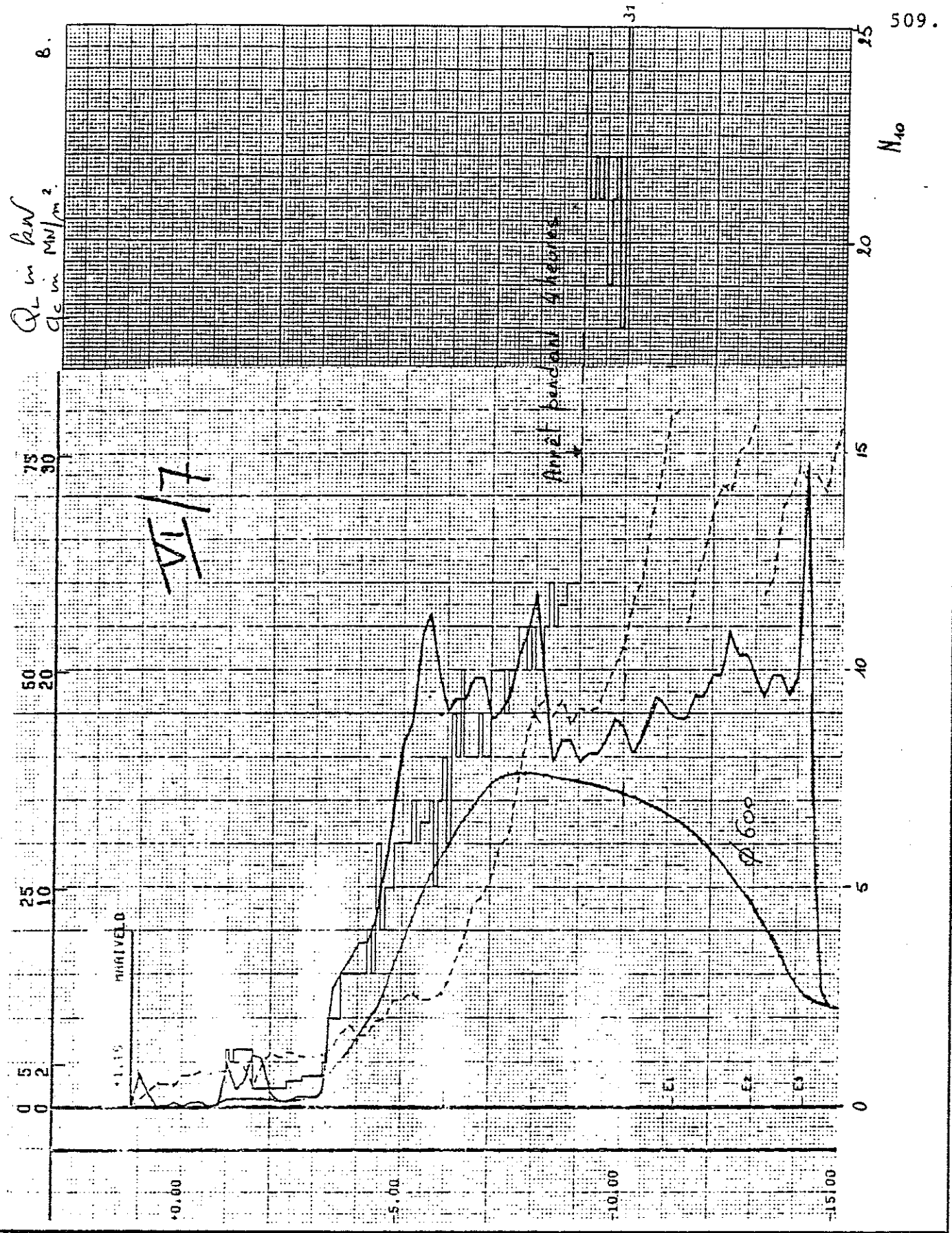
4.1.3. Mesures analysées

Suite à plusieurs ennuis survenus lors de l'enregistrement des données au moyen de notre matériel renforcé, (le service d'Electrotechnique de l'Université de Liège a procédé à l'enregistrement sur 4 voies supplémentaires, le service du Prof. Bourgois de l'Ecole Royale Militaire nous a gracieusement prêté 2 amplificateurs dynamiques pour jauges de contrainte), les données les plus aptes à être utilisées se rapportent au battage du dernier mètre. Pour cette période de battage, nous disposons de l'enregistrement des contraintes, des vitesses et de la pression du diesel (6 canaux) au niveau de la base suivants :

- 9.01, - 9.02, - 9.05, - 9.20, - 9.40, - 9.60, - 9.70, - 9.90 et - 10.00 m.

Ces enregistrements portent les numéros respectifs de référence suivants :

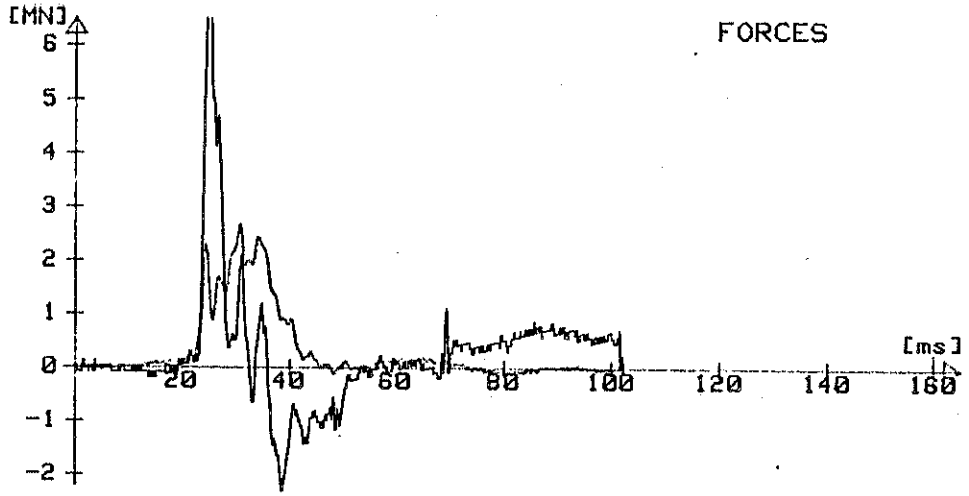
1231, 1232, 1235, 1250, 1270, 1290, 1300, 1320 et 1330.

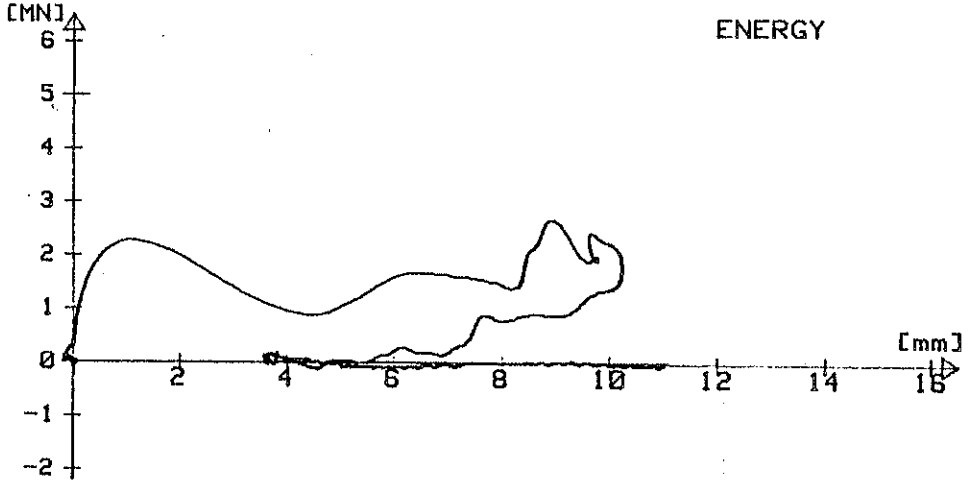


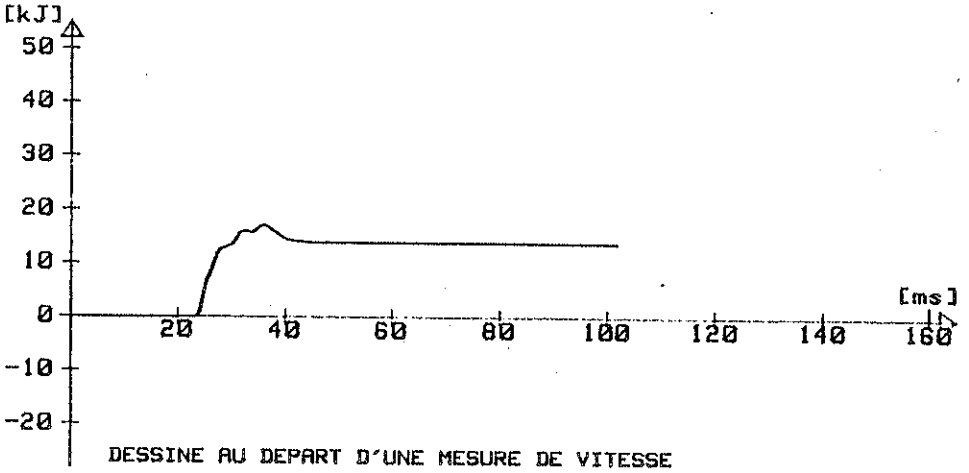
(b) Diagramme de battage

(Ir Maertens 1984)

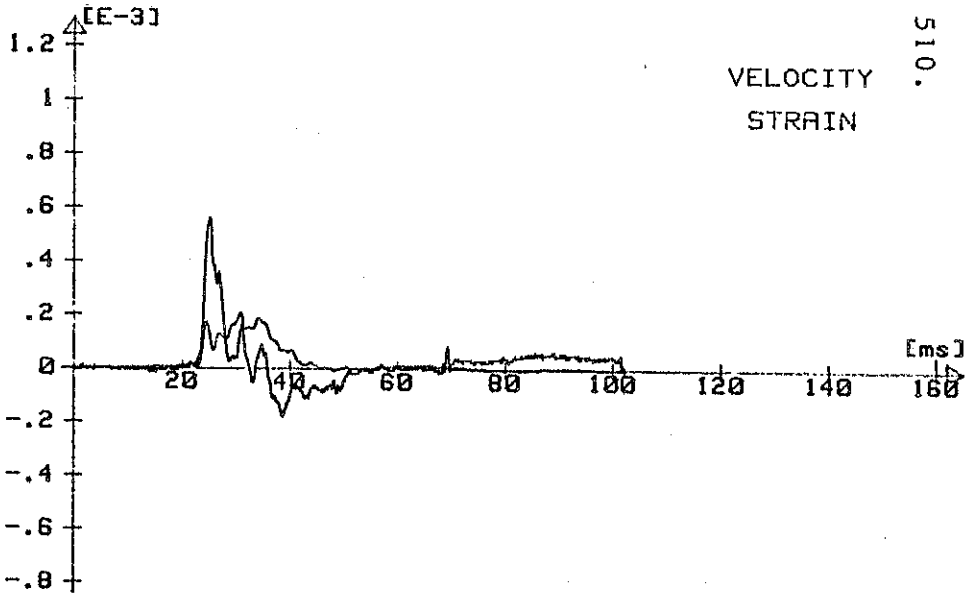
FIGURE 5.12

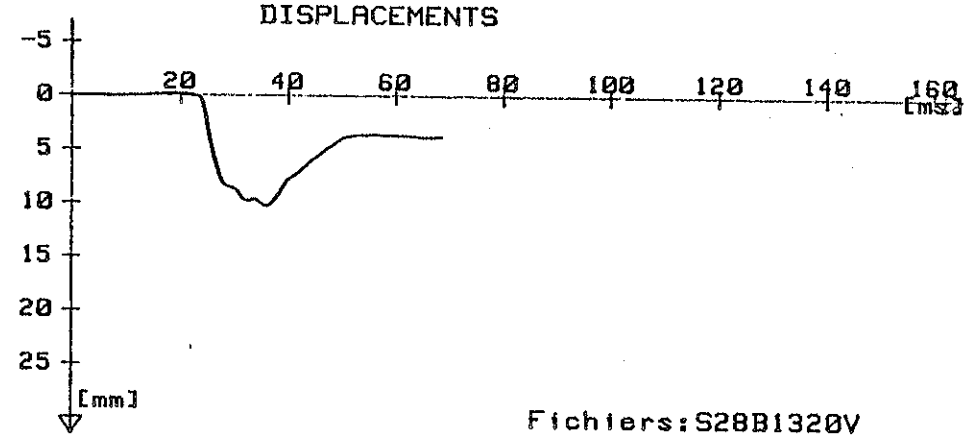






DESSINE AU DEPART D'UNE MESURE DE VITESSE

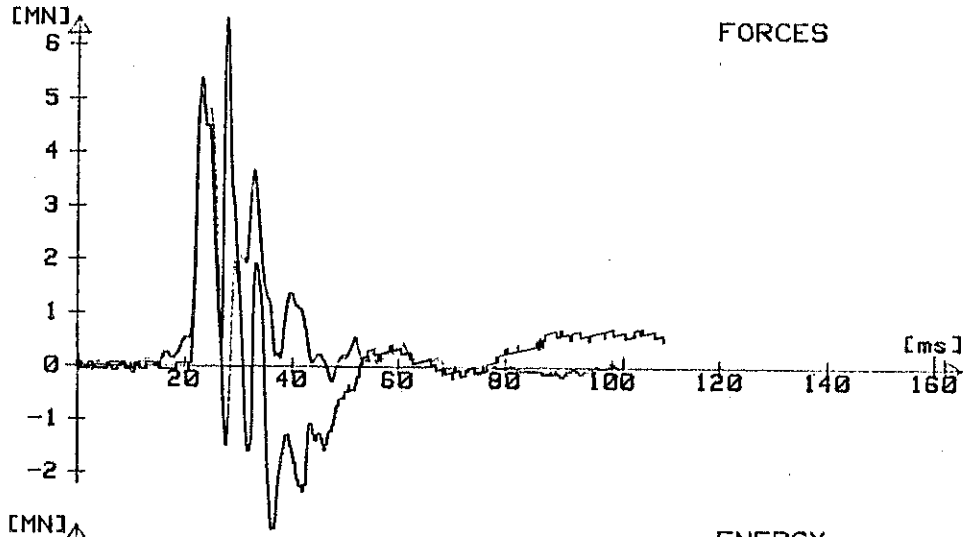


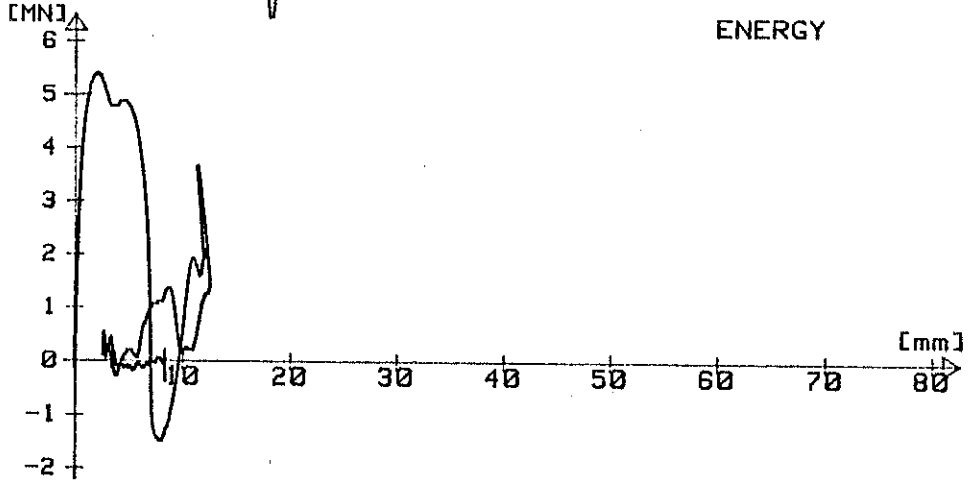


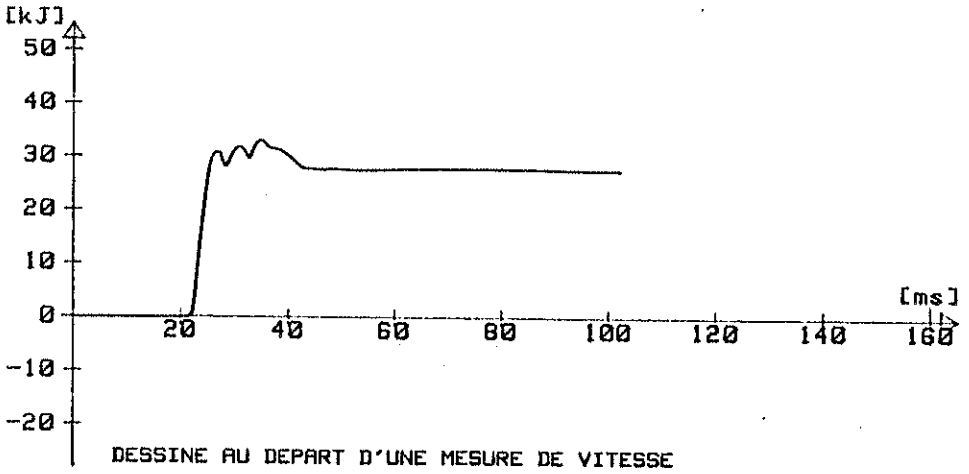
Fichiers: S28B1320V
R28B1320E
S28B1320D

FIGURE 5.14a
Mesures à la base

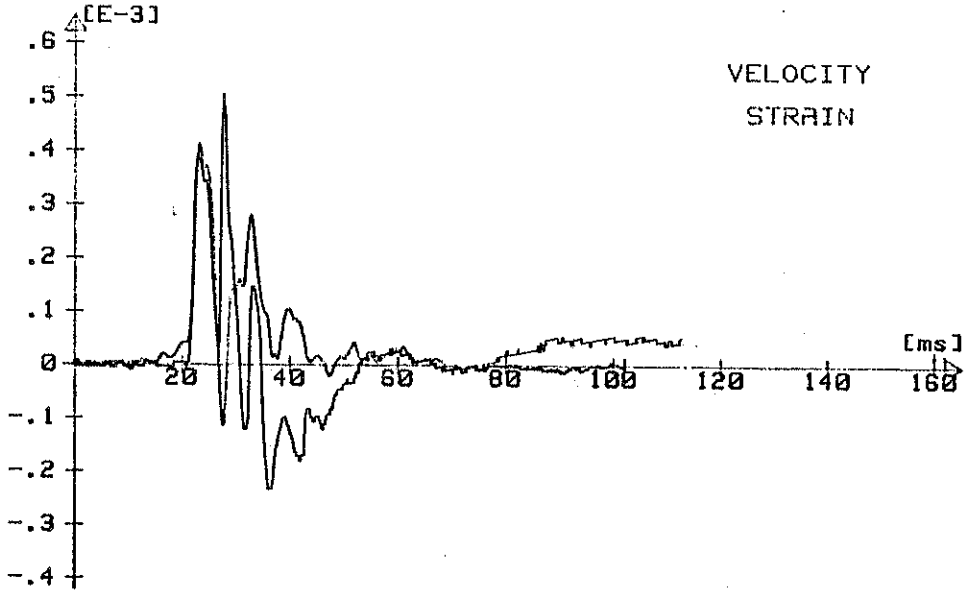
FRANKI
RESEARCH AND DEVELOPMENT
31 mars 1983
KALLO
HERA 5700

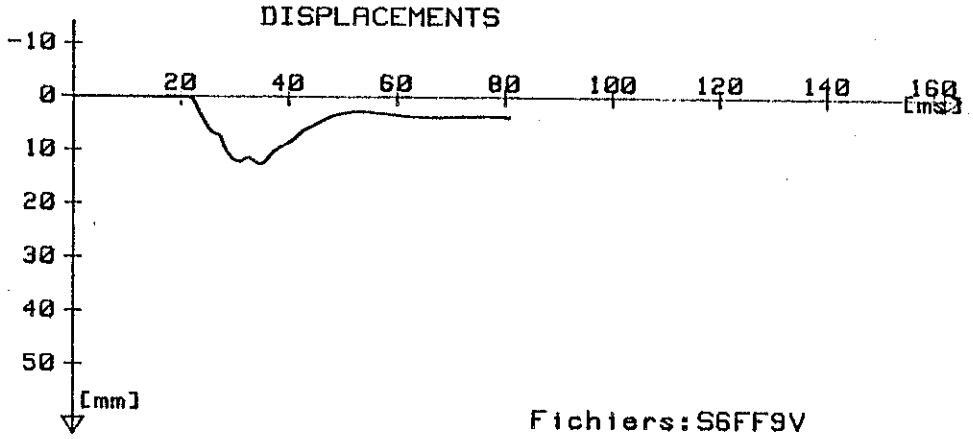






DESSINE AU DEPART D'UNE MESURE DE VITESSE





Fichiers: S6FF9V
R69B1320E
S6FF9D

FIGURE 5.14b
Mesures en tête

FRANKI
RESEARCH AND DEVELOPMENT
31 mars 1983
KALLO
HERA 5700

Notre analyse de détail se concentrera sur l'enregistrement 1320, soit 10 cm au-dessus du niveau définitif. Les résultats de cette mesure sont présentés à la figure 5.14a p. 510 pour le niveau proche de la base et à la figure 5.14b p.511 pour la tête du tube.

4.2. Résistance dynamique à la base

La résistance dynamique est analysée au moyen du programme précisé au paragraphe 1.2 où l'on impose une condition (soit de force, soit de vitesse) et où l'on compare le calcul de l'autre grandeur. Du fait de l'inertie de la plaque, le diagramme "ENERGY" de l'enregistrement à la base, donné à la figure 5.14 ne peut en effet être utilisé directement.

4.2.1. Inertie de la plaque d'obturation

Pour se convaincre de l'effet qu'opère la plaque sur le diagramme de force mesuré à son aval, calculons la masse depuis le point de mesure :

tube : $0.0625 \times 0.5 = 0.03125\ m^3$
plaque : $0.2827 \times 0.1 = 0.02827\ m^3$
renforts : $8 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.03 = 0.0096\ m^3$

Ce total de $0.06912\ m^3$ pèse 543 kg. Sur base du signal de vitesse enregistré à 50 cm de la plaque, on établit que la première rampe est caractérisée par une accélération de : $7.84\ ms^{-1} / 0.3\ ms = 2614\ ms^{-2}$. Pour obtenir l'effet d'inertie en supposant que l'ensemble subit cette accélération; on obtient $F_d = m.a = 543 \times 2614 = 1.42\ 10^6 N$.

On constate que cet effort de 1.4 MN représente 60 % du premier pic de force observé (2.3 MN).
Ce bref calcul nous oblige donc à simuler l'ensemble des masses et raideurs du fond de tube.

4.2.2. Simulation du fond de tube.

Le tube est simulé par un prisme d'acier de section égale à $0.0625\ m^2$ découpé en tronçons de 0.55 m. Cette mesure correspond en effet à la distance séparant l'extrémité du tube et le niveau de mesure inférieur. La masse du dernier

tronçon est additionnée de 300 kg, qui correspond à la masse de la plaque et des renforts.

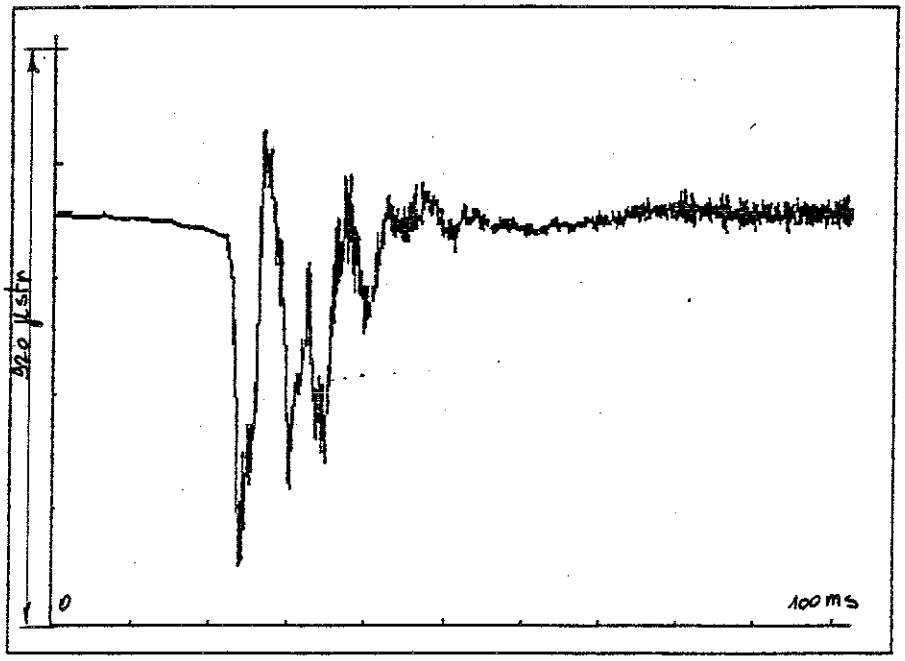
Lors des premiers calculs, une vibration à haute fréquence s'est installée à cause de la masse de la plaque et la raideur du tube. Ce phénomène a été également observé lors de la mesure directe au pont de jauge. La figure 5.15 p. 514 donne l'enregistrement non filtré sur lequel il est malaisé de faire des comparaisons utiles, et au départ duquel a été obtenu celui de la figure 5.14 b. Nous avons essayé d'éliminer cette vibration en jouant sur la longueur des segments ainsi que sur l'amortissement interne. Ces solutions étant non naturelles, nous avons péféré garder la modélisation fine de départ et avons décidé de filtrer le signal calculé suivant la même procédure numérique que celle adoptée pour les mesures (calcul de moyenne sur 1 ms).

4.2.3. Paramètres de la résistance à la base.

Lorsqu'on compare le signal de vitesse au signal de force, mesurés tous deux à la base, et exprimés en MN, ("FORCES"- fig. 5.14a. p. 510) on constate la faible valeur de la force par rapport à la vitesse. Cette faible valeur était déductible des observations de surface données à la figure 5.14b. On constate en effet qu'à la tête du pieu, l'onde de compression est réfléchie en traction partielle avec augmentation de la vitesse. Tout se passe donc comme si l'onde incidente était fortement surdimensionnée par rapport à l'effort à vaincre en profondeur, le pieu se conduisant suivant le schéma du pieu partiellement libre à la base. L'enfonement maximum transitoire mesuré manuellement est de 9-10 mm tandis que l'enfoncement permanent est de 4 à 4.5 mm.

Le problème sera analysé avec le moignon inférieur de pieu constitué de 2 éléments distincts de 55 cm. Pour l'analyse à vitesse imposée, ce sera le point supérieur qui sera animé de la vitesse mesurée; la comparaison se faisant sur la force entre les deux centres de masse. Pour l'analyse à force imposée, ce sera l'effort au-dessus de la base qui sera imposée sur cette dernière, la comparaison se faisant sur la vitesse de la base.

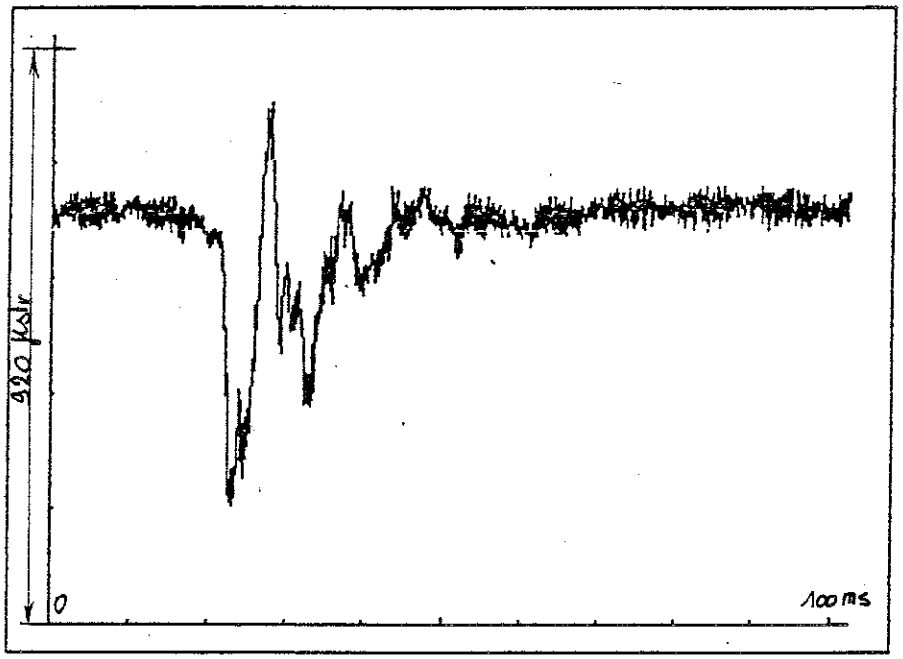
Sous la base de 0.6 m de diamètre, le sol est modélisé par le tronc du cône proposé au chapitre IV. Le modèle hyperbolique pour la loi de comportement est choisi et une valeur de 14 MPa de rupture pour une vitesse de 2 cm/s est adoptée pour commencer les calculs : ce chiffre s'inspire de



DONNEES ENREGISTREES A KALLO

(c) Deformation intérmediaire

FIGURE 5.14



DONNEES ENREGISTREES A KALLO

Signal de déformation en tete non filtré

FIGURE 5.15

la valeur du d_g calculé par l'ir. J. Maertens (figure 5.12 p 504) au moyen de la méthode de De Beer (1971-1972). Pour ce qui est du module initial; on adopte 10 q_c, soit 180 MPa. la déformation de référence s'obtient par :
$\varepsilon_r = q/E = 14/180 = 7.8$ %. Ce premier calcul, donne des valeurs trop faibles de la force et trop grandes de la vitesse.
C'est pourquoi le calcul a été refait avec une déformation de référence plus faible : $\varepsilon_r = 4$ %. Cet ajustement donne une meilleure courbe de force calculée jusque 10 ms. Par contre le rebond est trop élevé en premier lieu et trop faible ensuite. D'autres valeurs ont donc été simulées de manière à identifier les caractéristiques de la base reproduisant le mieux les mesures. Ces calculs peuvent se résumer en ce qui concerne les déplacements calculés par l'enfoncement maximal et l'enfoncement final, repris dans le tableau ci-après.

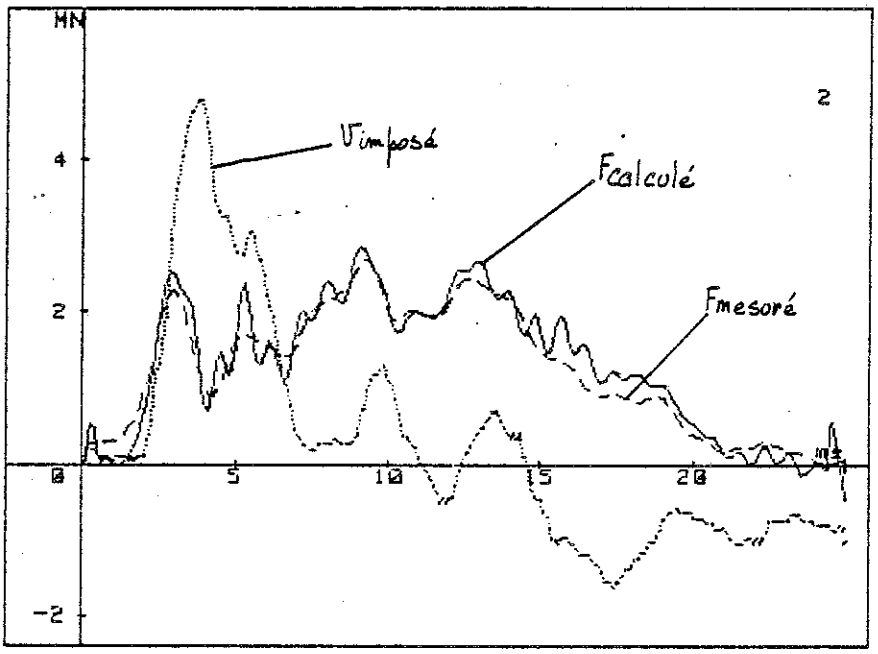
q_b[MPa]	14	12	12	12	10	10	10	8	8
ε_r[%]	4	4	3	2	2.5	2	1.8	2	1
s_{max}(calc) [mm]	12.5	17.2	12.2	9	18.2	13.6	12.1	24.7	15.5
$s_{(calc)}$ [mm]	3.6	6.4	4.4	3.4	9.8	7.1	6.2	22.3	11.8

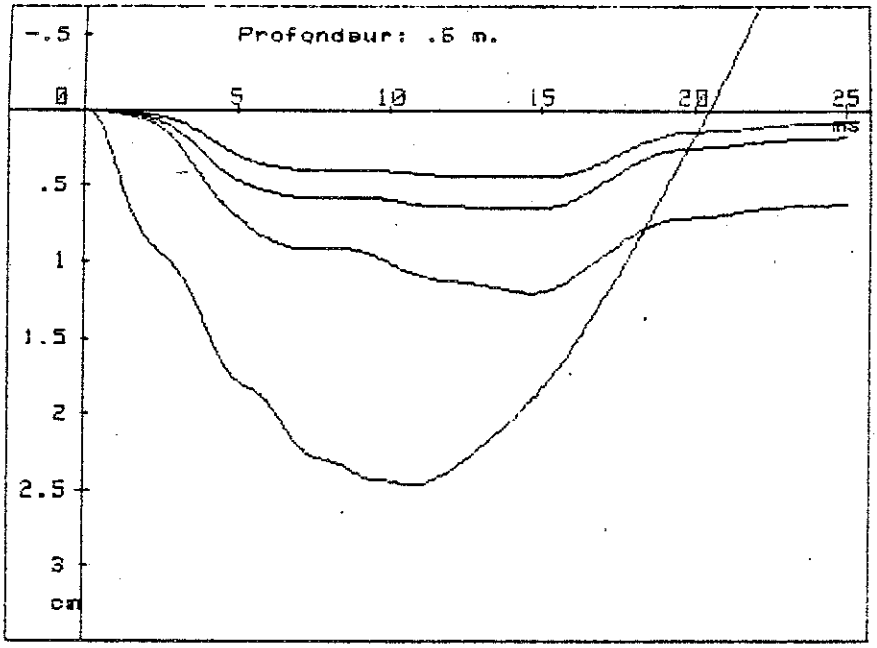
Alors que du point de vue des vitesses et déplacements calculés, le cas $q_b = 12$ MPa et $\varepsilon_r = 3$ % se rapproche le mieux des valeurs mesurées, du point de vue de la force calculée, au départ de la vitesse mesurée, les résultats les plus fiables sont donnés à la figure 5.16 p. 516 pour le cas 10 MPa et 1.8 %. On remarque la bonne concordance des courbes.
On peut trouver une explication à cette disparité suivant le type de condition imposée: on a négligé l'action du frottement sur les 0.55 m qui séparent le point de mesure et la base du pieu. Cet aspect sera investigué après avoir établi les paramètres théoriques du frottement latéral.

Indépendamment de cette amélioration possible, il faut constater la grande raideur du sol modélisé pour représenter la réaction à la base. En effet, dans le cas du calcul de la force, qui est le plus significatif pour déduire la raideur initiale de la réaction à la base, la valeur du module E vaut :

$$E \simeq \frac{10}{0.018} = 550 \text{ MPa}.$$

En adoptant la valeur de $\nu = 1/3$, ceci explique que le module de cisaillement (206 MPa) serait donné par la relation empirique, pour le cas présent :





MODELISATION DE LA BASE A KALLO

CONDITION DE VITESSE IMPOSEE

q_b=10MPa ε_r=1.8%

FIGURE 5.16

$G \simeq 10\ q_c$

Pour remplacer la loi hyperbolique, des essais ont été réalisés avec une loi de comportement élasto-plastique. Les meilleurs résultats obtenus ne sont guère satisfaisants car l'effort calculé est trop important lors de la décharge et l'enfoncement final calculé est proche de zéro, le milieu restituant toute son élasticité à la base du pieu.

Un raffinement de la loi hyperbolique lors de la décharge a été essayé : une pente 2 fois plus abrupte en décharge. Le résultat en est une force trop faible lors de la décharge et un enfoncement final trop grand. Ceci tend à confirmer que le modèle hyperbolique peut être appliqué avec une décharge linéaire proche de la mise en charge initiale.

Un dernier essai a été réalisé avec un amortissement visqueux intrinsèque. Cet amortissement interne implique une réduction du pic de vitesse incompatible avec la valeur mesurée.

En ce qui concerne la variation de la résistance intrinsèque du milieu en fonction de sa vitese de déformation, nous avons fait une expérience révélatrice : les résultats obtenus avec la loi de dépendance de la résistance sont identiques à ceux obtenus sans dépendance vis-à-vis de la vitesse. Ce résultat a priori surprenant s'explique de la manière suivante. Par l'utilisation du modèle hyperbolique, la charge ultime (à enfoncement infini) n'est pas atteinte : dans le cas de la base de Kallo, une charge unitaire maximale de l'odre de 8 MPa est mobilisée par rapport à une résistance ultime de 12 MPa. Il existe donc déjà une réserve disponible au damping géométrique avant que la charge ultime soit atteinte. Mais en plus, on peut remarquer que la vitesse maximale est atteinte pour des déplacements largement inférieurs : de l'ordre de 4 mm et avec une résistance unitaire mobilisée de 5.5 MPa (somme du terme statique et du damping géométrique). Par contre, lorsque le déplacement atteint son maximum : 13 mm, la vitesse est faible et devient négative : son influence sur la résistance mobilisable n'intervient pas.
Pour que l'effet de la vitesse intervienne sur la résistance intrinsèque du milieu, il faut que lorsque la résistance ultime est approchée, la vitesse soit suffisante pour faire sentir son effet. Ceci ne peut être le cas que lorsque les enfoncements par coups sont très grands et que par conséquent la résistance est faible par rapport à l'énergie du coup. Ces conditions ont été réalisées par les essais décrits au chapitre II : la rupture était maintenue avec une vitesse importante. Les résultats de ces essais indiquent une

dépendance de la résistance à la vitesse : ils ne peuvent concerner les problèmes de battage dur où la condition de vitesse n'est pas simultanée à celle de déplacement engendrant la rupture. On peut donc déclarer que dans les conditions où le calcul dynamique est habituellement fait (refus), la dépendance de la résistance à la base à la vitesse de chargement est sans effet prépondérant.

4.3. RESISTANCE DYNAMIQUE DE L'ENSEMBLE DU PIEU.

4.3.1. Paramètres du frottement

Puisque nous disposons de mesures en tête du pieu, à un niveau intermédiaire, et à la base du pieu, la simulation que nous mettons au point possède de nombreux points de vérification. Comme nous avons optimalisé les paramètres de la résistance à la base au moyen de la lecture locale, il nous est possible d'introduire ces paramètres de comportement et de nous concentrer sur le frottement. Ce dernier sera optimisé à son tour par utilisation des données mesurées en tête: soit force imposée, soit vitesse imposée.

Pour rentrer dans le schéma du tube foncé, nous respecterons la distance de segment de 0.55 m, dont nous savons qu'elle ne doit pas être trop grande si nous voulons en analyser l'effet sur la répartition de résistance au voisinage de la base. Nous utiliserons un tube de 22 segments et donc long de 12.10 m, 11.55 m séparant les 2 centres de masse extrêmes. La section d'acier est de 0.0625 m^2 tandis que le périmètre vaut 1.885 m. Les couches de résistance au frottement s'inspirent de l'essai de pénétration et en particulier du diagramme de la résistance au frottement latéral.

Couche 1 : de + 1.15 à + 0.6 m	τ_1 = .04 MPa	Q_{f1}	= 0.041 MN
Couche 2 : de + 0.6 à - 3.20 m	τ_2 = .008 MPa	Q_{f2}	= 0.057 MN
Couche 3 : de - 3.2 à - 6 m	τ_3 = .025 MPa	Q_{f3}	= 0.132 MN
Couche 4 : de - 6 m à - 10 m	τ_4 = 0.10 MPa	Q_{f4}	= 0.754 MN
		Q_f^{total}	= 0.985 MN

On a donc négligé le palier de frottement entre - 7.9 m et - 9.3 m, estimant que la résistance au frottement locale n'a pas été rendue par la mesure du frottement total. Ainsi que l'on peut le voir par le calcul dans chaque couche, ces hypothèses portent à 0.985 MN le frottement total.

La loi adoptée pour le comportement sera du type hyperbolique avec une valeur du quake à la tangente initiale et un amortissement de type visqueux calculé par la théorie élastique.

Pour les 2 couches supérieures, on adopte :

$G \simeq 8$ à $10\ q_c \simeq 4$ MPa

Pour les 4.35 m de profondeur de ces couches, compte tenu de la présente d'horizons plus raides en dessous, et que le pieu y pénètre de 6.8 m, on adoptera une profondeur effective D de 11.15 m. Le rayon d'influence suivant la théorie de Randolph donne :

$$R_m = 2.5\ D\ (1-\nu) = 2.5 \times 11.15\ (1 - 1/3) = 18.58 \text{ m}$$

On en déduit la souplesse de la réaction latérale dans les couches :

$$\frac{s_f}{\tau} = \frac{R}{G} \ln \left(\frac{R_m}{R}\right) = \frac{0.3}{4} \ln \left(\frac{18.58}{0.3}\right) = 0.309 \ \frac{m}{MPa}$$

Dès lors :

$$s_{f1} = 0.309 \times \tau_1 = 0.309 \times .04 = 0.012 \text{ m}$$
$$s_{f2} = 0.309 \times \tau_2 = 0.309 \times .008 = 0.0025 \text{ m}$$

Pour la valeur intiale du damping géométrique, on adoptera :

$$I_\tau = \sqrt{\rho G} = \sqrt{0.0018 \times 4} = 0.085 \text{ MPa/ms}^{-1}.$$

Pour l'ensemble des couches inférieures, on adopte :

$G = 10\ q_c \cong 180$ MPa.

La profondeur à considérer dans la formule de Randolph est la profondeur d'encastrement étant donné le contraste entre la couche portante et les horizons supérieurs. Le rayon d'influcence qui y correspond est :

$$R_m = 2.5 \times 6.8 \times (1-1/3) = 11.33 \text{ m}$$

On en déduit la souplesse de la réaction dans ces couches:

$$\frac{s_f}{\tau} = \frac{0.3}{180} \ln \left(\frac{11.33}{0.3}\right) = 0.006 \text{ m/MPa}$$

Dès lors,

$s_{f3} = 0.006 \times .025 = 0.15\ 10^{-3}$ m
$s_{f4} = 0.006 \times 0.1 = 0.6\ 10^{-3}$ m

Pour la valeur initiale du damping géométrique on adoptera :

$I_\tau = \sqrt{\rho G} = \sqrt{0.002 \times 180} = 0.6$ MPa/ms^{-1}

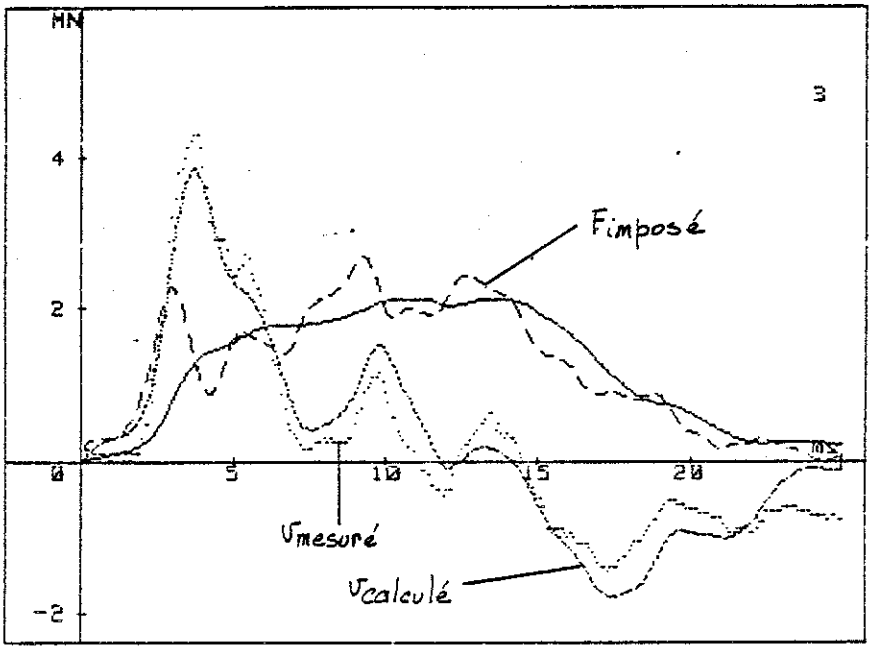
4.3.2. Tronçon de base

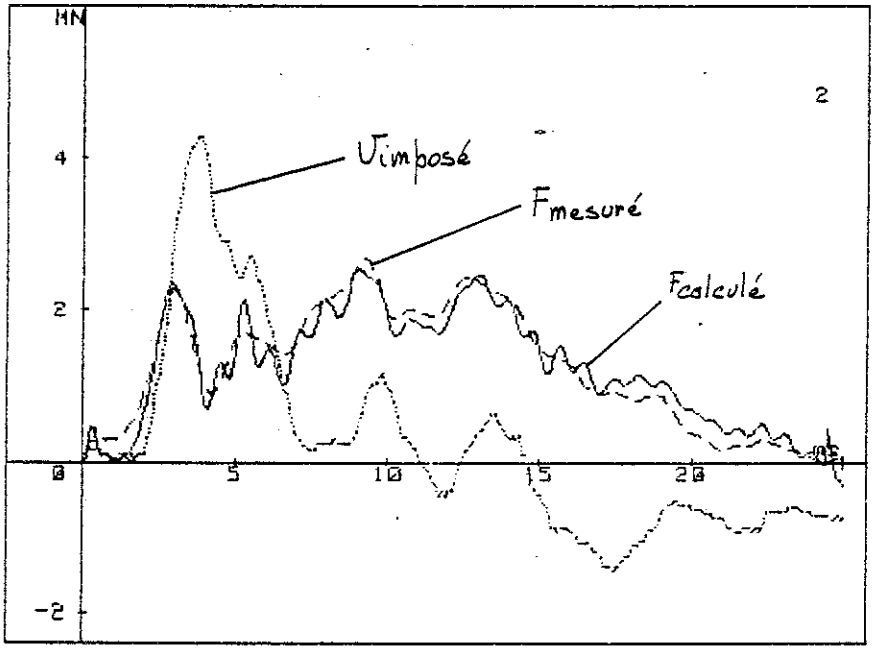
Pour compléter l'analyse réalisée sur la résistance à la base, il nous est apparu utile d'introduire le frottement sur le tronçon terminal de 0.55 m de haut dans la recherche des paramètres de résistance à la base.

Tout en étant conscient que la valeur de la résistance au frottement latéral n'est qu'une très faible partie du terme de résistance situé sous le niveau inférieur de mesure, nous souhaitons examiner l'influence de ce terme sur les paramètres déduits. A cette fin, nous avons forcé sur la résistance au frottement introduite pour mieux en examiner les effets :

$\tau = 0.2$ MPa
$s_f = 1.2$ mm
$I_\tau = 0.6$ MPa/ms^{-1}

Ceci conduit à un frottement ultime de 0.2 x 0.55 x 1.885 = 0.207 MN, qui représente moins de 10 % de la résistance à la base.
Par comparaison avec le cas de la base unique, le frottement a pour effet d'augmenter le terme de force de 0.2 MN lorsque la vitesse est positive et de le diminuer d'autant lors du rebond. En ce qui concerne la vitesse calculée, le premier pic est diminué, l'enfoncement maximum, l'enfoncement final ainsi que le rebond élastique sont également diminués. Il en résulte que l'introduction du frottement sur le dernier tronçon implique l'augmentation de la souplesse à la base. Cette dernière engendre une plus grande pénétration, qui à son tour devra être compensée par une augmentation de la résistance ultime à la base. C'est ainsi que pour le frottement de 0.2 MPa, le cas $q_b = 10$ MPa et $\varepsilon_r = 2$ % (figure 5.17 p. 521) est caractérisé par $s_{max} = 10.9$ mm et $s = 5.4$ mm.
La difficulté à identifier les caractéristiques les plus réalistes à la base provient de ce que les solutions





MODELISATION DE LA BASE A KALLO

Condition de force imposée / de vitesse imposée

q_b = 12MPa ε_r = 3.2%

FIGURE 5.17

comparées satisfont à une condition du diagramme de mobilisation de la résistance à la base : elles s'approchent du point de mobilisation maximale mesuré, caractérisé par :

q_b^m = 8.1 MPa pour un enfoncement s_m de 12.7 mm. En se référant au diagramme 4.27 p. 407 de la mobilisation de la résistance à la base dans notre tronc de cône régi par une loi de comportement hyperbolique, nous pouvons déduire une famille de courbes acceptables de nobilisation par le raisonnement suivant.

On se donne q_b, on calcule q_b^m/q_b, ce qui permet de lire dans le diagramme adimensionnel le déplacement relatif $\frac{s_m}{s_r}$ qui correspond au taux de mobilisation calculé. On en déduit le déplacement de référence s_r, qui permet de retrouver la déformation de référence recherchée ε_r par :

$$\varepsilon_r = \frac{2 s_m}{\pi R \, (s_m/s_r) \, (1-\nu^2)}$$

C'est ainsi que les 3 courbes définies par

q_b = 10 MPa, ε_r = 2.3 %

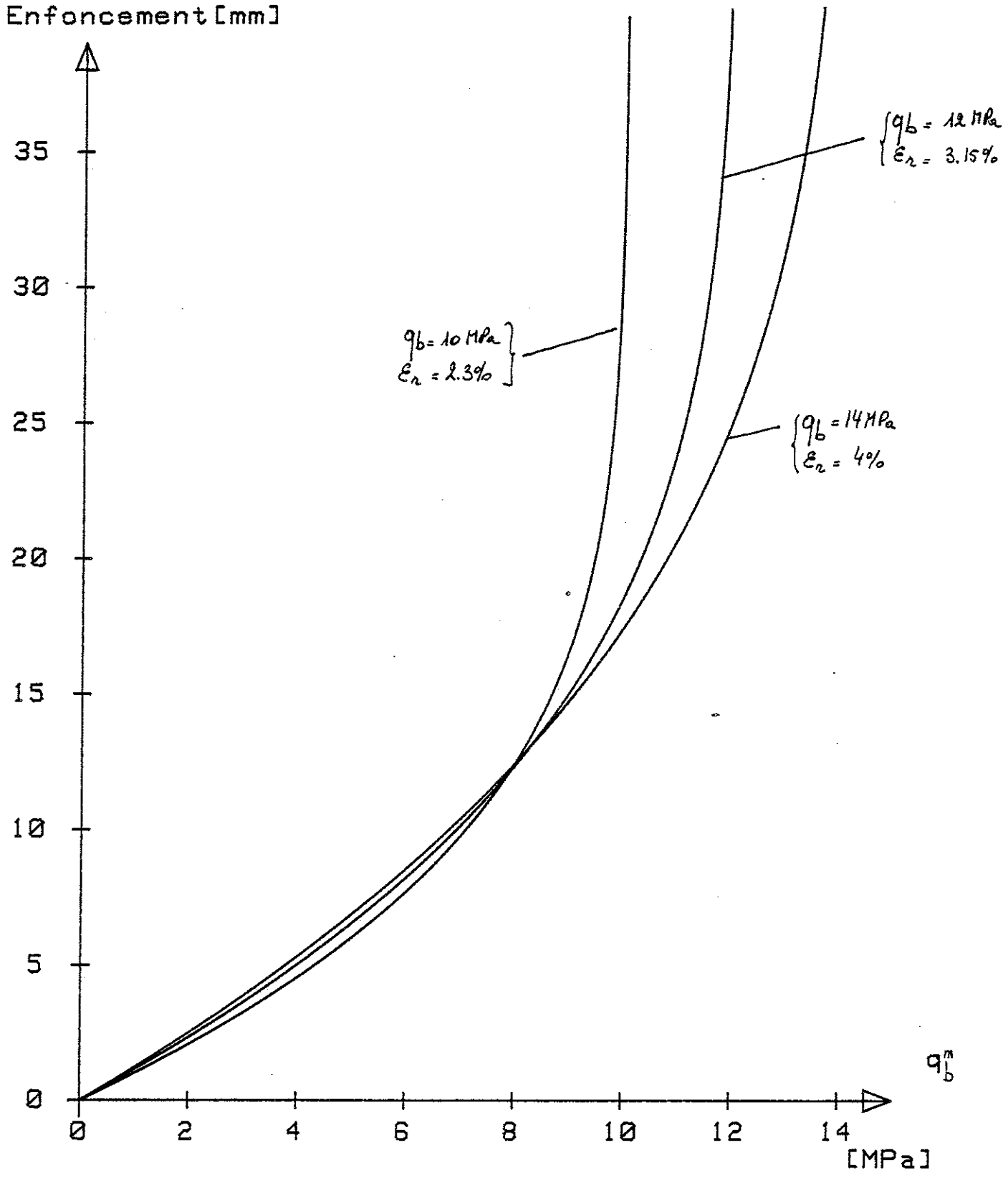
q_b = 12 MPa, ε_r = 3.15 %

q_b = 14 MPa, ε_r = 4 %

satisfont à la condition de mobilisation extrême. Leur représentation à la figure 5.18 p. 523 permet d'en apprécier les faibles différences dans le domaine exploré. Les cas essayés se résument dans le tableau suivant :

q_b	[MPa]	10	12	12	12	14	14
ε_r	[%]	2	3	3.2	3.5	4	4.5
s_{max}	[mm]	10.9	11.6	12.5	13.9	12.3	14.2
s_f	[mm]	5.4	4.6	5.0	5.6	4.3	4.9

Parmi ces cas, celui réalisant le meilleur compromis entre le diagramme de force et celui de vitesse est le cas q_b = 12 MPa et ε_r = 3.2 %. Les figures 5.17.a et b p. 521 donnent leurs comparaisons graphiques respectives. Le module de déformation correspondant à ce cas est : $E = q_b/\varepsilon_r$ = 12/0.032 = 375 Mpa.



MOBILISATIONS ACCEPTABLES DE LA RESISTANCE UNITAIRE A LA BASE

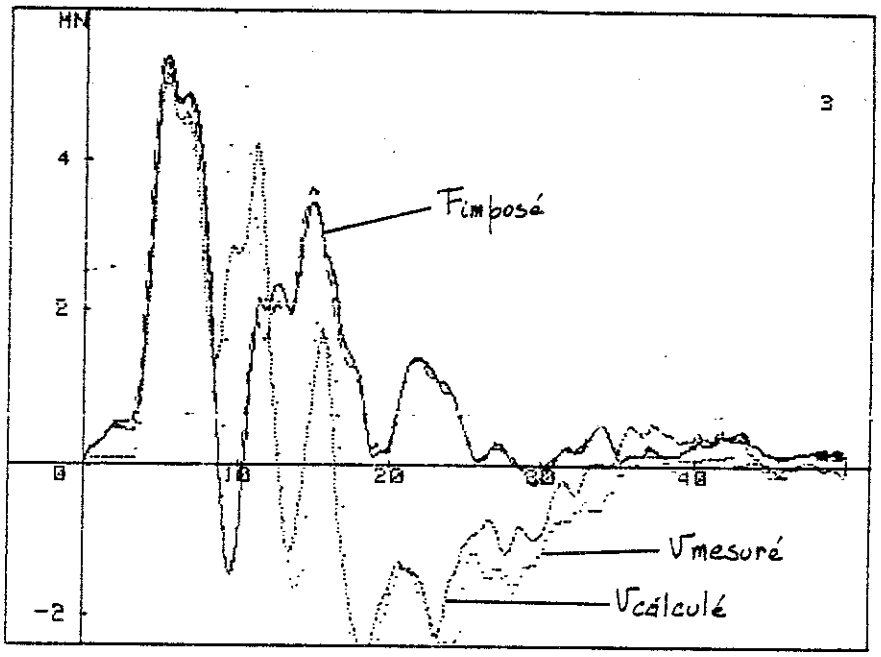
FIGURE 5.18

4.3.3. Utilisation des mesures en tête

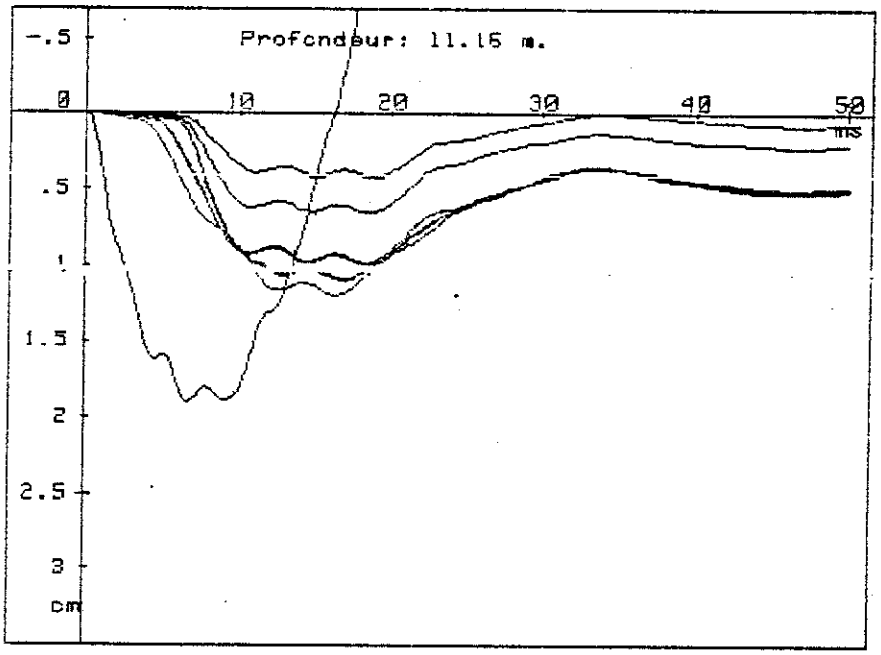
L'ensemble du pieu simulé depuis la base jusqu'au niveau supérieur de mesure a servi à l'introduction des mesures comme limites imposées. Dans la suite on se concentrera sur la condition limite de force, avec calcul des déplacements. Outre les valeurs des paramètres de frottement au paragraphe 4.3.1., on a adopté les valeurs dégagées séparément pour la base :
q_b =12 MPa et ε_r = 3.2 %.

Après quelques problèmes essayés, nous sommes arrivés à la conclusion que la modélisation du fond du tube pouvait être améliorée lorsque la masse de la plaque était ajoutée à la demi-masse d'un tronçon courant. Cette constatation ne devrait pas étonner puisque la discrétisation du milieu ne devrait pas privilégier la masse aux extrémités et un moyen de satisfaire à cet équilibre de représentation est de terminer les tronçons extrêmes par des demi-masses.

Dans ces conditions, les paramètres fixés par nos déductions du paragraphe 4.3.1 entraînent un enfoncement maximal de 13.4 mm et un enfoncement permanent de 8.6 mm, qui sont plus élevés que les valeurs enregistrées manuellement (9 à 10 mm et 4 à 4.5 mm respectivement). Etant donné que le pieu ne remonte pas assez, les valeurs du quake du frottement dans la couche où l'on a adopté un frottement de 0.1 MPa ont été décuplées, et pour respecter la variation du module de cisaillement que cette correction suppose, on a adotpé des valeurs du damping initial du frottement égales à 0.2 MPa/ms^{-1} dans cette couche. L'effet de cette variation est d'augmenter l'enfoncement maximum jusqu'à 14.1 mm mais de réduire l'enfoncement final à 8.1 mm. L'étape suivante a consisté en l'augmentation de la résistance ultime au frottement, afin de réduire les enfoncements maximum et final. Par l'adoption d'une résistance au frottement double dans les couches profondes (0.2 MPa au lieu de 0.1 MPa en gardant le quake de 6 mm), on améliore la situation puisque l'enfoncement maximal devient 9.8 mm et le final 5.4 mm. Le diagramme des vitesses calculées permet de voir que le pieu rebondit encore trop peu. Cette modification porte le frottement latéral considéré à 1.74 MN. A titre d'essai, bien qu'ayant approché les paramètres de frottement d'assez près pour reproduire les déplacements, nous avons essayé de n'admettre en frottement négatif ultime que 20 % du frottement positif ultime. Ce raffinement ne change pas l'enfoncement maximal de 9.8 mm, mais réduit l'enfoncement final à 4-5 mm étant donné l'oscillation qui suit le rebond. Le diagramme qui permet de vérifier la bonne correspondance de la mesure et du calcul est donné à la figure 5.19.a. p. 525. Un ensemble des calculs à différentes profondeurs est fourni à la figure 5.19.b : il est intéressant de noter



DISPLACEMENTS AS FUNCTIONS OF TIME



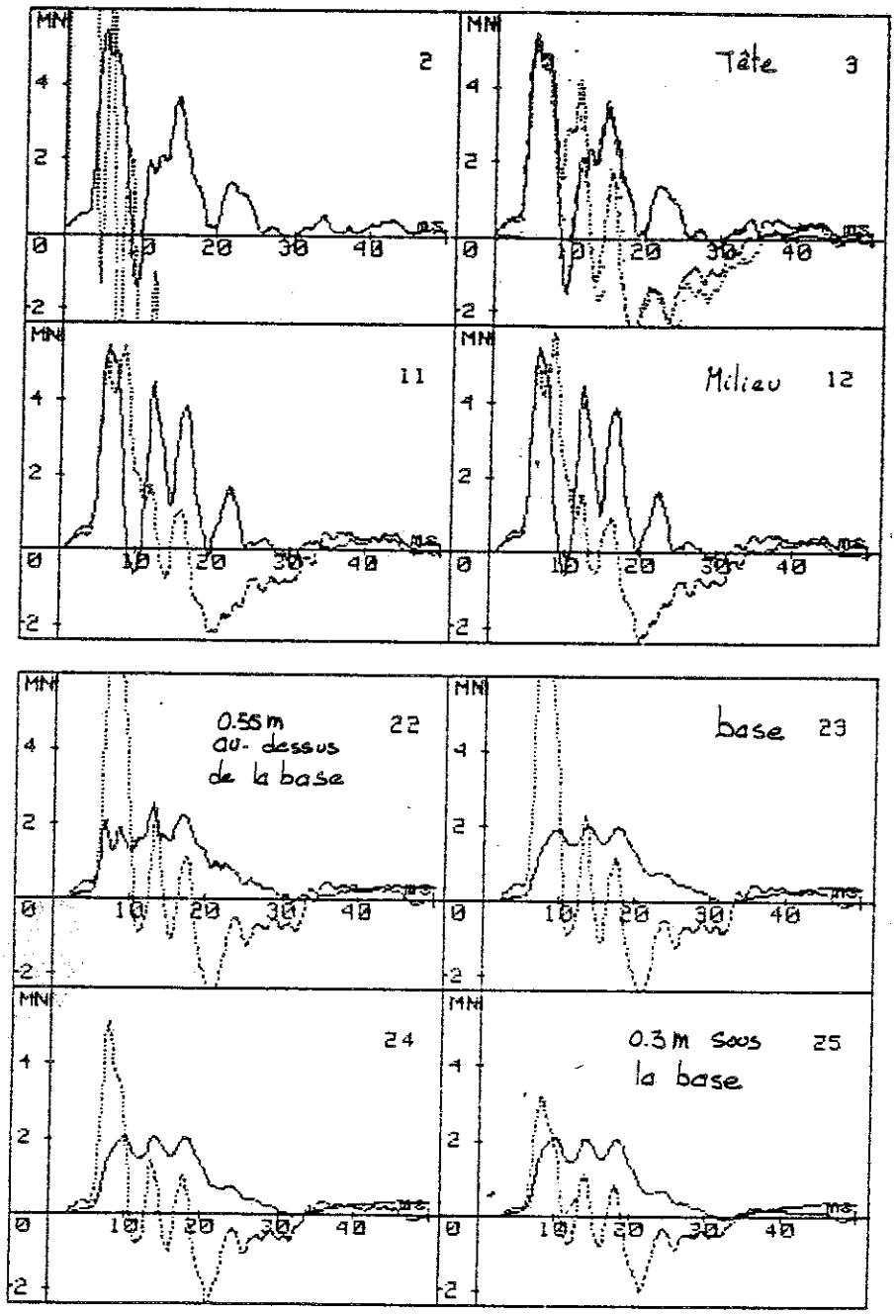
MODELISATION DE L'ENSEMBLE DU TUBE A KALLO

Condition de force imposée

(a) Vitesses et déplacements

FIGURE 5.19

FORCE AND VELOCITY AS FUNCTIONS OF TIME



MODELISATION DE L'ENSEMBLE DU TUBE A KALLO

Condition de force imposée

(b)calcul à différentes profondeurs

FIGURE 5.19

l'adéquation avec les mesures réalisées au niveau médian (élément 11 à comparer à la figure 5.14 p. 514) ainsi qu'au niveau inférieur (élément 22).

4.4. Paramètres déduits

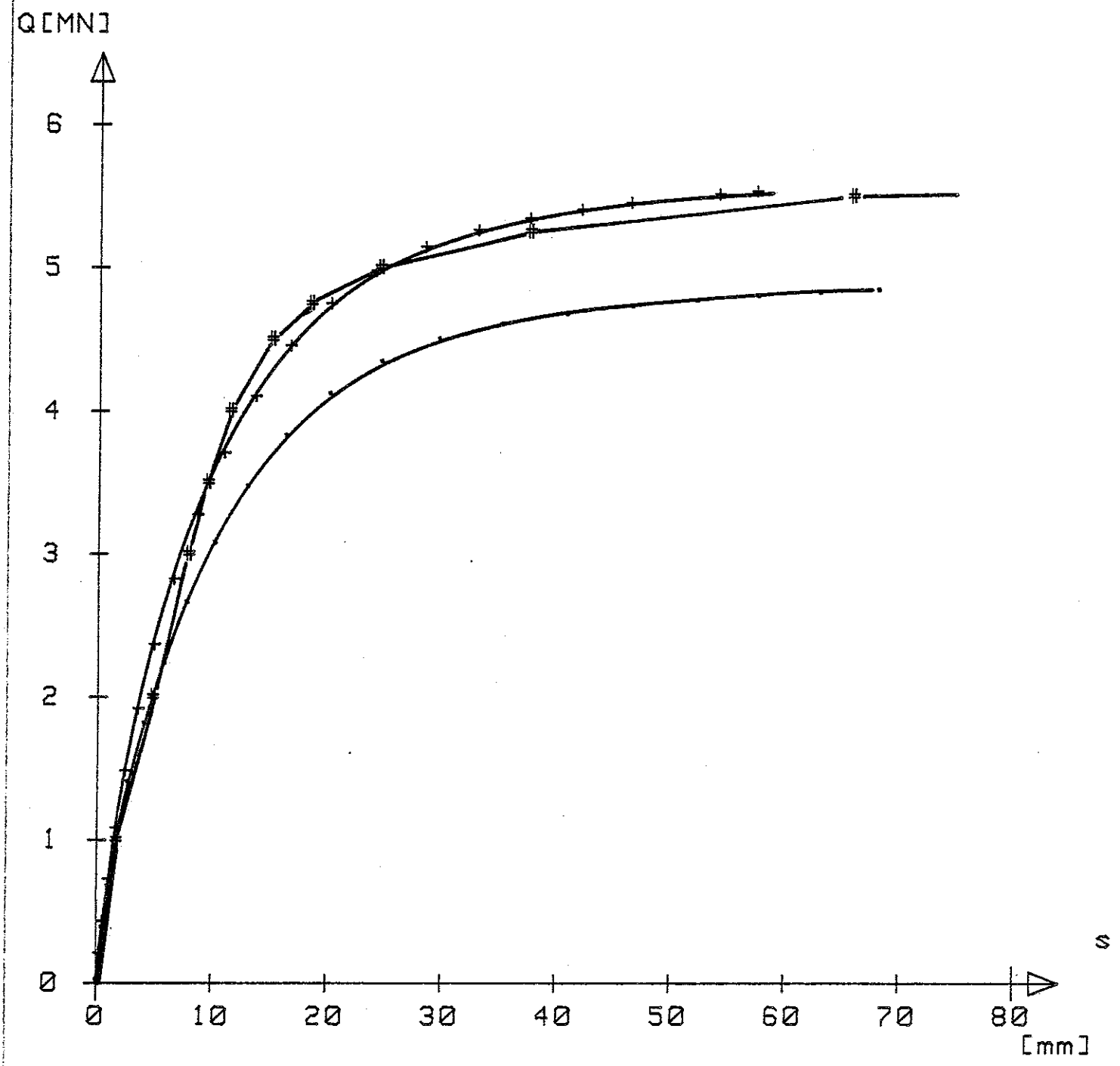
Alors que pour la base, la valeur optimale du module initial de déformation en compression dans le modèle hyperbolique est de 375 MPa (ou avec l'hypothèse $\nu = 1/3$: G = 140 MPa) la justification pour le frottement semble mieux tenir avec des valeurs plus faibles, si l'on rentre dans le schéma de Randolph et Wroth. En effet les valeurs de G pour le calcul du quake statique ont été de 18 MPa dans la couche de sable compact. Ne désirant pas trop rentrer dans l'analyse du frottement latéral pour lequel nous disposons de moins de données, nous nous contenterons d'émettre l'hypothèse du remaniement violent des couches latérales entourant le fût. Il ne nous semble pas exclu que ce remaniement abaisse d'un ordre de grandeur le module par rapport à celui qui prévaut sous la base.
En ce qui concerne les valeurs de la résistance ultime à la base, la valeur acceptable, quoique non optimale de 14 MPa pouvait se déduire du diagramme de l'essai de pénétration (Méthode De Beer). Par contre, en ce qui concerne le frottement, on constate une fois de plus la présence de grandes valeurs du frottement à proximité de la base. Une résistance ultime de 0.2 MPa dans la couche de sable compact est nécessaire pour expliquer l'enfoncement du tube. Par contre, mais cela se déduit moins nettement en raison de son amplitude, le frottement en surface semble devoir être réduit, suite aux mouvements de va-et-vient du tube lors de son battage. Nous devons cependant faire remarquer la faible sensibilité de la solution calculée vis-à-vis des quakes au frottement.
Possédant l'ensemble des paramètres de réaction au frottement à la base pendant le battage, il est possible de les utiliser dans le calcul de la courbe de mise en charge statique. Ce calcul est réalisé au moyen du programme de battage habituel, mais en utilisant un mouton très pesant tombant à très faible vitesse. Le diagramme de mise en charge calculé avec nos paramètres dynamiques est présenté à la figure 5.20.a. p. 528 et sa comparaison avec le diagramme mesuré lors de l'essai de mise en charge statique exécuté 4 semaines après battage. En dépit de la différence des phénomènes, on peut se rendre compte de la similitude des courbes.

Comme un essai de traction a été réalisé sur le pieu A, semblable au pieu B et qu'il a mis en évidence une résistance ultime de l'ordre de 2.4 MN, la différence est principalement imputable au frottement. Une simulation de mise en charge

Essai

\+ q_b = 12 MPa ε_a = 3.2% σ_3 = 0.3 MPa s_{f3} = 1.8 mm

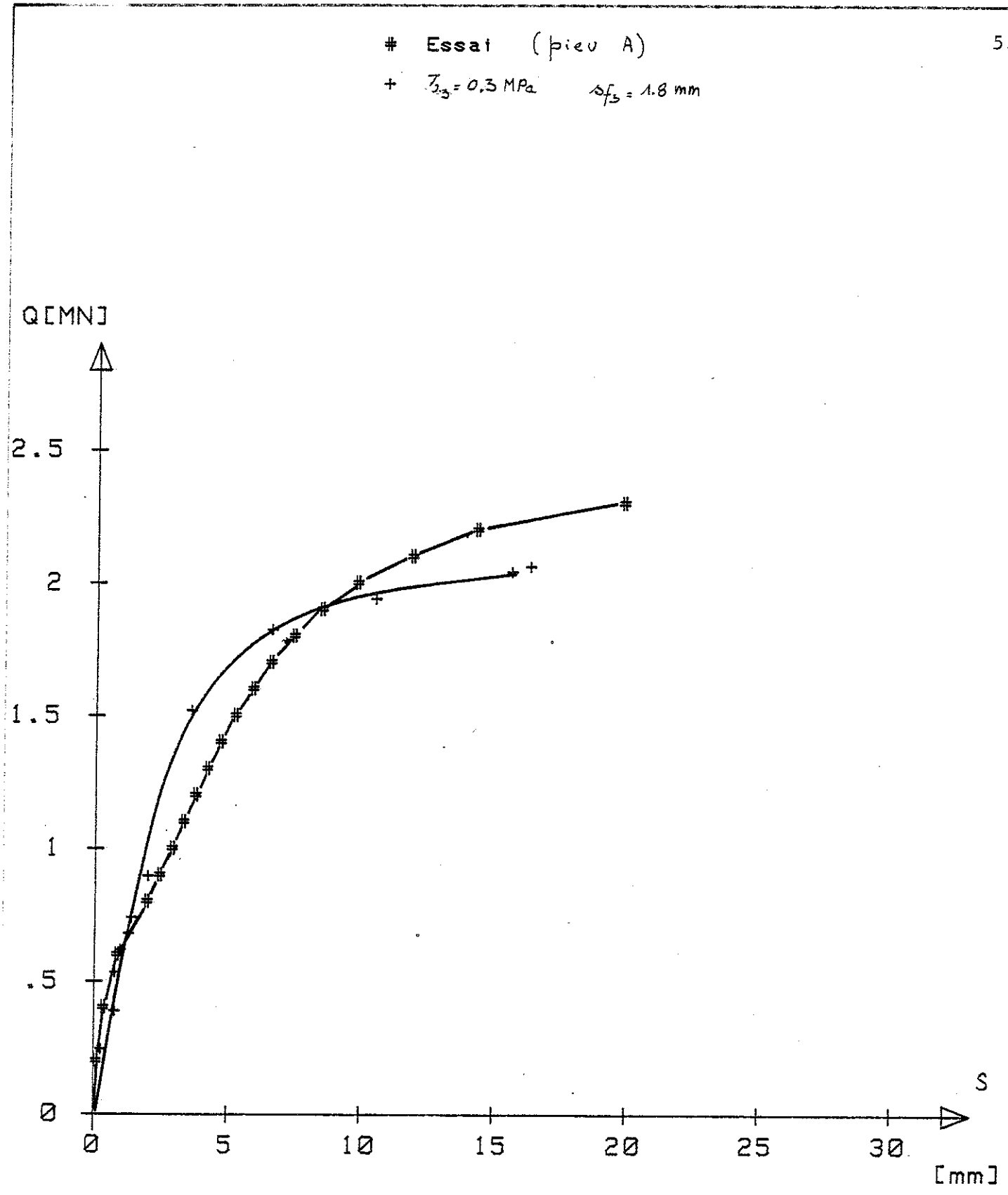
• q_b = 12 MPa ε_a = 3.2% σ_3 = 0.2 MPa s_{f3} = 1.2 mm



COMPARAISON DE LA MISE EN CHARGE STATIQUE MODELISEE ET DE L'ESSAI *REEL*

(a) Essai de compression

FIGURE 5.20



COMPARAISON DE LA MISE EN CHARGE STATIQUE MODELISEE ET DE L'ESSAI REEL

(b) Essai de traction

FIGURE 5.20

statique en compression et en traction a été effectuée avec les paramètres adaptés en conséquence:

τ_1 = 0.04	MPa	s_{f1} = 12	mm
τ_2 = 0.008	MPa	s_{f2} = 2.5	mm
τ_3 = 0.025	MPa	s_{f3} = 25	mm
τ_4 = 0.3	MPa	s_{f4} = 1.8	mm
q_b = 12	MPa	ε_r = 3.2	%

Les résultats de cette simulation, correspondant à la situation lors de l'essai de mise en charge, sont présentés aux figures 5.20.a. p. 528 et b. p. 529. La bonne concordance confirme les hypothèses dans leur ensemble.

5.ETABLISSEMENT DES PARAMETRES

Pour être a même d'établir certaines prévisions, il faut lier les paramètres optimalisés sur les exemples examinés en détail avec des propriétés accessibles au géotechnicien.

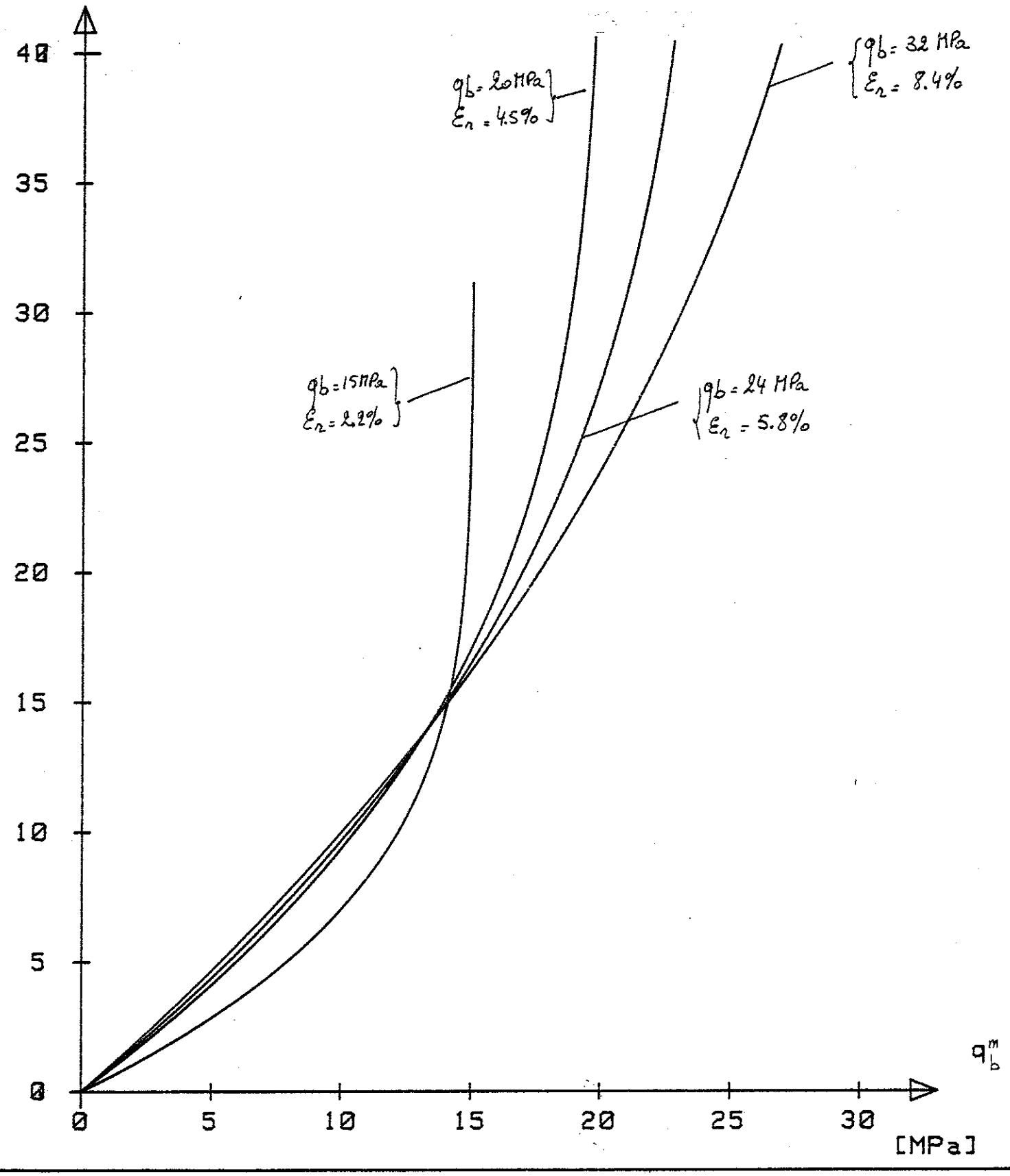
En ce qui concerne la résistance à la base, les résultats de notre analyse nous montrent que nous n'avons pas à majorer les chiffres donnés par la méthode de De Beer au départ de l'essai de pénétration statique.

Pour la base du pieu de Kallo on obtient 12-14MPa par rapport à 14 MPa calculé à partir de l'essai de pénétration.

Par contre, à Almelo on obtient 15-20 MPa, par rapport à 24 MPa calculé à partir de l'essai de pénétration. Dans les deux cas, lorsqu'une décision pareille devait être prise, on était tenté de prendre la valeur la plus basse. Alors que pour l'essai de Kallo, la comparaison est acceptable, pour Almelo, la différence devient inquiétante.
Pour tenter d'expliquer cet écart, nous avons representé à la figure 5.21 p. 531 les courbes de mobilisation à la base, passant par un point commun aux solutions donnant certaine satisfaction : pour un tassement à la base de 15 mm, 14 MPa sont mobilisés. Les 4 courbes représentées satisfont à cette condition et sont caractérisées par :

q_b = 15 MPa	ε_r = 2.2 %	E = 670 MPa
20 MPa	4.5 %	447 MPa
24 MPa	5.8 %	413 MPa
32 MPa	8.4 %	379 MPa

On s'aperçoit que jusqu'au point de mobilisation, où elles se recoupent les 3 dernières sont fort semblables et nous



ALMELO - COURBES DE MOBILISATION A LA BASE

FIGURE 5.21

estimons que la méthode à condition limite composée peut véritablement faire la différence. La solution finalement retenue est la plus bombée : ceci pourrait être l'effet de l'eau contenue dans le sol. En effet, au début de l'impact, l'eau peu compressible (E_o = 2200 MPa) est saisie par l'impact et participe à la raideur du sol; lorsque la pénétration atteint son maximum et que la vitesse de déformation devient nulle, l'eau a plus de temps pour s'évacuer et permet au squelette des grains de reprendre l'essentiel de la charge. Cette hypothétique explication n'ayant pas à intervenir pour le site de Kallo et les valeurs finales ayant été retenues au départ de coups donnés avec différentes hauteurs de chute, nous garderons les valeurs apparues comme optimales et estimerons que la résistance ultime pendant le battage est inférieure à la valeur statique, le coefficient de réduction variant entre 1 et 0.6 de la valeur calculée par la méthode de De Beer, la plus faible valeur étant associée à la présence d'une plaque élargisseuse.

Par compensation, les valeurs du frottement nécessaires à justifier le comportement du pieu lors de son battage sont plus élevées que les valeurs déduites de l'essai de pénétration. Dans le cas de Kallo où le pieu est parfaitement cylindrique, on a adopté 0.2 MPa au lieu de 0.1 MPa déduit du CPT dans la couche de sable tandis que pour Almelo où il y avait une plaque élargisseuse, on a adopté des valeurs produisant le frottement déduit du CPT sur une hauteur de 6 à 8 diamètres au dessus de la base. Par contre, les valeurs du frottement au-dessus de cette zone proche de la base ont dû être réduites par un facteur égal ou inférieur à 0.5, les plus faibles valeurs étant associées à la présence d'une plaque élargisseuse.

En ce qui concerne les valeurs déduites du module initial de déformation, elles se sont montrées significativement supérieures à celles que nous attendions. Nous avons trouvé, pour prendre des valeurs arrondies, E_i = 350 MPa (G_i= 135 MPa) dans le cas de Kallo, et E_i = 600 MPa (G_i = 230 MPa) dans le cas d'Almelo. Etant donné que ces valeurs sont déduites de couches où les résistances moyennes au cône sont respectivement de 18 et de 33 MPa, une tentative de corrélation directe donnerait :

E_i = 15 à 20 q_c

G_i = 6 à 8 q_c

Cependant, il est clair que l'analyse de 2 cas ne peut conduire à des corrélations et nous voulons simplement

dégager une tendance que des études sur de plus nombreux cas pourraient préciser.

Compte tenu que la contrainte géoloqique additionnelle de préconsolidation est estimée à 0.4 MPa pour le site de Kallo et à 1.2 MPa pour le site d'Almelo, étions-nous capables de prévoir de tels modules avec les formules empiriques exposées à la fin du chapitre IV ?

En reprenant la formule donnée par Holloway et al (1975) pour le sable particulier étudié de Jonesville lock and Dam, caractérisé par :
D.R. = 80 %

$\phi = 32°$ $\qquad E_i = 153 \left(\frac{\bar{\sigma}_3}{p_a}\right)^{0.6}$

on aurait obtenu : $E_i = 153 \left(\frac{0.4}{0.1}\right)^{0.6} = 3515$ MPa pour Kallo

$E_i = 153 \left(\frac{1.2}{0.1}\right)^{0.6} = 6795$ MPa pour Almelo

Ces valeurs semblent trop belles pour être crues. Elles peuvent d'ailleurs résulter du hasard car les sables fins comparés ne sont pas nécessairement semblables.
Si on avait adopté la formule de Hardin et Black (1968)

$$G_i = 103 \frac{(2.97-e)^2}{1+e} (O.C.R)^k \bar{\sigma}_o^{1/2}$$

avec : $k = \frac{1}{2}$

$\sigma_o = \frac{1}{3} (\sigma_v + 2\ \sigma_h) = \frac{2}{3}\ \sigma_v$

$e = 0.5$
$\sigma_v = 0.1$ MPa pour 10 m de profondeur

on aurait obtenu :

$G_i = 103 \frac{(2.97 - 0.5)^2}{1 + 0.5} (5)^{1/2} \left(\frac{2 \times 0.1}{3}\right)^{1/2} = 242$ MPa pour Kallo

$= 103 \frac{(2.97 - 0.5)^2}{1 + 0.5} \cdot (13)^{1/2} \left(\frac{2 \times 0.1}{3}\right)^{1/2} = 390$ MPa pour Almelo.

Si on avait adopté la simplification de Seed et Idriss (1970)avec la densité relative du sable à 90 %, ce qui donne sur l'abaque $K_2 = 70$, on aurait obtenu :

$G_i = 490 \sqrt{\sigma_o} = 490 \sqrt{0.15} = 190$ MPa pour les deux sites.

On peut donc voir que chacune des formules reproduit le bon ordre de grandeur, avec une meilleure approximation sans doute fortuite avec la première formule, et avec la remarque de la valeur de k dans la seconde formule est non précisée et a été choisie à priori.

Une méthode plus élaborée permet d'estimer G_i au départ de l'angle de frottement, de l'indice des vides et du rapport de préconsolidation. Cette méthode empirique due à Hardin et Drnevich(1972) est appuyée par des abaques (voir figure 5.22) donne le rapport entre la déformation de référence γ_r et la racine carrée de la contrainte verticale effective. Une valeur de la contrainte ultime de cisaillement τ_{max} est donnée, au départ de considérations sur le cercle de Mohr :

$$\tau_{max} = \left\{\left[\frac{1}{2}(1 + K_o)\ \sigma_v \sin\phi \text{ et } \cos\phi\right]^2 - \left[\frac{1}{2}(1 - Ko)\sigma_v\right]^2\right\}^{1/2}$$

Pour le cas de Kallo, avec $\phi = 35°$

$OCR = 5$

$ko = 1 - \sin\phi = 0.426$

$c = 0$

$e = 0.5$

$\sigma_v = 0.15$ MPa = 21.3 psi

on obtient de l'abaque :

$$\frac{\gamma_r}{\sqrt{\sigma_v}} = 0.9\ 10^{-4} \text{ et donc } \gamma_r = 0.9 \sqrt{21.3} = 4.15\ 10^{-4}$$

d'autre part : $\tau_{max} = \left\{\left[\frac{1}{2}\ (1 + 0.426)\ 0.15.\sin 35°\right]^2 - \left[\frac{1}{2}\ (1-0.426)\ 0.15\right]^2\right\}^{1/2} = 0.0437$ MPa

ce qui donne : $G_i = \frac{\tau_{max}}{\gamma_r} = 105$ MPa

Pour le sable d'Almelo : $\phi = 40°$

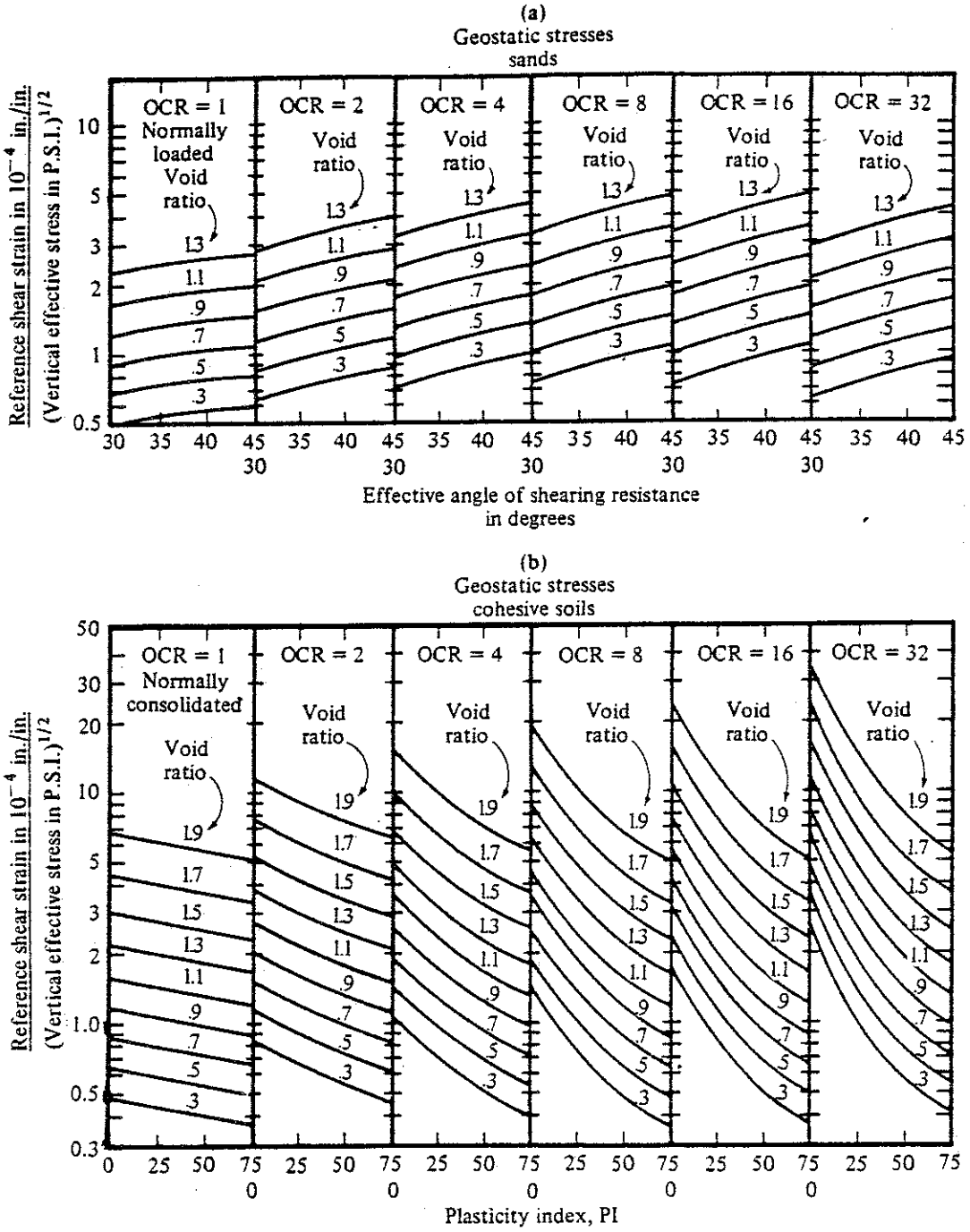
$OCR = 13$

$Ko = 1 - \sin 40° = 0.357$

$c = 0$

$e = 0.3$

$\sigma_v = 0.15$ MPa = 21.3 psi



Reference strain for geostatic stress conditions. [Hardin, B. O., and Drnevich, V. P. (1972). "Shear Modulus and Damping Soils: Design Equation and Curves," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 98 (SM7), Fig. 6, p. 672.]

DETERMINATION DE LA DEFORMATION ANGULAIRE DE REFERENCE AU DEPART DE LA CONTRAINTE GEOSTATIQUE, DE φ OU P.I. POUR PLUSIEURS OCR.

FIGURE 5.22

on obtient de l'abaque : $\frac{\gamma_r}{\sqrt{\sigma_v}} = 1 \rightarrow \quad \gamma_r = 4.6\ 10^{-4}$

d'autre part : $\tau_{max} = \left\{\frac{1}{2}\left[(1 + 0.357)\ 0.15 \sin 40°\right]\right]^2$

$- \left[\frac{1}{2}\ (1 - 0.357)\ 0.15\right]^2\}^{1/2} = 0.0812$

Ce qui donne : $G_i = \frac{\tau_{max}}{\gamma_r} - \frac{0.0812}{4.610^{-4}} = 177$ MPa

Ces deux dernières estimations se situent 30 % en dessous des valeurs déduites des mesures de battage. Il sera intéressant d'établir à la colonne résonnante les valeurs du module de cisaillement initial lors d'une prochaine étude de battage, au départ d'échantillons prélevés sur le site analysé.

A défaut de ces mesures, nous estimons qu'il est possible d'approcher sans trop d'erreur le module initial de cisaillement du sable par les abaques de Hardin et Drnevich.

6. CONCLUSIONS

Pour ajuster les paramètres physiques dans le modèle établi au chapitre IV, nous avons utilisé principalement la méthode consistant à imposer une des deux grandeurs mesurées (force, vitesse) à la limite du système discrétisé et à faire coïncider la grandeur complémentaire calculée à la mesure. Cette méthode est plus rapide et plus fiable que la méthode globale utilisée au chapitre III. Une première approche de la résistance peut être obtenue au moyen de la méthode "case" décrite au chapitre II. Le rôle de cette estimation est en effet limitée puisque la valeur obtenue dépend fortement du temps t* auquel l'expression est évaluée mais aussi de l'énergie du coup et de sa nature (influence du casque). L'estimation au moyen de cette méthode augmente en effet avec l'effort appliqué en tête et nous semble liée à la mobilisation de la résistance plutôt qu'à la vitesse qui sert de correctif par l'intermédiaire du damping "case".

Le modèle visco-élasto-plastique de Smith a été utilisé dans un premier temps avec les signaux enregistrés sur le site d'Almelo pour une hauteur de chute de 1 m et décrits au chapitre III. Pour la condition de vitesse imposée, nous avons obtenu d'abord les paramètres de la base, puis ceux du frottement. L'analyse confirme la concentration d'un frottement élevé (0.12 MPa) sur les 6 à 8 diamètres inférieurs du pieu tandis qu'elle met en évidence la condition de raideur de la base plutôt que la résistance ultime. En effet, pour autant que la résistance unitaire soit supérieure à 14 MPa, les critères d'ajustement sont satisfaits pour $k_b = Q_b/s_b \simeq 150$ MN/m. Cette zone d'incertitude est dissipée par l'analyse avec une condition de force imposée, qui permet de calculer les enfoncements transitoires et finaux qui en résultent.

Sur base de cas deux analyses complémentaires, les valeurs réalisant le meilleur compromis sont adoptées pour cette hauteur de chute de 1 m. Cette démarche répétée pour les coups donnés avec des hauteurs de chute décroissantes met en évidence l'abaissement de la résistance ultime et l'augmentation de la raideur.

En dépit de l'inaptitude du modèle élasto-plastique à reproduire le caractère non-linéaire du comportement du sol à la base, certains ajustements donnent l'impression de confiance (voir figure 5.7 p. 482 et 483). Les deux types de condition n'aboutissent pas aux mêmes valeurs optimales, en partie à cause du comportement du modèle au rebond.

Le modèle proposé au chapitre IV implémenté sur ordinateur permet de visualiser la propagation des ondes de force et de vitesse dans le sol sous la base du pieu (figure 5.8.a p. 487). L'adoption d'une loi de comportement du sol élasto-plastique permet déjà d'établir le module à une valeur élevée : 500 MPa. Lorsque la loi est raffinée pour tenir compte de la vitesse, une plage commune des paramètres peut être trouvée pour les coups donnés avec différentes hauteurs de chute.

Les véritables qualités du modèle s'expriment avec la loi de comportement hyperbolique du milieu : ajustement à court terme (figure 5.9 p. 493) et à long terme satisfaisant à la condition d'enfoncement (figure 5.10 p. 497). Pour le frottement latéral, les valeurs de la résistance ultime sont confirmées tandis que les valeurs du déplacement de référence sont ajustées. L'amortissement géométrique peut jouer son plein rôle pour amener rapidement la contrainte de cisaillement à sa valeur ultime et pour immobiliser le pieu lors de ses vibrations postérieures au grand enfoncement.

La valeur du module initial sur le site d'Almelo vaut 15 à 20 fois celle de la résistance au cône. Par rapport aux corrélations en vigueur, cette valeur élevé s'explique par :

- la formule adoptée de la raideur statique (plaque au lieu de sphère incluse)
- la super-compaction du sable sous la base
- la présence d'eau (influence du degré de saturation)

L'analyse en détail du signal enregistré met en évidence l'indépendance partielle des mouvements de la plaque et du fourreau lors du battage.

Les essais réalisés à Kallo dans un sable fin d'origine tertiaire ($q_c \simeq 18$ MPa) offrent une occasion exceptionnelle de vérifier notre modèle à la base grâce à des mesures dynamiques réalisées à ce niveau. Nous concentrant sur les mesures recueillies à 9.90 m de profondeur, nous modélisons le moignon de pieu inférieur au niveau de mesure pour nous affranchir de l'effet d'inertie de la plaque rigide obturant définitivement le pieu métallique battu.

La loi hyperbolique associée au solide équivalent permet des ajustements remarquables (Figure 5.16 p. 516) et met en évidence une fois de plus la valeur élevée du module initial tangent de déformation du sable saturé. Nantis de cet ajustement à la base, il nous est possible de modéliser le frottement en utilisant les mesures recueillies à la tête du pieu lors du même coup. Les valeurs des systèmes à un degré de liberté sont estimées grâce au modèle bâti au départ de la théorie de Randolph et Wroth. L'introduction du frottement sur la partie terminale du pieu permet encore de raffiner l'ajustement (figure 5.17 p. 521) et met en évidence l'équivalence des courbes acceptables de mobilisation (figure 5.18 p. 523). On en déduit que la confiance accordée à la détermination de la résistance ultime dépend du taux de mobilisation effectivement atteint lors du battage.

La modélisation de l'ensemble du tube en rapport avec les mesures recueillies en tête fait apparaître une valeur élevée du frottement latéral proche de la base (0.2 MPa ou le double du frottement déduit à l'essai de pénétration statique) et une valeur faible du module et du frottement pour les niveaux supérieurs. La simulation de l'essai statique avec les paramètres prévalant lors du battage indique que le frottement latéral s'est accru de 50 % en 4 semaines de repos du pieu ("set up", "freeze") tandis que la résistance à la base se conserve (figure 5.20 p. 528)

Les paramètres nécessaires à l'établissement d'une prévision sont la résistance ultime et le module de déformation initial. Pour la résistance à la base, la méthode de De Beer (1971-1972), avec éventuellement un coefficient réducteur peut être adoptée. Pour le frottement, un facteur multiplicateur doit tenir compte de la proximité de la base et de son éventuel élargissement. L'estimation du module initial dans les deux cas peut se faire avec la relation E_i = 15 à 20 q_c. Alternativement, les formules empiriques citées à la fin du chapitre IV peuvent être utilisées, avec une plus grande confiance lorsqu'elles font intervenir la contrainte géologique (Hardin et Drnevich (1972)). Ces tendances demandent à être confirmées par des essais sur d'autres site.

CHAPITRE VI CONCLUSIONS

Nous avons abordé ce travail en décrivant les techniques utilisées pour battre les pieux et avons ainsi introduit les protagonistes de notre problème: les différents types de mouton, le casque, le pieu, et le sol. La relation entre le refus et la résistance à la pénétration telle que donnée par les formules de battage est trop univoque pour rendre compte des phénomènes complexes régissant le comportement dynamique non-linéaire des pieux. C'est pourquoi, tout en reconnaissant leur utilité à des fins de comparaisons sur le même site et avec le même équipment, nous avons opté pour un instrument d'analyse permettant de suivre les différentes parties du système sous l'effet de l'impact: l'équation de l'onde.

Cette fomulation unidimensionnelle peut se résoudre analytiquement pour des conditions aux limites simples relatives à un corps élastique allongé. En une extrémité d'un corps infiniment long, la contrainte est proportionelle à la vitesse et à l'impédance spécifique du matériau qui le constitue ($\sqrt{E\rho}$). Aux points de discontinuité, une onde réfléchie et une onde transmise naissent au départ d'une onde incidente. Lorsqu'une extremité est fixe, on peut ainsi assister au doublement de la contrainte par superposition de ces types d'onde. Les conditions d'impact direct du mouton sur le pieu se résolvent par l'expression des conditions de continuité et d'équilibre. Dans ce cas, la contrainte maximale augmente avec rapport de l'impédance du mouton à celle du pieu.

Lorsqu'un casque élastique est interposé, certaines solutions analytiques sont encore accessibles jusqu'au moment où l'onde a eu le temps d'aller et venir dans le pieu. Il est possible de prédire exactement l'onde de force générée dans un pieu en fonction du temps; en particulier, la contrainte maximale proportionnelle à la vitesse d'impact du mouton, à l'impédance spécifique du pieu et est influencée par le rapport d'impédance ($2I/\sqrt{kM}$).

En ce qui concerne le transfert d'énergie du mouton vers le pieu, nous avons établi une expression basée sur les formules analytiques disponibles et dont la valeur calculée s'exprime uniquement en fonction de deux grandeurs adimensionelles : le rapport d'impédance et le rapport du poids du mouton à celui du pieu. Les valeurs théoriques obtenues sont en accord avec

certaines formules de rendement d'impact et en démontrent le caractère hautement empirique (voir figure 2.6.a).
Les réactions du sol sur le pieu ne pouvant être représentées simplement que si elles dépendent uniquement de la vitesse, il nous est apparu utile de faire appel à des méthodes numériques de résolution de l'équation de l'onde.

Parmi les diverses méthodes disponibles, nous avons opté pour le modèle de Smith, qui fait appel à une formulation explicite par différences finies des composants du système de battage ramené à des masses et des ressorts. Les lois de comportement des éléments intervennant dans le battage sont passés en revue. En particulier, une meilleure compréhension du fonctionnement du mouton diesel est accessible par la modélisation complète de son cycle thermodynamique et par sommation des efforts agissant dans la phase gazeuse et dans la phase solide.

Si la modélisation du système de battage est détaillée et aisée, celle du sol est sommaire et par conséquent malaisée. La réaction du sol sur le pieu est représentée par un système à un degré de liberté. Les paramètres de ses composants (ressort à patin, amortisseur) sont estimés de manière empirique et ne sont que rarement mis en relation avec des caractéristiques physiques du sol. En particulier, pour le modèle classique introduit par Smith (1960), il faut définir la résistance ultime, un paramètre de raideur (quake) et l'amortissement (de type visqueux) en chaque profondeur du pieu décomposé en segments. Les essais de battage rapportés dans la littérature ont visé à ajuster les paramètres de manière à reproduire par le calcul les signaux de vitesse ou de force enregistrés lors de l'impact en tête de pieu. Comme cette approche ne peut conduire à une méthodologie objective de prévision du battage des pieux, certains auteurs ont investigué en laboratoire de manière systématique la dépendance de la résistance dynamique vis-à-vis de la vitesse. C'est en effet, selon la littérature la caratéristique essentielle qui permettrait de faire le lien entre la résistance statique et la résistance dynamique.

Nous avons fait l'analyse des données disponibles dans la littérature à ce sujet, mais avons complété cet examen par des données periphériques au problème du battage: mise en charge rapide de pieux, essais triaxiaux, essais oedométriques, essais ballistiques à haute et faible vitesse, essais de pénétration cinétiques, mise en charge rapide de fondations superficielles. Nous avons gardé comme impression

de cette analyse critique que la dépendance de la résistance apparente vis-à-vis de la vitesse est quasi-nulle dans le cas des sables secs, faible, mais peu précisée dans le cas des sables saturés, et enfin forte dans le cas des argiles. Dans ce dernier cas, l'influence de la vitesse est d'autant plus forte que la limite de liquidité est élevée. Hormis ces tendances générales, la loi mathématique proposée varie d'une expérience à l'autre, affectant la formulation suivante: $Q_d / Q_s = 1 + f(v)$, dans laquelle $f(v)$ est une fonction tantôt linéaire, tantôt logarithmique, tantôt puissance de la vitesse v. Puisque ces essais comparent la résistance "dynamique" Q_d à la résistance "statique" Q_s, la définition de cette dernière est essentielle et peut expliquer certaines différences. Après avoir dégagé la meilleure tendance pour la gamme des vitesses qui nous intéresse, nous avons opté pour une loi de type puissance que nous avons adaptée à la vitesse de pénétration de l'essai CPT standard.

Nous avons développé un programme sur ordinateur capable de calculer les divers phénomènes se déroulant dans le modèle physique représentant le pieu, avec quelques raffinements par rapport au schéma de Smith, afin d'examiner certains exemples théoriques. En particulier, nous nous sommes attachés à expliquer physiquement le quake, valeur qu'il faut, selon Smith, soustraire à l'enfoncement maximal à la base pour obtenir le refus. Cette régle dogmatique n'a pas résisté à notre analyse plus détaillée et prolongée des phénomènes. Les exemples que nous avons calculés montrent qu'il est non seulement possible, mais bien nécessaire de calculer les mouvements du pieu jusqu'à sa stabilisation. On découvre ainsi que le rebond du pieu est influencé par la répartition de la résistance totale entre la base et le frottement. Par examen de l'état d'équilibre après le coup, on détermine les contraintes résiduelles de battage qui influencent le refus par transfert apparent des termes de résistance entre frottement et base. On met par conséquent en évidence la nécessité de modéliser plusieurs coups successifs afin d'obtenir une valeur fiable du refus, spécialement pour les pieux longs et les faibles refus.

Après ce premier contact théorique avec la méthode de calcul et ses implications physiques, il nous est apparu indispensable de reproduire par le calcul les mesures réalisées à même le tube lors de son battage. Sur le site d'Almelo au Pays-bas, nous avons procédé à la mesure des paramètres de fonctionmment d'un marteau hydraulique de 6

tonnes ainsi qu'à la mesure des vitesses, accéleration et déformation en tête du tube battu dans une couche de sable très compact moyen avec du gravier (q_c = 30 à 40 MPa). Nous avons en effet introduit une mesure directe de vitesse par un dispositif original qui évite la double intégration de l'accélération pour obtenir les déplacements. Notre objectif a été de simuler le système complet et de déduire les paramètres régissant le comportement du sol pour une profondeur de battage de 13.20m, ces paramètres devant rester valables pour les différents coups enregistrés avec une hauteur de chute variable et les 2 systèmes de casque essayés. Cette tâche fastidieuse a mis en évidence la nécessité de modéliser avec grande finesse les diverses composantes du casque et de la tête du pieu. Nous avons ainsi reproduit des vibrations secondaires ayant une explication physique, mais négligées dans la littérature. A cet égard la modélisation du pieu par tronçons de 2m et le filtrage des signaux à 1kHz, tel que recommendés par le state-of-the-art, ne nous semble pas propice à découvrir les phénomènes mis en évidence avec les tronçons de 0.7m que nous avons utilisés. Ce travail d'ajustement global nous a rendu sensibles à la précision avec laquelle certains paramètres doivent être mesurés objectivement: masse du mouton, épaisseur du tube, souplesse du casque. Ce dernier aspect a été analysé par essais de compression en laboratoire.

L'ajustement des paramètres du modèle visco-élastique-plastique a montré que lorsque la hauteur de chute augmente, la résistance estimée augmente mais que la raideur diminue. L'amortissement estimé pour reproduire le mouvement après les grands déplacements est beaucoup plus élevé que les chiffres recommandés dans la littérature. Par contre la dépendance stricte de la résistance vis-à-vis de la vitesse ne semble pas devoir intervenir. Les simulations réalisées pour les différentes hauteurs de chute nous indiquent que ces éléments sont en relation avec le caractère non-linéaire de la mobilisation de la réaction avec le déplacement. Par l'adoption de paramètres du sol satisfaisant à la plupart des exigences, nous arrivons cependant à reproduire l'ensemble des essais. La modélisation fine a mis en évidence la présence d'un frottement relativement élevé près de la base alors qu'il est fortement réduit ailleurs par rapport aux mesures obtenues par essai de pénétration statique. La valeur de la résistance à la plaque élargie d'obturation du tube est inférieure à celle prévue par les méthodes de mise à l'échelle du diagramme de la résistance au cône. Si cet ajustement final nous permet de présenter des diagrammes calculés de force et de vitesse collant presque parfaitement

aux mesures et à établir une courbe d'étalonnage de battage, il n'éclaire le sens physique que si nous sommes capables d'expliquer les valeurs adoptées. En particulier, il nous semble indispensable d'élucider le terme d'amortissement, qui devrait être faible aux grands déplacements et élevé lors de faibles oscillations.

L'explication physique des paramètres ne pouvait provenir que d'une analyse fondamentale du milieu entourant le pieu, lequel a été jusqu'à présent le plus sommairement traité alors que son comportement est le plus complexe. C'est donc principalement vers le sol que nos efforts se sont portés, avec comme objectif une meilleure compréhension des paramètres fondamentaux affectant le comportement transitoire, non-linéaire du pieu à la base, et au frottement.

Le comportement de la base a d'abord été envisagé sous l'angle statique et sous de faibles déformations de manière à utiliser les résultats disponibles de l'élasticité. Plusieurs conditions géométriques et de contact entre le milieu et la surface d'application de l'effort sont comparées et compte tenu de l'efficacité de l'encastrement et du fait que le sol ne reprend pas de traction, nous situons la zone de raideur dans laquelle notre base évoluera. Le problème dynamique est analysé pour plusieurs conditions de sollicitation: un parallèle est établi entre les facteurs d'amplification dynamique d'une sphère de masse nulle incluse dans un milieu infini soit en translation, soit en expansion ainsi que d'un disque rigide à la surface d'un massif semi-infini. Ce parallèle existe, en dépit de l'intervention différente pour chacun de ces trois problèmes des ondes de compression, de cisaillement et de Rayleigh. Cette observation nous permet d'adopter pour le cas des faibles déformations la situation de la plaque rigide sur un massif semi-infini, pour laquelle Lysmer a établi un analogue à un degré de liberté. Il nous est à présent possible de lier la raideur et le damping géométrique aux paramètres du problème: R, E, ν, ρ.

Pour traiter les questions d'hétérogénéité et de fortes déformations qui sont essentiels dans notre problème, nous avons eu la chance de poursuivre un concept a priori primitif: celui du solide équivalent. Par itérations entre le raisonnement et le calcul de cas particuliers, nous avons pu établir la correspondance entre le comportement du milieu semi-infini et celui d'un tronc de cône dont l'ouverture est

liée au coefficient de Poisson et qui est terminé à la base par son propre analogue de Lysmer. Ce solide équivalent est modélisé par masses et ressorts et les calculs se conduisent en respectant le schéma unidimensionnel de l'équation de l'onde. La vérification est excellente dans le cas élastique. La généralisation est faite pour les milieux hétérogènes, les grandes déformations, et le milieu viscoélastique. Les solutions de comparaison sont rares; néanmoins le cas de la couche d'épaisseur finie reposant sur un massif incompressible indique, moyennant certaines conditions d'utilisation, le comportement raisonable du modèle. Les courbes de réponse pour un milieu dont la loi de comportement intrinsèque est hyperbolique sont établies.

Le comportement du pieu au frottement a été également envisagé sous l'angle statique et sous faibles déformations. La théorie du milieu élastique permet d'assimiler le fût cylindrique à un ellipsoide oblong ou d'utiliser l'approche découplée de Randloph et Wroth. Ces deux solutions sont comparées. La simplicité du milieu découplé en un massif semi-infini sous la base et des couches horizontales d'épaisseurs finies et limitées radialement par leur rayon d'influence pour le frottement n'est pas penalisée par une moins bonne estimation de la raideur de la réaction au frottement latéral. Pour le problème dynamique, une seule solution exacte est disponible pour la géométrie du fût, moyennant l'hypothèse du fût incompressible de longueur infinie. En adoptant ce mode de vibration pour chacune des couches participant au frottement latéral, nous pouvons discrétiser le milieu dans la direction radiale. Cette formulation unidimensionnelle a été vérifiée dans le cas de la solution connue (couche unique d'extension latérale infinie). L'inconvénient de ce modèle est une raideur statique nulle, dont on se dégage si l'on limite l'extension de la couche au rayon d'influence défini par Randolph et Wroth. Compte tenu de la raideur élevée du frottement latéral par rapport aux déplacements induits lors du battage, le frottement ultime est rapidement atteint, ce qui impose la généralisation du modèle unidimensionnel radial pour tenir compte des grandes déformations. Après avoir adopté une loi de comportement hyperbolique, on s'aperçoit par le calcul que la notion de rayon d'influence s'estompe. La raison en est que la zone de plastification, régissant l'essentiel des déplacements, reste proche du fût du pieu. Ce phénomène, qui est déjà observé pour le cas statique, l'est d'avantage pour le cas dynamique où l'impédance au cisaillement provoque rapidement la rupture qui ne peut s'étendre par radiation. Ceci nous a donné l'idée de revenir au modèle simple du ressort et dashpot, mais en donnant aux paramètres qui les

caractérisent des valeurs instantanées dépendant du niveau de contrainte et dont les valeurs initiales dépendent de G et de ρ.

Une comparaison satisfaisante a été faite, qui nous permet d'établir la correspondance entre le milieu continu et le système à un degré de liberté et de maintenir la formulation unidimensionnelle verticale de notre système de battage.

Au terme de cette analyse, nous sommes en état de distinguer physiquement les 3 termes d'amortissement:

- l'amortissement géométrique, donné par la forme même du milieu équivalent adopté

- l'amortissement hystérétique, reproduit par la loi de comportment intrinsèque hyperbolique

- l'amortissement visqueux, représenté par la composante visqueuse du module de déformation.

Il nous est possible par ailleurs de faire dépendre la résistance ultime d'un terme de vitesse, au moyen de la loi précédemment adoptée.
Les paramètres intervenant dans le modèle sont rattachés à des caractéristiques physiques du sol. En particulier les résistances ultimes peuvent être établies sur base de l'essai de pénétration. Les propriétés de déformation initiale peuvent être estimées au départ de relations empiriques.

Nantis de cette nouvelle approche, nous avons examiné à nouveau les essais d'Almelo, avec un programme sur ordinateur permettant d'imposer une condition limite mesurée, à savoir soit la vitesse, soit la force, avec pour objectif d'ajuster l'autre signal non imposé. Une première estimation de la résistance globale est donnée par un programme de type "case", dont l'hypothèse de rigidité est mise en défaut par l'accroissement des estimations en fonction de la hautuer de chute. Par cette nouvelle approche, plus efficace au niveau de la vérification des paramètres donnés au sol, on confirme les valeurs du frottement proche et éloigné de la base, les valeurs de la résistance à la base égale à environ 60 à 80% de la valeur estimée par la méthode de De Beer et l'on obtient un module de déformation initiale de l'ordre de 500 à 700 Mpa.

D'autres essais, réalisés à Kallo en collaboration avec le Ministère des Travaux Publics, nous ont fourni des informations de première importance sur le comportement à la base pendant le battage, grâce aux mesures réalisées

à différents niveaux du pieu et notamment immédiatement au-dessus de la base. Par la méthode de condition limite imposée sur la partie terminale du pieu, nous avons établi plusieurs courbes possibles de mobilisation de résistance à la base. Les enregistrements réalisés indiquent que la dépendance de la résistance ultime vis-à-vis de la vitesse ne peut avoir trop d'influence, puisque la vitesse est maximale quand la mobilisation est très partielle et que d'autre part, la résistance mobilisée maximale est atteinte lorsque la vitesse s'annule. L'établissement de la résistance ultime au départ de ces courbes voisines dans la zone explorée par le mouvement dû à l'impact est aussi ardu que la détermination de la charge de rupture au départ d'une courbe de chargement partielle sur un pieu. Cependant la valeur extrapolée recoupe l'estimation de la méthode de De Beer, avec un facteur de l'ordre de 0.85 à 1. Par contre, le frottement obtenu par la modélisation des mesures supérieures, après avoir adopté les paramètres établis précédement pour la base, est double de celui déductible de l'essai de pénétration. Il faut remarquer que pour ce cas, la terminaison du pieu était purement cylindrique et fort rigide. La valeur du module de déformation reproduisant les mesures de battage de ce tube dans le sable tertiaire moyen à fin de Kallo ($q_c \approx 18$ MPa) s'établissait autour de 350 MPa. L'essai de mise en charge statique simulé avec les paramètres résultant de l'analyse dynamique se comparent favorablement avec l'essai de compression réalisé. L'effet du temps (4 semaines depuis le battage) semble être d'augmenter la résistance au frottement de l'ordre de 50%, laissant la résistance à la base inchangée.

Les valeurs déduites pour les deux sites sont correlées à l'essai de pénétration et à la contrainte géologique de préconsolidation. En attendant la confirmation par plus d'essais analysés sous le même angle, nous proposons de prévoir les paramètres de résistance ultime à la base pour les sables saturés au départ de l'essai de pénétration selon la méthode de De Beer et en appliquant un facteur inférieur à 1 dépendant de la forme de la base (cylindrique ou plaque). Pour le frottement proche de la base, on adopte une valeur égale ou plus élevée que celle normalement déduite suivant que la base comporte un élargissement ou non. Pour le frottement proche de la surface, le frottement peut être réduit par rapport à ces valeurs. Le module de déformation initial peut être déduit par la méthode empirique de Hardin et Drnevich, pour autant que l'on connaisse la contrainte géologique de préconsolidation. Les valeurs obtenues se situent pour les 2 exemples aux environs de 15 à 20 fois la résistance au cône.

Les réponses finales que nous donnons ne sont que faiblement étayées, car le nombre de cas analysés pour illustrer pleinement et justifier notre approche est trop restreint. De nombreuses questions restent encore ouvertes à notre esprit; nous espérons néanmoins avoir apporté un outil plus rationnel à l'artisan chargé de prévoir ou d'interpréter le battage de pieux.

CHAPITRE VII : BIBLIOGRAPHIE

ACAR Y.B., DURGUNOGLU H.T., TUMAY M.T., (1982) "Interface properties of sand", J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 108, No.GT4, Techn. N., pp. 648-654.

ACHENBACH J.D., (1973), "Wave propagation in elastic solids" North Holland Publishing Co.

AIRHART, T.P., COYLE, H.M., HIRSCH, T.J., BUCHANAN, S.J., (1979), "Pile-soil system response in a cohesive soil", ASTM Spec. Techn. Publ. N°444, pp. 264-294, 31 fig., 8 ref.

ALLEN N.F., RICHARD F.E., WOODS R.D., (1980), "Fluid Wawe Propagation in Saturated and Nearly Saturated Sand", J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 106, No. GT3, pp. 235-254.

ANGELIDES D.C. & ROESSET J.M., (1980), "Non-linear lateral dynamic stiffness of piles", J. Geotechn. Engng Div., Proc. ASCE 107 N° GT11, pp. 1443-1460.

APPENDINO M., (1977), "Analysis of Data from Instrumented Driven Piles" IXth I.C.S.M.F.E. Tokyo 1977, vol.1, pp. 359-370.

APPENDINO M., JAMIOLKOWSKI M., LANCELLOTTA R., (1979),"Pore Pressure of NC Soft Silty Clay Around Driven Displacement Piles", Recent Developments in the Design and Construction of Piles, ICE, pp. 169-175, London .

ATTEWELL & FARMER, (1973), "Attenuation of Ground Vibrations from Pile Driving", Ground Engineering, vol.6, no.4, July 1973.

BALASUBRAMANIAM A.S., PHOTA-YANUVAT C., GANESHANANTHAN, LEE K.K. (1981), "Performance of Friction Piles in Bangkok Subsoils", Xth I.C.S.M.F.E., Stockholm June 1981, vol.2.

BARANOV V.A., (1967), "Sur le calcul des fondations enterrées soumises à vibrations", (en russe), N.14, Institut Polytechnique de Riga.

BARKAN D.D., (1962), "Dynamics of Bases and Foundations", Mc. Graw Hill Book Co, New-York, 434 p.

BEA R.G., (1982), "Soil Strain Rate Effects on Axial Pile Capacity", 2nd Intl. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling - Austin, April 1982, pp. 107-132.

BERARDI G., DALERCI G., LA MAGNA A., (1975), "Fenomeni di Trasferimento del Carico dal Palo al Terreno - Cedimenti di un Singolo Palo dei Pali in Gruppo" Politecnico di Torino, pp. 1-69.

BEUTEL E., (1970), "The Action of Impact Driven Hollow Steelpiles, Bauplan.-Bautechn. 24, no.8:444-445.

BEUTEL E., (September 1970), "Zur Wirkungsweise gerammter Stahlhohlpfähle", Bauplanung, Bautechnik 24 Jg., Heft 9.

BIAREZ J., FOURNIER J., RUDELLE M., "Mechanical Properties of Clays after Shocks", Proc. IX I.C.S.M.F.E., Tokyo, Japan, July 1977, Vol. 2, pp. 183-186.

BIOT M.A., (1956), "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Satured Porous Solid, I: Low Frequency Range, II: Higher-Frequency Range", Jrnl. of the Acoustical Society of America, Vol. 28, N°2, 1956, pp 168-191.

BOLOMEY H., (1974) "Dynamic Penetration-Resistance Formulae", E.S.O.P.T. I - Vol. 2.2., pp. 39-46.

BOUSSINESQ J. (1883), "Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques", Gauthier - Villars, Paris.

BRANDL H. & W. SADGORSKI, (1977), "Dynamic Stresses in Soils Caused by Falling Weights", Proc. IXth I.C.S.M.F.E., Tokyo, vol.2, pp.187-194.

BREDENBERG H., (1980), "Response of Pile Points on Rock during Driving", International Seminar on the Application of Stress-Wave theory on Piles, Stockholm, pp. 41-50.

BREDENBERG H., (1982), "Test Loading of Point Bearing Piles", Royal Institute of Technology, Dept. of Soil and Rock Mechanics, Stockholm.

BURLAND J.B., (1970), "Discussion, Session A., Proceedings, Conference on In Situ Investigation in Soils and Rocks, British Geotechnical Society, London, pp. 61-62

BUTTERFIELD R. and BANERJEE P.K. (1971), "A rigid disc embedded in an elastic half-space", Geotechnical Engineering, Vol. 2, N° 1, pp. 35-42.

BYCROFT G.N., (1956), "Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-Infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum", Philosophical Trans., Royal Society, London, Ser. A, Vol. 248, 1956, pp. 327-367.

BYERS R.K. & CHABAI A.J., (1977), "Penetration Calculations and measurements for a layered soil target", Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 1, N°2, pp.107-138.

CAMBEFORT H., (1964), "Essai sur le comportement en terrain homogène des pieux isolés et des groupes de pieux". Annales de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux Publics - 17ème année, n°204, décembre 64, pp. 1478-1518.

CASSAN M., (1966), "Le Tassement des pieux; Synthèse des recherches récentes et essais comparatifs", Sols-Soils, n°18-19, pp. 43-54.

CASSAGRANDE A. and SHANON W.H., (1948), "Strength of Soils under Dynamic Loads", Proceedings ASCE, Vol. 74, N°4, April 1948, pp. 591-608.

CASSAGRANDE A. and WILSON S.D., (1951), "Effect of Rate of Loading on the Strength of Clays and Shales at Constant Water Content", Géotechnique, June 1951.

CERCLET M., (1978) "Mise au point d'un programme calculant la Propagation des ondes dans un pieu et provoquant son enfoncement", Rapport de stage, Ecole Centrale des Arts et Manufactures.

CHADWICK P. & TROWBRIDGE E.A., (1967), "Oscillations of a rigid sphere embedded in an infinite elastic solid, II: Rectilinear oscillations", Proc. Camb. Phil. Soc. 63, 1967, pp. 1207-1227.

CHELLIS R.D., (1961), "Pile Foundations", Mac Graw Hill, Inc., New York.

CHIN F.K., (1970), "Estimation of the Ultimate Load of Piles from Tests not Carried to Failure", Proc. of the Second Southeast Asian Conf. on Soil Eng. in Singapore, June 1970, pp 80-92.

CHOU P.C. & KOENIG H.A., (1966) , "A Unified Approach to Cylindrical and Spherical Elastic Waves by Method of Characteristics", Journal of Applied Mechanics, Vol. 33, 1966.

CHOW Y.K., (1981), "Dynamic Behaviour of Piles", Ph.D. Thesis, University of Manchester.

CHRISTIAN J.T. and CARRIER W.D., (1978), "Janbu, Bjerrum and Kjaernsli's Chart Reinterpreted", Can. Geotech. J., Vol. 15, pp. 123-128.

CHRISTOULAS S., (1976), "Calcul des tassements des fondations sur pieux verticaux", Annales des Travaux Publics de Belgique, N° 3, pp. 1-12.

CLARK J.I. & MEYERHOF G.G., (1972), "The Behaviour of Piles Driven in Clay. I. An Investigation of soil stress and pore water pressure as related to soil properties" Canad. Geotech. J. 9, No.4 pp. 351-373.

COLLINS W.D. (1962), "Some axially symetric stress distribution in elastic solids containing penny shaped cracks", Proc. Roy. Soc., Ser. A, 203, pp. 359-386.

CORTE J.F., (1981), "Vibrations transmises au sol lors du fonçage des palplanches. Quelques conséquences pour le confortement de fondations d'ouvrages d'art en état précaire", Bull. Liaison Lab. Rout., Ponts Chauss. , N°113, Mai-Juin 1981 pp. 65-72.

COYLE H.M. & SULAIMAN I.H., (1967), "Skin Friction for Steel Piles in Sand", Jrnl. of Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 93, N°SM6, Proc. paper 5590, Nov. 1967, pp. 261-278.

COYLE H.M., GIBSON G.C., (1970), Empirical damping constants for sands and clays, J. SMFD Proc. ASCE, Vol. 96, n° SM3, pp.949-965

COX W., KRAFT L.M. and VERMER, (1979), "Axial Load Tests on 14-inch Pipe Piles in clay", 11th Offshore Technology Conference, Huston, May 1979, Vol. 2, pp. 1147-1158.

COYLE H., LOWERY L. and HIRSH T., (1977), "Wave Equation Analysis of Piling Behaviour", Chap. 8, (pp. 272-296) of "Numerical Methods in Geotechnical Engineering" by Desai S. and Christian J. - Wiley and Sons - New York.

C.S.T.C., (1979), "Procédés de fondations profondes et d'infrastructure", Note d'information technique n°129, Décembre 1979, 31 pages + tableaux et annexes.

CUMMINGS A.E., KERKHOFF G.O., PECK R.B., (1950), "Effect of Driving Piles into Soft Clay", Trans. ASCE, vol.115, pp. 275-92.

CUMMINGS A.E., (1958), "Dynamic Pile Driving Formulas", (Boston Society of Civil Engineers) pp.1-27.

DAS B.M., (1983), "Fundamentals of Soil Dynamics "Elsevier, New York, 399 p.

DASGUPTA G. & CHOPRA A.K., (1979), "Dynamic Stiffness Matrices for Viscoelastic Half-Planes", J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE 105, N° EM5, pp.729-745.

DAVIS A. & GUILLERMAIN P., (1979), "Interprétation géotechnique des courbes de réponse de l'excitation harmonique d'un pieu", Revue Française de Géotechnique, No8, Août 1979.

DAVIS R.O. & , PHELAN P.J., (1978), "Numerical approximations in pile-driving analysis", Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech.2 1978, N°3, pp. 303-310.

DAVISSON M.T., (1978), "Stresses in Piles", Symposium on Behaviour of Deep Foundation", Boston, ASTM - STP 670, pp. 64-77.

DAVISSON M.T. & McDONALD V.J., (1969), "Energy Measurements for a Diesel Hammer", Performance of Deep Foundations, ASTM Spec. Techn. Publ. N°444, Philadelphia, 1969, pp.295-337.

DAYAL U. & Allen J.H., (1973), "Instrumented Impact Cone Penetrometer" Canadian Geotechnical Jrnl., vol. 10, no.3, 1973, pp. 397-409.

DAYAL U. & Allen J.H., (1975), "The Effect of Penetration Rate on the Strength of Remoulded Clay and Sand Samples", Can. Geot. J. 12, 1975, pp. 336-348.

DAYAL U. & REDDY D.V., (1980), "Low Velocity Projectile Penetration of Clay", Jrnl. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 106, N° GT8, pp. 919-937.

DE BEER E. (1971-1972), "Méthodes de déduction de la capacité portante d'un pieu à partir des résultats des essais de pénétration", Annales des Travaux Publics de Belgique, n°s 4, 5, et 6.

DE BEER E., LOUSBERG E., WALLAYS M., CARPENTIER R., DE JAEGER J. and PAQUAY J., (1977), "Bearing Capacity of Displacement Piles in Stiff Fissured Clays", Research Report IRSIA - IWONL, n° 39, March 1977.

DE BEER E., SCHOLTES P. en CARPENTIER R., (1982), "Draagvermogen van Stalen liggerpalen", Tijdschrift der Openbare Werken van België, nr. 3, 4 en 5.

DE JOSSELIN DE JONG G., (1953), "Consolidation around Pore Pressure meter", J. Appl. Phys., 24,7.

DE JOSSELIN DE JONG G., (1957), "Application des fonctions d'Airy aux problèmes de consolidation", IVth I.C.S.M.F.E., Londres, Vol. 1, pp. 320-324.

DE JOSSELIN DE JONG G., "Wat Gebeurt er in de grond tijdens het heien", De Ingenieur, 25:B77-88, 1956.

DE ST. VENANT B., (1867), "Mêmoire sur le choc de deux barres élastiques", Jrnl. Math. (Liouville), pp. 237-375

DISMUKE, (1978), "Behaviour of Steel Piles during Installation and Service", Symposium on Behaviour of Deep Foundation, Boston, ASTM, STP 670, pp. 282-299.

DIYALJEE V.A., (1982), "Repetitive Load Deformation of Cohesionless Soil", Jrnl. Geotech. Eng. Div., Vol. 108, N° GT10, October 1982, pp. 1215-1229.

DOLVIN J., "(1982), "An optimisation Method For Pile Driving Analysis", 2nd Intl. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling, Austin - April 1982, pp. 1-19.

DRNEVICH V.P., (1967), "Effect of Strain History on the Dynamic Properties of Sand", Ph. D. dissertation, Univ. of Michigan, 151 p.

DRNEVICH P. & HALL J.R., (1966), "Transient Loading Tests on a Circular Footing", Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Nov. 1966, pp. 153-167.

DUNCAN J.M. and CHANG C.Y. (1970), "Non-linear Analysis of Stress and Strain in Soils", Jrnl. Soil Mech. Found. Div. ASCE, Vol. 96, N° SM5, September 1970, pp. 1629-1653.

DURNING P.J. & RENNIE I.A., (1979), "Determining Pile Capacity and Pile Driveability in Hard, Overconsolidated North Sea Clay", Ground Engineering, Nov. 1979, Vol.12, N°8.

DUTTA P.K., (1967), "The Determination of Stress Waveforms Produced by Percussive Drill Pistons of Various Geometrical Designs", J. Rock Mech. Min. Sci. Vol.5, Nov. 1967, pp. 501-518.

EDWARDS T.C., (1967), "Piling Analysis Wave Equation Computer Program Utilization Manual, "Texas Transportation Institute, Research Project Report 33-11, Texas A&M University, 40p., August 1967.

FARID M.U., (1979), "An Investigation of the Dynamic and Static Stresses in Universal bearing H-piles, Ground Eng. 12, 1979, No.4, pp.35-38.

FELLENIUS B.H. & HAAGEN T., (1969), "New Pile Force Gauge for Accurate Measurements of Pile Behaviour during and following Driving", Canad. Geot. J. 6, 1969, No.3, pp.356-362.

FELLENIUS B., (1980), Communication personnelle.

FELLENIUS B.H., O'BRIEN A.J., and TRACY G.R., (1983), "Dynamic Monitoring and Conventional Pile Testing Procedures", ASCE, Conf. on Dynamic Measurements of Piles and Piers, Philadephia, May 1983, (Preprint).

FERAHIAN R.H., (1977), "Static Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements", Proc. Instn Civ. Eng., Part. 1, Nov. 1977, pp. 655-662.

FERRETTI M., (1975), "Pali Infissi Gettati in Opera", Annesso alla Conferenza tenuta al Politecnico di Torino, Nov. 1975.

FISHER H.C. (1959-1960), "On Longitudinal Impact", (I to VI), Applied Scientific Research, The Hague, (Vol. VIII, (pp. 105-139) 1959 - Vol. III (pp. 9-42), Vol. IX (pp. 93-139 and 213-274), 1960)

FISHER H.D., (1975), "The impact of an elastic sphere on a thin elastic plate supported by a Winkler foundation", J. Appl. Mech.42 (1975) N°1, pp. 133-135.

FISHER H.D., (1982), "Generalized Wave Equation in Finite Domains", ASCE, Jrnl. of the Engineering Mechanics Division, Vol. 108, N° EM1, February 1982, pp. 155-163.

FJELKNER G. & BROMS B., (1972), "Damping of stress waves in piles during driving; Results from field tests", Swedish Geotechnical Institute, Stockholm, report 50, 1972.

FOSTER C.R. and AHLVIN R.G. (1954), "Stresses and deflections induced by a uniform circular load", Proc. High Res. Board, Vol. 33, pp. 467-470.

FOREHAND P.W. & REESE J.L., (1964), "Prediction of Pile Capacity by the Wave Equation", Jrnl. S.M.F.D., Proc. ASCE, March 1964, SM2, pp. 1-25

FRANKE E. & GARBRECHT D., (1977), "Test Loading on 8 Large Bored Piles in Sand", IXth I.C.S.M.F.E. Tokyo 1977, vol.1.

FRY Z.B., (1963), "Development and Evaluation of Soil Bearing Capacity, Foundation of Structures", WES, Tech. Rep. N°3 - 632 - Report N° 1, Jul.

FUNSTON N.E. & HALL W.J., (1967), "Footing Vibration with Nonlinear Subgrade Support", Jrnl. SMFD, proc. ASCE, Vol. 93, N°SM5, Sept. 1967 Part I, pp. 191-211.

GAMBLE W.L., (1978), "Capacity of Reinforced and Prestressed Pile SECTIONS", Symposium on Behaviour of Deep Foundation, Boston, ASTM STP 670, pp. 306, 322.

GAZETAS G.C. & YEGIAN M.K., (1979), "Shear and Rayleigh Waves in Soil Dynamics", J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 105, 1979, N° GT12, pp. 1455-1470.

GAZETAS G., (1982), "Axisymmetric Parabolic Loading of Anistropic Half-space", Jrnl. Geotech. Eng. Div., Vol. 108, GT4, April 1982, pp. 654-660.

GENDRON G.J., (1970), "Pile Driving : Hammers and Driving Methods", Highway Research Record No. 333, pp.16-22.

GENDRON G.J., (1965), "An Introduction to Capblocks", Foundation Facts Volumes I-X, 1965-1974 pp.9-10 Raymond International Inc.

GERWICK B.C. & BRAUNER H.A., (1978), "Design of High Performance Prestressed Concrete Piles for Dynamic Loading", Symposium on Behaviour of Deep Foundations, Boston ASTM-STP 670, pp. 323-334.

GHAHRAMANI A. & CLEMENCE S.P., (1980), "Zero-extension line theory of dynamic passive pressure", J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 106, N° GT6, pp. 631-644.

GIBSON G.C. & COYLE H.M., (1968), "Soil Damping Constants Related to Common Soil Properties in Sands and Clays", Texas A & M University, Research Report Number 125-1, Sept. 1968.

GLANVILLE W.H., GRIME G., FOX E.N. & DAVIES W.W., (1938), "An Investigation of the Stresses in Reinforced Concrete Piles During Driving", Building Research Board, Technical paper No. 20 London 1938.

GNIRK P.F., KRAUSE K.E., BUMP V.L. & ANDERSON K.E., (1971), "Dynamic Determination of Pile Load-bearing Capacity", Highwy Res. Rec. No. 354, 1971, pp.67-79.

GRAVARE C.J., GOBLE G.G., RAUSCHE F. & LIKINS G., (1980), "Pile Driving Construction Control by the Case Method, Ground Eng. 13, 1980, No.2, pp. 20-25.

GOBLE G.G. & RAUSCHE F., (1970), "Pile Load Test by Impact Driving", Hwy Res. Record No.333 (1970), pp. 123-129.

GOBLE G., WALKER K. & RAUSCHE F., (1973), "Pile Bearing Capacity -Prediction Vs. Performance" ASCE conv. pp. 1243-1259.

GOBLE & ASSOCIATES, INC. PILE DYNAMICS, INC., (1975), "Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements" Final Report, March 1975.

GOBLE G., LIKINS G. and RAUSCHE F., (1975), "Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements", Final Report n° OH10-DOT-05-75, (40 p.).

GOBLE G.G. & RAUSCHE F., (1976) "Wave Equation Analysis of Pile Driving Weap Program Vol. II: User's Manual", July 1976.

GOBLE G.G., FRICKE K. & LIKINS G.E., (1976), "Driving Stresses in Concrete Piles", P.C.I. Journal Vol. 21 n°1, January, February 1976, pp. 70-88.

GOBLE G.G., FRICKE K., LIKINS G.E., (1976), "Driving Stresses in Concrete Piles", P.C.I. Journal Vol. 21 n°1, January, February 1976, pp. 110-115.

GONIN H., (1978), "Etude Théorique du Battage des Corps Elastiques Elancés et Application Pratique", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N°361, Mai 1978.

HALL J.R., J.r. & RICHARD, F.E., Jr., (1963), "Dissipation of Elastic Wave Energy in Granular Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 89, N°SM6, Proc. Paper 3695, Nov., pp. 27-56.

HANAGUD S. & ROOS B., (1971), Large Deformation - Deep Penetration Theory for a Compressible Strain-Hardening Target Material", American Institute of Aeronautics and Astronautics Jrnl., Vol. 9, N°5, May 1971, pp. 905-911.

HANNA T.H., (1967), "The Measurement of Porewater Pressure Adjacent to Driven Piles" Canad. Geot. J., Vol.IV, No.3, Sept. 1967.

HANSEN L.A. & SCHROEDER W.L., (1977), "Penetration Resistance for Driven Piling", J. Constr. Div., Proc. ASCE 103, No. CO3, pp. 513-528.

HARDIN B.O. & (1965), "The Nature of Damping in Sands", Jrnl. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, N° SM1, Jan., pp. 63-97.

HARDIN B.O. and BLACK W.L., (1968), "Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay", Jrnl. Soil. Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, N° SM1, Jan, pp. 63-97.

HARDIN B.O. & DRNEVICH V.P., (1972), "Shear Modulus and Damping in Soils : Design Equation and Curves", J. SMFD Proc. ASCE, Vol.98, no. SM7, pp. 667-692.

HEALY P.R. & WELTMAN A.J., (1980), "Survey of Problems Associated with the Installation of Displacement Piles" CIRIA Rep. N° PG8, Oct. 1980, Constr. Ind. Res. Inf. Assoc., 6 Storey's Gate, London SW1P 3AU, UK, 54 p.

HECKMAN & HAGERTY, (1978), "Vibrations Associated with Pile Driving, ASCE, Jrnl. Construction Div., vol.104, CO 4, Dec. 1978.

HEEREMA E.P., (1981), "Dynamic Point Resistance in Sand and in Clay, for Pole Driveability Analysis", Ground Eng.,(1981) No.6, vol.14, pp. 30-37.

HEEREMA E.P., (1980), "Predicting pile driveability : Heather as an illustration of the 'Friction Fatigue' Theory", Ground Engineering, April 1980, pp. 15-20.

HEEREMA E.P., (1979), Relationship between wall friction, displacement velocity and horizontal stress in clay and in sand for pile driveability analysis, Ground Engng 1979, vol.12, no.1, pp. 55-61.

HEIERLI W., (1963), "Inelastic Wave Propagation in Soil Columns, ASCE, Vol. 128, 1963, Part I, pp. 1392-1422.

HELENELUND K.V., (1974), "Prediction of Pile Driving Resistance from Penetration Tests", ESOPT I, Vol. 2-2, pp. 169-175.

HIRSCH T.J., LOWERY L.L., COYLE H.M. & SAMSON C.H., (1970), "Pile-driving Analysis by One-dimensional Wave Theory : State-of-the-art", Hwy Res. Record No.333 , pp. 33-54.

HIRSCH T.J., "Fundamental Design and Driving Considerations for Concrete Piles", Texas A & M University, pp. 24-34.

HIRSCH T.J. & al, (1976), "Pile Driving Analysis - Wave Equation Users Manual TTI Program, Vol. 1, 2, 3 and 4, Texas A&M University, College Station, Texas, April 1976, ref. : PB-261/900, 901, 902, 903.

HOLLOWAY D.M., CLOUGH G.W. & VESIC A.S., (1975), "The Mechanics of Pile-Soil Interaction in Cohesionless Soils", Duke Soil Mechanics Series N° 39.

HOLLOWAY D.M., AUDIBERT J.M.E. & DOVER A.R., (1978), "Recent Advances in Predicting Pile Driveability", Proc. 1978 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, OTC 3273, pp. 1916-1924.

HOUSEL W.S., (1950), "Discussion on Cummings'paper : Effect of Driving Piles into Soft Clay", Trans. ASCE, vol. 115, pp.339-350.

HSIEH T.K., (1962), "Foundation Vibrations", Proceedings, Institution of Civil Engineers, London, Vol. 22, pp. 211-226.

HUNTER A.H. & DAVISSON, M.T., (1969), "Measurements of pile load transter", ASTM Spec. Techn. Publ. N° 444, 1969, pp.106-117, 3 fig., 3 tab., 6 ref.

HUNTER S.C. and GAMBLEN D., (1974), "The Theory of a rigid circular disc ground anchor buried in an elastic soil either with adhesion or without adhesion", Jrnl. Mech. Phys. Solids, 22, pp. 371-399.

Review of HYDROBLOK, (1980), Hydroblok Hammer Experience Record, March 1980, Hollandse Beton Groep, Rijswijk, NL.

ISAAC D.V., (1931), "Reinforced Concrete Pile Formulae", Paper N° 370, Transactions of the Institution of Engrs, Australia, Vol. XII, pp. 312-323.

IVANOV P.L., SINITSIN A.P. & MUSAELYAN A.A., (1981), "Characteristics of soils at Cyclic and Shock Loads", Proc. Xth I.C.S.M.F.E., Stockholm 1981, Vol.3, pp 239-243.

JACKSON J.G., EHRGOTT J.Q. & ROHANI B., (1980) "Loading Rate Effects on Compressibility of Sand" Journal of the Geotechnical Engineering Division, August 1980, pp. 839-853.

JAKY J., (1948), "On the bearing capacity of Piles", IInd I.C.S.M.F.E. Rotterdam, Vol. I, pp. 100-103.

JAMIOLKOWSKI M., LALLI D. & MARCHETTI S., (1970), "L'Analisi della Battitura dei Pali a Mezzo dell'Equazione dell'Onda d'Urto", Associazione Geotecnica Italiana, X Convegno di Geotecnica, Bari, 26-27/10/1970.

JANSZ J.W., ARENTSEN D., BOMER H. & VOITUS VAN HAMME C.E.J.S.L., (1974), "Heien met het Hydroblok", HBG-Informatie,1-1974, pp 1-14.

JANSZ J.W., VOITUS VAN HAMME C.E.J.S.L., GERRITSE A. & BOMER H., (1976), "Controlled Pile Driving above and under Water with a Hydraulic Hammer", Offshore Technology Conference, Dallas, Texas, 1976, Paper Number OTC 2477.

KALDJIAN M.J., (1969), Discussion on "Design Procedures for dynamically loaded Foundations", ASCE, Jrl. of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 95, N° SM1, January 1969, pp. 364-366.

KEER L.M., (1975), "Mixed boundary value problems for a penny shaped cut", Jrnl. Elasticity 5, pp. 89-98.

KELVIN Lord, (1890), "Mathematical and Physical papers, vol. 1, Cambridge.

KITAMURA Y. & SAKURAI S., (1979), "Dynamic stiffness for rectangular rigid foundations on a semi-infinite elastic medium", Int. J. Numer. Analyt. Geomech. 3 (1979), N°2, pp. 159-171.

KOGEL H. van der LOON-ENGELS C.H. & RUYGROK P.A., (1981), "Wave Propagation in Porous Media, Shock Tube Experiments", Proc. Xth I.C.S.M.F.E., Stockholm 1981, vol.3, pp.253-256.

KONDNER R.L., (1963), "Hyperbolic Stress strain Response : cohesive soils", Jrnl. Soil Mech. Found. Div., ASCE Vol. 89, N° SM1, January 1963, pp. 115-143.

KOVACS W.D. & SALOMONE L.A., (1982), "SPT Hammer Energy Measurement", Jrnl. Geot. Eng. Div., proc. ASCE, vol.108, n°GT4, April 1982, pp. 599-620.

KRAFT L., COX W. and VERMER E., (1981), "Pile Load Tests : Cyclic Loads and Varying Load Rates", Jrl. of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 107, N° GT1, January 1981.

KUHLEMEYER R.L., "Vertical Vibration of Piles", (1979), J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 105 No. GT2, Feb. 1979, pp. 273-287.

KUHLEMEYER R.L., (1981), "Dynamic Response Curves for Vertically Loaded Floating Pile Foundations", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 18, N°2, May 1981.

KUMMEL (1978), "Rammformeln": Note technique Delmag - Bestell Nr. : ZRD - 02014-0.

KUMMEL F., (1980), "Der Aufbau des Kraftfeldes im Rammgut bei einem Schlag", BMT 4, April 1980.

LADANYI B., (1961), "Etude Théorique et Expérimentale de l'Expansion dans un sol pulvérulent d'une Cavité présentant une Symétrie Sphérique ou Cylindrique", Ann. des Trav. Publics de Belgique, No 2-4, 1961.

LAMB H., (1904), "On the Propagaion of Tremors over The Surface of an Elastic Solid", Philosophical Transactions of the Royal Society, London, Ser. A, Vol. 203, 1904, pp.1-42.

LAMBE T.W. and HORN H.M., (1965), "The Influence on an Adjacent Building of Pile Driving for the MIT Materials Center. Proc. 6th Int. Soils Conf. (Montreal), 1965, vol. 2, pp. 280-4

LANCELLOTA R., (1975), "Studio dei Fenomeni che Avvengono nel Palo durante la Battitura per Mezzo dell'Equazione dell'Onda d'Urto", Politecnico di Torino, 6° Ciclo annuale di Conferenze, Nov. 1975.

LEGGET F.R., (1950), "Discussion on Cummings'paper : Effect of Driving Piles into Soft Clay", Trans. ASCE, vol. 115 (1950) pp.319-322.

LEONARDS G.A., (1970), "Summary and Review of Part II of the Symposium on Pile Foundations", Hwy Res. Record No333, 1970

LITKOUHI S. & POSKITT T.J., (1980), "Damping Constants for Pile Driveability Calculations", Géotechnique 30(1), pp.77-86, 1980.

LO K.Y. & STERMAC A.G., (1965), Induced pore pressures during pile driving operations, proc. 6th Int. Conf. (Montreal), Vol. 2 pp 285-9.

LOWERY L.L., Jr., EDWARDS L.C. and HIRSCH T.J., (1968), "Use of the Wave Equation to Predict Soil Resistance on a Pile During Driving", Texas Transportation Institute, Research Report 33-10, August 1968.

LUNA W., (1967), "An Analysis of Reports on Ground Vibrations due to Pile Driving", Foundation Facts, vol.3,2, Raymond International, Houston 1967.

LUNDBERG B. & HENCHOZ A., (1977), "Analysis of Elastic Waves from Two-Point Strain Measurement", Experimental Mechanics, Vol. 17, N°6, June 1977, pp 213-218.

LUONG M.P. & J.F. SIDANER, (1981), "Comportement cyclique et Transitoire des Sables", Xth I.C.S.M.F.E. Stockholm 1981, vol.3.

LYSMER J., (1965), "Vertical Motion of Rigid Footings", Ph. D. Dissertation, University of Michigan, Ann Harbour, Aug.

LYSMER J. & RICHART F.E., (1966), "Dynamic Response of Footing to Vertical Loading", J. SMFD Proc. ASCE, Vol. 92, SM1, pp65-91.

LYSMER J., KUHLEMEYER R.L., (1969), "Finite Dynamic Model for Infinite Media", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95, N° EM4, Proc. Paper 6719, Aug. 1969, pp. 859-877.

MADHAV M.R. & R.S. KARMARKER, (1982), "Elasto-Plastic Settlement of Rigid Footings", Jrnl. Geotech. Eng. Div., Vol. 108, N° GT3, March 1982, pp. 483-488.

McCLELLAND B., FOCHT J.A. & EMRICH W.J., (1969), "Problems in Design and Installation of Offshore Piles", Jrnl Soil Mech. Found. Div., Proc. ASCE 95, SM6, pp.1491-1514.

MARCHETTI S., (1979), "Improving the Quality of Input Data for the Wave Equation Analysis of Driven Piles", Tech. note, Can. Geotech. J. vol. 17, 1980, pp. 286-291.

MARTIN S.K., (1970), "Summary and Review of Part I of then Symposium on Pile Foundations", Hwy Res. Record No 333, 1970.

MASSARCH, K.R.,(1976), Soil Movements caused by pile driving in clay. Ph. D. thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm Reprint from Commission on Pile research, Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Report 51

MASSARSCH K.R. & B.B. BROMS, Fracturing of Soil caused by Pile Driving in Clay, Proc. IXth I.C.S.M.F.E., Tokyo, Vol.1, pp 197-200,

MASSAU J., (1914), "Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles", Faculté Polytechnique de Mons.

MATLOCK H. & FOO S.H.C., (1979), "Axial Analysis of Piles using Hysteretic and Degrading Soil Model", Numerical Methods in Offshore Piling, Institution of Civil Engineers, London 1979.

MEN FU-LU, (1982) , "On Wave Propagation in Fluid-Saturated, Porous Media", Soil Dynamics & Earthquake Engineering Conference, Southampton, 1982, pp. 225-238.

METZ H.E., BEETS T.J. & HOGENES, (1975), "Heianalyse voor Iedereen", Pt-b 30 1975, nr. 23, p. 757.

MIKLOWITZ J. & PASADENA C., (1957), "The Propagation of Compressional Waves in a Dispersive Elastic Rod", Part I "Results From the Theory", Part II "Experimental Results and Comparison with Theory", Jrnl. of Applied Mechanics, Vol. 24, n°1, 1957.

MILLER G.F. & PURSEY H., (1955), "On The Partition of Energy Between Elastic Waves in a Semi-Infinite Solid, Proc. Royal Society, 1955, London, A, Vol. 233, pp. 55-69.

MINDLIN R.D., (1936), "Force at a point in the interior of Semi-Infinite Solids", Physics, Vol. 7, p. 195.

MOE D., ARVESEN H. & HOLM O.S., (1981), "Friction Bearing Pipe Piles at Calabar Port", Proc Xth I.C.S.M.F.E., Stockholm 1981, vol.2, pp.781-786.

MOLLER B. & BERGDAHL U., (1981), "Dynamic Pore Pressure During Pile Driving in Fine Sand", Proc. Xth I.C.S.M.F.E. Stockholm 1981, vol. 2, pp. 791-794.

MOSLEY E.T., (1970), "Pile-Driving Formulas", Highway Res. Record No.333, pp. 23-32.

MUKI R., (1961), "Axisymmetric problems of the theory of elasticity for a semi-infinite solid and a thick plate", Progress in Solid Mechanics, Vol. 1, North Holland Publishing Co., Amsterdam.

NAGENDRA M.V. & SRIDHARAN A., (1982), "Stiffness Coefficients of Elastic Medium", Jrnl. Geotech. Eng. Div., Vol. 108, N° GT4, April 1982, pp. 661-668.

NEWMARK N.M., (1959), "A method of computation for structural dynamics", Jrnl. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 85, N° EM3, pp. 67-94.

NISHIDA Y., (1966), "Vertical Stress and Vertical deformations of ground under a deep circular uniform pressure in the semi-infinite", Proc. 1st. Cong. Intl. Soc. Rock Mechs, Vol. 2, pp. 493-498.

NOVAK M. & BEREDUGO Y., (1972), "Vertical Vibration of Embedded Footings", Jrnl. of Soil Mech. and Found. Div., , ASCE, Vol. 98, n° SM12, Dec. 1972, pp. 1291-1310.

NOVAK M, (1977), "Vertical Vibration of Floating Piles", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, EM1, Proc. Paper 17747, Feb. 1977, pp. 153-168.

NOVAK M. & ABOUL-ELLA F., (1978), "Impedance Functions of Piles in Layered media", J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE 104, N°EM3, pp. 643-661.

NOVAK M., NOGAMI T., ABOUL-ELLA F., (1978), "Dynamic Soil Reactions for Plane Strain Case," Jrnl. of the Eng. Mech. Div., ASCE 104, N° EM4, Aug. 1978.

OLSON ROY E., KAARE S. & FLAATE, (1967), "Pile-Driving Formulas for Friction Piles in Sand", Jrnl. Soil Mech. Found. Div., n°SM6, proc. paper 5604, vol. 93, Nov. 1967, pp 279-296.

ORRJE N.O & BROMS B., (1967), "Effects of Pile Driving on Soil Properties", Jrnl. of the Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol.93, N° SM5, Proc. Paper 5415, Sept. 1967, pp 59-73.

QUINLAN P.M. (1953), "The Elastic Theory of Soil Dynamics", Symposium on Dynamic Testing of Soils, ASTM, STP, N° 156, pp. 3-34.

PALKOMMISSIONEN, (1976), "Soil Movements Caused by Pile Driving in Clay" Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Rapport 51, Stockholm 1976.

PARKER, E.J., (1979), "Tension Cracking in Concrete Piles Driven by Air/Steam Hammers", Master Thesis, Department of Civil and Architectural Engineering, University of Colorado at Boulder, 1979, 112 p.

PAROLA, (1970), "Mechanics of Impact Pile Driving", Ph. D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.

PARSONS J.D., (1966), "Piling Difficulties in the New York Area", Jrnl. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, SM1, Proc. paper 4617, vol. 22, Jan. 1966, pp 43-64.

PAUW A., (1952), "A rational Design Procedure for Machine Foundations", Ph. D. Thesis, California Institute of Technology, 178 p.

PECK G.M., (1962), "Bearing theories related to model tests on a remoulded clay", M. Eng. thesis, Mc. Gill University, Montreal.

PEI CHI CHOU & KOENING H.A., (1966), "A Unified Approach to Cylindrical and Spherical Elastic Waves by Method of Characteristics", Journal of Applied Mechanics, Vol. 33 - 1966, pp.159-167.

PELLS P.J. & R.M. TURNER, (1978), "JANBU, BJERRUM and KJAERNSLI'S Chart Reinterpreted : Discussion", Can. Geotech. J., Vol. 15, pp 436-437.

POULOS and DAVIS, (1973), "Elastic solutions for Soil and Rock Mechanics", J. Wiley and Son.

PRAKASH S, & AGARWAL H.P., (1971), "Effect of Vibrations on Skin Friction of Piles", Proc. 4th Asian Reg. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Bangkok 1971.

RAMEY G.E. & HUDGINGS A.P., (1977), "Sensitivity and Accuracy of the Pile Wave Equation", Ground Engineering, Volume 10, nr.7, oct. 1977, pp. 45-47.

RAMEY G.E. & JOHNSON R.C., (1979), "Relative accuracy and modification of some dynamic pile capacity prediction equations", Ground Engineering, September 1979, pp.47-52.

RANDOLPH M. F. and WROTH C.P., (1978), "Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles", ASCE, Jrl. of the Geotechnical Division, Vol. 104, N° GT12, December 1978, pp. 1465-1488.

RANDOLPH M.F., CARTER J.P. & WROTH C.P., (1979), "Driven Piles in Clay - The effects of Installation and Subsequent Consolidation", Géotechnique 29 (1979), No4 pp. 361-393.

RAUSCHE F., "Pile Driving Measurements on the Heather (North Sea) Platform Installation", Ground Eng. 13, 1980, No.4, pp.34-38.

RAUSCHE F. & GOBLE G.G., (1972), "Performance of Pile Driving Hammers", J. Constr. Div. Proc. ASCE 98, No CO2, pp. 201-218.

RAUSCHE F., MOSES F. & GOBLE G.G., (1972), "Soil Resistance Predictions from Pile Dynamics" Jrnl. of the Soil Mech. Found. Div., No Sm9, September 1972, pp. 917-939.

RAUSCHE F. & GOBLE G.G., (1979), "Determination of Pile Damage by Top Measurements," Behavior of Deep Foundations, ASTM, STP 670, Raymond Ludgren, Editor, American Society for Testing and Materials, 1979, pp.500-506.

REISSNER E., (1936), "Stationäre, axialsymmetrische durch eine Schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogen elastischen Halbraumes" - Ingenieur - Archiv, Vol. 7, part. 6, Dec., pp. 381-396.

REMPE D.M., (1975), "Mechanics of Diesel Pile Driving", Ph. D. Thesis, University of Illinois at Urbana - Champaign.

REMPE D.M. & DAVISSON M.T., (1977), "Performance of Diesel Pile Hammers," Proc. 9th I.C.S.M.F.E., Vol.2, pp. 347-354, Tokyo 1977.

RICHART F.E., (1957), "A Review of the Theories for Sand Drains", Jrnl. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, n° SM3, Proc. Paper 1301, July 1957.

RICHART F.E. and WHITHMAN R.V., (1967), "Comparison of footing vibration tests with theory" Jrnl. Mech. Found. Div., Proc. ASCE, no. SM6, vol. 93, proc. paper 5568, Nov. 1967.

RICHART F., HALL J. & WOODS R., (1970), "Vibration of Soils and Foundations", Prentice-Hall (414 p.)

RICHART F.E. & CHON C.S., (1977), "Notes on Stiffness and Damping of Pile Systems", Spec. Sess. n° 10, The Effect of Horizontal Loads on Piles, due to surcharge or seismic effects, IX I.C.S.M.F.E, Tokyo, Japan, July 1977, pp. 125-132.

RIGDEN W.J., PETTIT J.J., St.JOHN H.D. & POSKITT T.J., (1979), "Developments in Piling for Offshore Structures", Paper 67, Second International Conference on Behaviour of Off-Shore Structures, Imperial College, London, England, August 1979, pp 279-296.

ROGG B., HERMANN D. & ADOMEIT G., (1981), "Shock-induced Gas Flow in a Porous Medium", Proceedings of Euromech 143, Delft, 2-4 September 1981.

ROY M., BLANCHET R., TAVENAS F. & LA ROCHELLE P., (1981), "Behaviour of a sensitive clay during pile driving", Canadian Geotechnical Journal, Vol.18, N°1, Février 1981.

ROY M., TREMBLAY M., TAVENAS F. & LA ROCHELLE P., (1982), "Development of Pore pressures in quasi-static Penetration Tests in Sensitive Clay", Canadian Geotechnical Journal, Vol.19, N°2, May 1982.

SAMSON C.H., Jr., HIRSCH T.J., and LOWERY L.L., (1963), "Computer Study of Dynamic Behavior of Piling", Proc. ASCE, Jrnl. Struct. Div., vol. 89, ST4, 1963, pp. 413-451.

SAMSON L. & AUTHIER J., (1969), "Nouvelle Méthode d'Analyse du Battage de Pieux à l'Aide de l'Analyseur de Battage", Terratech Ltée, Montréal, Routes et Transports, 1979, pp. 59-69

SANDHU B.S., (1982), "Predicting Driving Stresses in Piles", Journal of the Construction Division, Vol. 108, N°C04, December 1982, pp. 485-503.

SAVIDIS S.A. & RICHTER T., (1979), "Dynamic Response of Elastic Plates on the Surface of the Half-Space", Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 3, N°3, pp. 245-254.

SCANLAN R.H. & TOMKO J.J., (1969), "Dynamic Prediction of Pile Static Bearing Capacity", Proc. ASCE, Jrnl. Soil Mech. Found. Div., Vol. 95, SM2 (1969), pp. 583-604.

SCHMERTMANN J.H., (1979), "Statics of Standard Penetration Test SPT", J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 105 (1979) N° GT5, pp. 665-670.

SCHMERTMANN J.H. & PALACIOS A., (1979), "Energy Dynamics of SPT" Jrnl. of the Geotechnical Engineering Division, August 1979, pp. 909-926.

SCHMID W.E., (1969), Driving resistance and bearing capacity of vibro-driven model piles", (1969), ASTM Spec. Techn. Publ. N°444, 1969, pp. 362-375, 9 fig., 1 tab., 9 ref.

SCHIFFMAN R.L., (1968), "The influence of adhesion on the stresses and displacements in an elastic half-space", High. Res. Record, n° 282, pp. 17-24.

SCHIMMING B.B., HASS H.J., SEXA H.C., (1966), "Study of dynamic and static failure envelopes", Jrnl. Soil Mech. Found. Div., ASCE 92, N° SM2, 1966, pp. 105-124.

SCOTT R.A. & PEARCE R.W., "Soil Compaction by Impact", (1975), The Institution of Civil Engineers, Géotechnique, Vol. XXV, 1975, pp. 19-30.

SCREWVALA F.N. & KHERA R.P., (1979), "Ballistic pendulums and Dynamic Testing of Clays", J. Geot. Eng. Div., proc. ASCE 105, 1979, No GT8, pp. 927-938.

SEED H.B. and LUNDGREN R., (1954), "Investigation of the effect of Transient Loading on the Strength and Deformation Characteristics of Saturated Sands", Proceedings ASTM, Vol. 54, pp. 1288-1306.

SEED H.B. & REESE L.C., (1955), "The Action of Soft clay Along Friction Piles", Proc. ASCE, vol. 81, paper N° 842, 1955, pp. 1-28.

SEED H.B., (1957), Discussion on "Soil Properties and their Measurement", Proc. IVth I.C.S.M.F.E., Vol. 3, pp. 86-87

SEED H.B. and IDRISS I.M., (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Report N° EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley.

SELIG E.T. and Mc. KEE K., (1961), "Static and Dynamic Behaviour of Small Footings", ASCE, Jrl of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 87, N° SM6, December 1961, pp. 29 - 47.

SELVADURAI A.P.S., (1976), "The Load-Deflexion Characteristics for a Deep Rigid Anchor in an Elastic Medium", Géotechnique, Vol. 26, N° 4, 1976, pp. 603-612.

SELVADURAI A.P.S. and NICHOLAS T.J., (1979), "A theoretical assessment of the screw plate test", 3rd Intl. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics - Aachen, April 1979, pp. 1245-1252.

SHASTRI S.M. & MALUMDAR S., (1982), "A Dynamic Element Analysis of Stress-Wave Propagation and Rock Fragmentation in Blasting", Proc. 4th. Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, Canada, 1982, Vol. 1.

SHU-T'IEN L., (1967), "Installation Practice for Prestressed Concrete Piling", The Dock & Harbour Authority, August 1967, pp. 102-108.

SIEFFERT J.G., (1980), "Vibrofonçage à Fréquence Elevée", Revue Française de Géotechnique, N° 11, Mai 1980, pp. 43-57.

SIEFFERT J.G. & LEVACHER D., (1982), "Driving and Vibro-Piling", Soil Dynamics & Earthquake Engineering Conference,Southampton, 1982, pp. 3-16.

SIGGINGS A.F., (1982), "A concentrate Pressure Pulse on a Semi-Infinite Medium - A Comparison between Theory and Dynamic Finite Element Method", Proc. 4th. Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, Canada, 1982, Vol.1.

SKALAK R., (1957), "Longitudinal impact of a semi-infinite circular elastic bar.", Jrnl. Applied Mech., Vol. 24, N°1, R.40, 1957, pp. 59-64.

SMITH E.A.L., (1960), "Pile Driving Analysis by the Wave Equation", Jrl. of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 86, N° SM4, Aug. 1960, pp. 35-61.

SMITH I.M. (1978), "Transient phenomena of Offshore Foundations", Chapter 15 in Numerical methods in Offshore Engineering, Wiley and Sons.

SMITH I.M. and CHOW Y.K., (1982), "Three Dimensional Analysis of Pile Drivability", 2nd Intl. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling, Austin, April 1982, pp. 1-19.

SODERBERG L.O., (1962), "Consolidation Theory Applied to Foundation Pile Time Effects", Géotechnique, vol. XII, N°3 (Sept. 1962), pp. 217-25.

SØRENSEN T. & HANSEN B., (1957), "Pile Driving Formulae - An investigation based on Dimensional Considerations and a Statistical Analysis", IVth I.C.S.M.F.E., London, Paper 3b/13, Vol. II, pp. 61-65.

STEIGER F., (1980), "An Experimental Investigation of the Force/Penetration Relationship of Rod Impact, ASTM Geotechn. Test J. 3, 1980, pp. 163-166.

STOKES G.G., (1849), "Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1.

SULLIVAN R.A., ASCE M., EHLERS C.J. &, (1973), "Planning for Driving Offshore Pipe Piles", Journal of the Construction Division, July 1973, pp. 59-79.

SUNG T.Y., (1953), "Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loadings", Symposium on Dynamic Testing of Soils, ASTM - STP, n° 156, pp. 35-64.

TAMMIRINNE M., (1982), Factors Effecting the Dynamic Penetration Resistance", ESOPT I, Amsterdam, Mai 1982, pp 383-391.

TAVENAS F. & AUDY R., (1972), "Limitations of the Driving Formulas for Predicting the Bearing Capacities of Piles in Sand", Canadian Geotechnical Journal, Feb. 1972, pp. 47-62.

TAVENAS F.A. & AUDIBERT J.M.E., (1976), Application of the Wave Equation Analysis to Friction Piles in Sand", Canadian Geotechnical Journal, 1976, pp. 34-51.

TAYLOR D.W. & WHITMAN R.V., (1954), "The Behaviour of Soils Under Dynamic Loading", 3, Final Report on Laboratory Studies", Aug. M.I.T.

THIGPEN L., (1974), "Projectile Penetration of Elastic-plastic Earth Media, SMFD ASCE, Vol. 100, N° GT3, March 1974, pp. 279-293.

THOMPSON D. & THOMPSON E., (1979), "Effects of Pile Driving Systems on Driveability and Capacity of Concrete Piles", Symposium on Deep Foundations, ASCE, National Convention, Atlanta, October 1979, pp. 420-443.

THOMSON W.T. & CALIF L.A., (1957), "Analog Computer for Nonlinear System With Hysteresis", Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, N°1, 1957.

TIMOSHENKO S.P. & GOODIER J.N., (1961), "La propagation des vibrations dans les milieux élastiques solides" Chapitre XV, pp.473-96, Art. 168 in Theory of Elasticity, Mc Graw-Hill, New York (1961).

TROMP J.P.M., (1980), "Duidelijkheid bij Toepassing Prefab Heipaal", De Ingenieur, 20 November 1980, N° 47, pp. 14-17.

TSO K.H., (1962), "Foundation Vibrations", The Institution of Civil Engineers, Proceedings - Vol. 22, Paper n° 6571, June 1962, pp. 211-226.

VAN DER KOGEL H., VAN LOON-ENGELS C.H. & RUYGROK P.A., (1981), "Wave Propagation in Porous Media Shock Tube Experiments", IVth ICSMFE , Vol. 3, 1981, pp. 253-256.

VAN DER KOGEL H. & BEZUIJEN A., (1982), "Modeling and verification of impact effects of saturated Sands", Intl. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, September 1982, pp. 391-400.

VAN KOTEN, (1977), "Dynamic Pile Testing", Inst. TNO for Building Materials and Building Structures, Report, January 1977.

VAN LUIPEN P. & JONKER G., "Post Analyses of Full Scale Pile Driving Tests"

VELESTOS A.S. & VERBIC B., (1972), "Impulse Response Functions for elastic Foundations", Research Report n°15, Rice University, September 1972.

VERBRUGGE J.C., (1981), "Evaluation du tassement des pieux à partir de l'essai de pénétration statique", Revue Française de Géotechnique, n° 15, pp. 75-82.

VESIC A.S., BANKS D.C. & WOODARD J.M., (1965), "An Experimental Study of Dynamic Bearing Capacity of Footings on Sand", VIth I.C.S.M.F.E., Montreal, Vol. II, pp. 209-213

VESIC A.S., (1970), "Tests on Instrumented Piles, Ogeechee River Site", Jrnl. Soil Mech. and Found. Div., proc. ASCE, March 1970, SM2, vol. 96.

VESIC A.S., (1972), "Expansion of Cavities in infinite Soil Mass", Jrnl. of th S.M. F. Div., ASCE - March 1972.

VESIC A.S., (1973) , "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations", Jrnl. of the Soil Mech. and Foundations Division, ASCE 99, SM1, 1973, pp. 45-73.

VESIC A.S., (1977), "Design of Pile Foundations", Research report nr. 42 to Transportation Research Board, National Research Council, Washington D.C., 68 p.

VIJAYVERGIYA V.N., CHENG A.P. & KOLK H.J., (1977), "Effect of Soil Set Up on Pile Driveability in chalk", Jrnl. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE 103, (1977), N° GT 10, pp. 1069-1082.

VOITUS VAN HAMME G., (1981), "Over de Werking van het Dieselheiblok", Proefschrift ter verkrijging van de graad van Doctor, Technische Hogeschool, Eindhoven.

WALLACE W.F., (1961), "Displacement of Long Footings by Dynamic Loads", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE 87, SM5, 1961, pp. 45-68.

WANG W.L., (1971), "Low Velocity Projectile Penetration", Jrnl. Soil Mech. & Found. Div., ASCE, vol. 97, N° SM12, proc. paper 8592, Dec. 1971, pp. 1635-1955.

WHITMAN R.V., (1957), "The Behaviour of Soils under Transient Loadings", IVth. I.C.S.M.F.E., London, pp. 207-210.

WHITMAN R.V., (1963), "Stress-Strain Time Behaviour of Soil in one-Dimensional Compression", Rep. R-63-25 to WES, Dept. of Civil Eng., M.I.T.

WHITMAN R.V. & HEALY K.A., (1962), "Shear Strength of Sands During Rapid Loadings," Jrnl. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE 88, SM2, 1962, pp. 99-132.

WHITMAN R.V., & RICHART F.E., (1967), "Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations", Jrnl. of the Soil Mech. and Found. Div., Volume 93 N° SM6, Nov. 1967, pp. 169-193.

WIJESINGHE A.M. & KINGSBURY H.B., (1980), "Response to Dynamic Surface Pressure Distributions", Jrl. Geot. Eng. Div. Proc. ASCE 106, 190, N° GT1, pp. 1-15.

WILSON S.D., and SIBLEY E.A., (1962), "Ground Displacement From Air-Blast Loading", Jrnl. of the Soil Mech. and Foundations Division, ASCE 88, SM6, 1962, pp. 1-31.

WILSON E.L., (1974), "The Static Condensation Algorithm", Intl. Jrnl. for Numerical methods on Engineering, Vo. 8, pp. 199-203.

WARBURTON G.B., (1957), "Forced Vibrations of a Body Upon an elastic Stratum", Jrnl. Appl. Mech. Trans. ASME, Vol. 24, pp. 55-58.

YANG N.C., (1956), "Redriving Characteristics of Piles", Jrnl. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 82, N° SM3, proc. paper 1026, July 1956.

YANG N.C., (1970), "Relaxation of Piles in Sand and Inorganic Silt", Jrnl. Soil Mechanics and Foundations Division, proc. ASCE, March 1970, Vol. 96.

YANKELEVSKY D.Z., ADIN M.A., (1980), "A simplified analytical method for soil penetration analysis", Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 4 (1980), N°3, pp. 233-254.

YANKELEVSKY D.Z., (1982), "Interaction of Soil and Penetration Projectile", Jrnl. Geotech. Eng. Div., Vol. 108, GT3, March 1982, pp. 493-497.

YEW C.H. & Stirbis P.O., (1978), "Penetration of Projectile into Terrestrial Target", J. Geot. Mech. Div., Proc. ASCE 104, N° EM2, pp. 273-286.

ZIENKIEWICZ O.C., CHANG G.T. & BETTESS P., (1980), "Drained, Undrained, Consolidation and Dynamic Behaviour Assumption in soils", Géotechnique 30, 1980, No 4, pp; 385-395.

CHAPITRE VIII - TABLE GENERALE DES MATIERES

Page

Table des Matières du chapitre 1

SYMBOLES ET NOTATIONS I à X

CHAPITRE I. EXPOSE DU PROBLEME

1. DESCRIPTION DE LA TECHNIQUE DE BATTAGE 2

1.1. Pieu et sol 3
1.2. Mouton 4
1.2.1. Mouton à chute libre 4
1.2.2. Mouton à simple effet 8
1.2.3. Mouton à double effet 8
1.2.4. Mouton diesel 8

1.3. Casque 11
1.4. L'art de battre 11

2. APPROCHE PRAGMATIQUE : LA FORMULE DE BATTAGE 13

2.1. Hypothèses 13
2.2. Quatre exemples 14
2.2.1. Formule hollandaise 14
2.2.2. Formule de Hiley 14
2.2.3. Formule danoise 15
2.2.4. Formule Delmag 16

2.3. Utilité et limitations 16

3. APPROCHE ANALYTIQUE : L'EQUATION DE L'ONDE 20

3.1. Equation fondamentale 20
3.2. Conditions initiales et aux limites simples 23
3.2.1. Contrainte appliquée soudainement en une extrémité 23
3.2.2. Extrémité fixe 26
3.2.3. Extrémité libre 27

3.3. Conditions aux limites réelles 28
3.3.1. Choc d'un mouton sur un pieu de même impédance 28
3.3.2. Action d'une force à une extrémité 30
3.3.3. Action d'une force en une section courante 32

3.4. Onde non-axiale. 32

4. CONCLUSIONS 34

CHAPITRE II ANALYSE CRITIQUE DE LA LITTERATURE RELATIVE AU BATTAGE DES PIEUX

	Page
Table des matières du chapitre	36
1. RESOLUTION DE L'EQUATION DE L'ONDE	38
1.1. Barres continues	38
1.1.1. Développement de l'onde	38
1.1.2. Contraintes de battage	40
1.1.3. Energie transmise	43
1.1.4. Amortissement de l'onde en profondeur	46
1.1.5. Réaction à la base	47
1.1.6. Combinaison de solutions élémentaires	48
1.1.7. Analyse des problèmes plus finement modélisés	50
1.2. Discrétisation partielle	53
1.2.1. Equations différentielles et solution générale	53
1.2.2. Calcul des efforts	54
1.2.3. Energie transmise	60
1.2.4. Effort maximum	67
1.2.5. Efforts de traction	70
1.3. Discrétisation totale	71
1.3.1. Modèle	71
1.3.2. Schémas d'intégration	75
2. COMPORTEMENT DES MATERIAUX DE FONCAGE	80
2.1. Matériau élastique linéaire	80
2.1.1. Description de la loi	80
2.1.2. Limites pour l'acier	82
2.1.3. Limites pour le béton	84
2.1.4. Limites pour le bois	87
2.2. Matériau non-élastique et/ou non-linéaire	87
2.2.1. Loi bi-linéaire pour élément de casque	88
2.2.2. Loi élastique non linéaire à un module	90
2.2.3. Loi élastique à deux modules	91
2.2.4. Matériau dissipatif	93
2.3. Fluide générateur d'énergie (mouton diesel)	93
2.3.1. Compression	93
2.3.2. Contact piston-enclume	95
2.3.3. Explosion	95
2.3.4. Détente	96
2.3.5. Résumé	98

	Page
3. COMPORTEMENT DU SOL	100
3.1. Modèle de Smith	100
3.2. Modèle "Case"	105
3.3. Modèle hyperbolique	105
3.4. Modèle dépendant uniquement de la vitesse	108
4. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT LORS DU BATTAGE	111
4.1. Cadre de la détermination	111
4.2. Résistance	112
4.3. Damping	120
4.4. Quake	124
4.5. Méthode globale	126
5. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT EN DEHORS DU BATTAGE	129
5.1. Essai de charge rapide de pieux	129
5.2. Expériences en laboratoire	132
5.2.1. Premiers essais	133
5.2.2. Essais triaxiaux	134
5.2.3. Essais sur modèles	138
5.3. Raideur du sol à grande vitesse de déformation	143
5.4. Expériences ballistiques	144
5.4.1. Pendule ballistique	144
5.4.2. Projectile à faible vitesse dans le sable	144
5.4.3. Essai de pénétration cinétique	146
5.4.4. Projectiles à grande vitesse	149
5.5. Essais dynamiques de fondations	152
5.6. Résumé des lois déduites des expériences	154
6. MANQUEMENTS MAJEURS DE LA METHODE "STATE OF THE ART"	162
6.1. Programme Wave Equation	162
6.2. Programme "Dyplo"	166
6.3. Arrêt du calcul suivant Smith	168
6.4. Contraintes résiduelles	177
6.5. Clarification des termes de résistance	186
7. RESUME ET STRATEGIE DE RECHERCHE	188

CHAPITRE III ANALYSE EXPERIMENTALE

	Page
Table des matières du chapitre	191
1. MESURES	192
1.1. Types de mesure	192
1.2. Mouton	192
1.2.1. Mouton à chute libre	192
1.2.2. Mouton hydraulique	193
1.2.3. Mouton diesel	194
1.3. Casque	197
1.4. Pieu	198
1.4.1. Accélération	198
1.4.2. Vitesse	199
1.4.3. Déplacement	203
1.4.4. Déformation	204
1.4.5. Enregistrement	205
1.4.6. Présentation des mesures	206
1.5. Sol	211
1.5.1. Site d'Almelo	212
1.5.2. Site de Kallo	215
2. ESSAIS AU MARTEAU HYDRAULIQUE	216
2.1. Description du marteau	216
2.2. Essais réalisés	218
2.2.1. Essais de sol	219
2.2.2. Types de casque et essais	219
2.2.3. Mesures réalisées	231
3. INTERPRETATION DES ESSAIS AU MARTEAU HYDRAULIQUE	248
3.1. Modélisation du marteau et du casque	248
3.2. Etude paramétrique pour 1 m de chute	253
3.2.1. Résistance unique à la base	253
3.2.2. Rôle du frottement latéral	272
3.3. Raffinement du modèle	284
3.3.1. Tête du tube	286
3.3.2. Casque	288
3.3.3. Tube	289
3.4. Calcul d'une courbe d'étalonnage de battage	291
4. CONCLUSIONS	295

CHAPITRE IV. ELEMENTS DE MODELISATION PHYSIQUE

	Page
Table des matières du chapitre	299
1. PIEU	302
1.1. Vitesse de propagation	302
1.1.1. Matériau imparfaitement élastique	303
1.1.2. Contraintes latérales non-nulles	303
1.1.3. Corrections	305
1.2. Dissipation d'énergie	306
2. MODELISATION FONDAMENTALE DES LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL A LA BASE	309
2.1. Eléments à prendre en compte	310
2.2. Théories disponibles pour les faibles déformations	310
2.2.1. Equilibre statique	310
Cas du milieu élastique homogène et isotrope	312
a. charge ponctuelle	312
b. inclusion dans un milieu infini	314
c. charge à la surface d'un massif semi-infini	317
d. charge au sein d'un massif semi-infini	320
e. charge au fond d'un trou profond cylindrique	322
f. charge au fond d'un trou cylindrique de profondeur limitée	324
g. comparaison des différents cas.	325
Cas du milieu homogène non-isotrope	325
a. Loi de Frölich	325
b. Loi de Buisman	328
Cas du milieu hétérogène	330
2.2.2. Equilibre dynamique	330
Cas du milieu élastique homogène et isotrope	331
a. Charge ponctuelle	336
a.a. au sein d'un massif infini	336
a.b. au sein d'un massif semi-infini	343
a.c. à la surface d'un massif semi-infini	343

Page

b. Charge répartie 348
b.a. spère rigide incluse dans un massif-élastique infini 348
b.b. disque rigide inclus dans un massif élastique infini 354
b.c. cavité sphérique en expansion dans un massif élastique infini 355
b.d. charge circulaire à la surface d'un massif semi-infini 359
b.d.a. charge uniformément répartie 361
b.d.b. charge axisymétrique
b.e. charge circulaire répartie en profondeur 369

Cas du milieu élastique isotrope non-homogène 375
Cas du milieu visco-élastique 377
Cas du milieu non élastique - valeur de l'amortissement hystéritique 382

2.3. Comportement du milieu aux grandes déformations. 386

2.4. Modélisation uni-dimensionnelle 386

2.4.1. Conditions aux limites
2.4.2. Dérivation 286
2.4.3. Vérification du cas élastique homogène 388
2.4.4. Extensions du modèle 393
Milieu non-linéaire 402
Milieu visqueux
Milieu hétérogène 410
412

3. MODELISATION FONDAMENTALE DES LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL AU FROTTEMENT LATERAL 417

3.1. Base de travail 417

3.2. Théories disponibles pour les faibles déformations 417

3.2.1. Equilibre statique
Etude découplée 417
Inclusion sphéroïdale oblongue 417
Comparaison des 2 méthodes présentées 422
425

3.2.2. Equilibre dynamique
Approches possibles 428
Théorie élastique 428
429

Page

3.3. Comportement du milieu non élastique et non linéaire aux fortes déformations 436

3.4. Modèle unidimensionnel 438

3.4.1. Dérivation 438
3.4.2. Vérification du cas élastique homogène infini 440
3.4.3. Compromis pour le cas non infini 444
3.4.4. Extensions du modèle 446
3.4.5. Modèle simplifié 449

4. ESTIMATION DES PARAMETRES 455

4.1. Résistance ultime 455

4.2. Constantes d'élasticité 456

5. RESUME 461

CHAPITRE V. CONFRONTATION DU MODELE PHYSIQUE AVEC LES MESURES REALISEES.

Page

Table des matières du chapitre 464

PROGRAMMES INFORMATIQUES DEVELOPPES 466

1.1 Méthode Case 466

1.2 Méthode à condition limite imposée 468

2. Modèle classique pour les essais d'Almelo 470

2.1 Vitesse imposée provenant d'une mesure 470
2.1.1 Nombre de coups 470
2.1.2 Recherche des caractéristiques de résistance à la base 471
2.1.3 Rôle du frottement 476
2.1.4 Paramètres optimaux sur base de la vitesse imposée 476

2.2 Force imposée provenant d'une mesure 478

2.3 Paramètres déduits d'un coup 480

3. Modélisation de la base pour les essais d'Almelo 486

3.1 Implémentation et essais avec loi élasto-plastique 486

3.2 Loi linéaire liée à la vitesse 490

3.3 Loi de comportement hyperbolique 490

4. Mesures directes opérées à Kallo 502

4.1 Essais 502
4.1.1 Description du sous-sol 502
4.1.2 Description du tube et instrumentation 505
4.1.3 Mesures analysées 508

		Page
4.2	Résistance dynamique à la base	512
4.2.1	Inertie de la plaque d'obturation	512
4.2.2	Simulation du fond de tube	512
4.2.3.	Paramètres de la résistance à la base	513
4.3	Résistance dynamique de l'ensemble du pieu	518
4.3.1	Paramètres du frottement	518
4.3.2	Tronçon de base	520
4.3.3	Utilisation des mesures en tête	524
4.4	Paramètres déduits	527
5.	Etablissement de paramètres	530
6.	CONCLUSIONS	537
CHAPITRE VI	CONCLUSIONS	541
CHAPITRE VII	BIBLIOGRAPHIE	550
CHAPITRE VIII	TABLE GENERALE DES MATIERES	576